Chapitre 1. L'intérêt simple

Section 1. Définition de l'intérêt simple

Définition

On utilise l'intérêt simple pour des emprunts ou des placements à court terme, c'est-à-dire sur une durée inférieure à un an. L'intérêt est proportionnel à la durée de l'opération, et il est versé en une seule fois, au début ou à la fin de l'opération.

Calcul de l'intérêt

Par convention, le taux d'intérêt pour une période de moins d'un an est calculé sur la base d'une année de 360 jours (12 mois de 30 jours). Cette convention contribue à afficher un taux annuel i légèrement plus faible que s'il était calculé sur la base d'une année de 365 jours.

Le montant de l'intérêt se mesure donc par :

$$I = V \times j \times i/360 \qquad (1)$$

Où :

- V représente le capital en euros ;
- j représente le nombre de jours de placement ou d'emprunt.
- i représente le taux d'intérêt pour 360 jours (taux d'intérêt annuel en base monétaire) ;
- i/360 représente donc le taux d'intérêt pour un jour ;

Le nombre de jours est calculé ici en nombre de jours exacts (sur une année de 365 ou 366 jours). On dit que l'on raisonne sur la base « exact / 360 » également appelée base monétaire.

Application

Quel est l'intérêt rapporté par un capital de 10.000 € placé du 10 mars au 20 juillet au taux de 4,5 % ?

Solution :

On compte 132 jours du 10 mars au 20 juillet *(31-10+30+31+30+20)*

➔ I = 10.000 x 132 x 4,5 % / 360 = 165 €

Section 2. Terme échu, terme à échoir

- Lorsque l'intérêt est versé à la fin de l'opération, ce qui est le cas le plus courant, il est dit *postcompté* ou *à terme échu*.

- V ⟶ V+ I

  Ainsi, une somme V placée ou empruntée pendant j jours au taux i postcompté donnera lieu j jours plus tard à un remboursement de :

  $$V_F = V + I$$

  La plupart des opérations financières (découvert bancaire, compte sur livret, placement à terme…) utilise l'intérêt postcompté.

- Lorsque l'intérêt est versé au début de l'opération, il est dit *précompté* ou *terme à échoir*.

  V - I V

  Ainsi, une somme V empruntée sur j jours au taux i précompté ne donne lieu au début de l'opération qu'à un versement de :

  $$V_0 = V - I$$

  A l'échéance, l'emprunteur devra rembourser V. ⟶

  C'est le cas notamment de l'escompte commercial, de certains certificats de dépôts ou de certains billets de trésorerie.

L'intérêt précompté avantage le prêteur puisqu'il reçoit l'intérêt plus tôt, au début de la période de placement. L'intérêt postcompté avantage l'emprunteur puisqu'il verse l'intérêt plus tard, à la fin de la période d'emprunt.

Section 3. Valeur acquise, valeur actuelle

Pour comparer ou additionner des sommes versées ou reçues à des dates différentes, il est nécessaire de actualiser afin de les ramener en théorie à la même date.

L'actualisation consiste soit à calculer la valeur à une date future, que l'on appelle *valeur future* ou *valeur acquise*, d'une somme versée aujourd'hui, soit à calculer la valeur aujourd'hui, (la *valeur actuelle*) d'une somme à recevoir à une date future.

Le taux d'intérêt qui permet de passer de la valeur actuelle à une valeur future s'appelle le *taux d'actualisation*. Concrètement, le taux d'actualisation est soit un taux de placement, soit un taux d'emprunt, suivant la situation que l'on envisage.

Le cas des intérêts postcomptés

Valeur acquise ou valeur future d'un capital V_0, à intérêt postcompté

La valeur acquise ou valeur future d'un capital V_0 placé au taux i pendant j jours est égale à la valeur initiale de ce capital augmenté de la valeur des intérêts.

$$V_F = V_0 \times (1 + i \times j / 360) \qquad (9)$$

Exemple : Un capital de 5.000 € a été placé à intérêt simple au taux de 5,5 % le 1er octobre. Quelle est sa valeur acquise le 10 novembre ?

Solution :

Il y a 40 jours entre le 1er octobre et le 10 novembre.
V_T = 5.000 x (1 + 5,5 % x 40/360) = 5 030,56 €.

Valeur actuelle d'un capital V_F à recevoir dans j jours, à intérêt postcompté

Pour calculer la valeur actuelle d'un capital, on utilise un procédé inverse à celui utilisé pour calculer la valeur future :

$$V_0 = V_F / (1 + i \times j / 360) \qquad (10)$$

Exemple : Quelle est la valeur actuelle, au taux d'actualisation de 5 %, d'un capital de 500 euros à recevoir dans 25 jours ?

Solution :

V_0 = 500 / (1 + 5% x 25/360) = 498,27 €.

Le cas des intérêts précomptés

Valeur actuelle d'une somme V_F à payer ou à recevoir dans j jours au taux i précompté

La valeur actuelle d'une somme V_F à recevoir ou à payer dans j jours au taux i précompté est égale à la valeur de cette somme diminuée de la valeur des intérêts.

$$_0 = V_F \times (1 - i \times j / 360) \qquad (11)$$

Exemple :

Une entreprise émet sur le marché monétaire des billets de trésorerie d'un montant nominal de 150 000 euros, d'échéance 90 jours et de taux facial 3,5 % précompté.

Quel est le prix d'émission du billet de trésorerie ?

Solution :

V_0 = 150 000 x (1 - 3,5 % x 90 / 360) = 148 687,50 €

Valeur acquise par une somme V_0 placée ou empruntée sur j jours au taux i précompté

Pour calculer la valeur acquise d'une somme V_0 placée ou empruntée à taux précompté, on utilise un procédé inverse de celui utilisé pour calculer la valeur actuelle :

$$V_F = V_0 / (1 - i \times j / 360) \qquad (12)$$

Exemple :

Une entreprise a besoin d'un financement d'au moins 30 000 000 € et souhaite émettre sur le marché monétaire des billets de trésorerie de valeur nominale 150 000 €, d'échéance 180 jours et de taux facial 4,5 % précompté. Combien de billets de trésorerie doit-elle émettre ?

Solution :

Si l'entreprise émettait 200 billets de trésorerie (30 000 000 / 150 000), elle n'obtiendrait aujourd'hui qu'un financement de : 30 000 000 (1 - 4,5 % x 180 /360) = 29 325 000 €. Pour obtenir au moins 30 000 000 euros, elle doit donc emprunter un montant correspondant à la valeur future des 30 000 000 € dont elle a besoin aujourd'hui :

V_F = 30 000 000 / (1 - 4,5 % x 180 /360) = 30 690 537,08 €.

Les billets de trésorerie étant d'une valeur nominale de 150 000 €, il lui faudra émettre 205 billets pour obtenir un peu plus de 30 millions d'euros.