

# Introduction

Ce livre correspond au cours fondamental d'algèbre professé à l'université Pierre et Marie Curie dans le cadre de la troisième année de la licence de mathématiques (niveau L3 du nouveau cursus LMD).

Le cours correspond à 12 ECTS (quatre heures de cours et six heures de travaux dirigés sur douze semaines).

Le parti pris pédagogique de cet ouvrage est l'inverse de celui habituellement adopté par les cours de mathématiques ; il va du « particulier au général », ce qui implique quelquefois des redites (par exemple les groupes commutatifs (chapitre 2) sont traités avant les groupes généraux (chapitre 4) et certains résultats valables dans les deux cas sont énoncés deux fois). De plus de nombreux résultats sont présentés sous forme d'algorithmes (en particulier les théorèmes du chapitre II).

D'autre part ce livre comprend après chaque chapitre un grand nombre d'exercices et problèmes classés par thèmes et tous corrigés.

Enfin certains développements sont marqués d'une astérisque ; ils concernent des notions un peu plus élaborées, plutôt à notre avis du programme de maîtrise que de licence, et ne sont donc pas enseignés dans le cours dont il a été question plus haut. Cependant ces questions sont classiques et bien à leur place dans le cadre de cet ouvrage.

Le livre comprend six chapitres (plus une dernière partie consacrée à la correction des exercices) largement indépendants les uns des autres et qui exposent les notions fondamentales d'algèbre que tout professionnel des mathématiques (chercheur, enseignant, ingénieur mathématicien) se doit de connaître.

Le premier chapitre débute par une sorte de petit lexique dans lequel sont rassemblées toutes les définitions de base auxquelles le lecteur peut ainsi aisément se reporter ; il traite ensuite de l'arithmétique classique.

Le deuxième chapitre est consacré aux groupes abéliens de type fini et aux modules de type fini sur l'anneau de polynômes  $k[X]$  ; la méthode consiste à utiliser le calcul matriciel à coefficients entiers présenté sous forme algorithmique.

Le chapitre suivant consiste en l'application classique des résultats du chapitre 2 à la réduction des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie (forme réduite de Jordan, décomposition de Dunford, etc.).

Le chapitre 4 traite des groupes généraux en évitant le plus possible les notions abstraites conformément au parti pris de ce livre. Il traite essentiellement deux exemples fondamentaux ; le groupe symétrique et le groupe orthogonal en dimension 2 et 3.

Le chapitre 5 s'occupe des racines des polynômes à une variable ; toute la partie sur les racines réelles, pourtant fondamentale, n'est en général pas traitée dans les ouvrages d'enseignement et constitue une des originalités de ce livre.

Enfin le chapitre 6 est une introduction à la théorie des corps, en insistant sur les corps finis.