

LA COMMANDE MULTIVARIABLE

Application au pilotage d'un avion

Tout le catalogue sur
www.dunod.com



ÉDITEUR DE SAVOIRS

Caroline Bérard
Jean-Marc Biannic
David Saussié

**L'USINE
NOUVELLE**

LA COMMANDE MULTIVARIABLE

Application au pilotage d'un avion

Préface de Marc Pélegrin

DUNOD

Photo de couverture : © Luc Ung

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2012
ISBN 978-2-10-058546-5

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Le Système Transport Aérien (STA) connaît depuis longtemps une croissance voisine de 5 % par an, même actuellement au niveau mondial, malgré la crise. Le niveau de sécurité actuel (un accident fatal pour 0.5 million de décollages) se traduit par un accident fatal (au moins un mort) par mois. Or une croissance de 5 % par an, avec un niveau de sécurité maintenu constant pour le voyageur, se traduit par un doublement des accidents en 15 ans, un triplement en 25 ans, situation inacceptable par la Société... D'où la nécessité d'accroître la sécurité d'un ordre de magnitude afin de ne pas dépasser un accident fatal par mois pour le trafic qui se développera vers 2030-2040. N'oublions pas aussi que la rentabilité d'exploitation d'un avion impose, au moins, une quarantaine d'années de service ; c'est dire que les avions actuellement en étude, seront mis en service vers 2015-2018 et voleront encore en 2050 !

Un renforcement de l'intensité des intempéries est actuellement constaté ; de plus, l'objectif d'économie d'énergie conduit à concevoir des structures plus légères donc plus souples, il est donc fondamental de limiter les accélérations et les déformations de voilures que l'avion subit en zones de turbulences intenses, tout en respectant la trajectoire moyenne qui est affectée à l'avion (la structure de l'atmosphère est de nature aléatoire). Comment imposer une trajectoire (un état final) au véhicule malgré des méconnaissances et incertitudes affectant son comportement dynamique (centrage, inertie, coefficients aérodynamiques) et son environnement (vents, turbulences) ? Il est évident que seuls des systèmes automatiques installés à bord peuvent résoudre le problème de la limitation des accélérations et ceux liés à la trajectoire.

Rappelons également que les processus de navigation de l'avion sont en constante évolution à cause des saturations de trafics qui existent dès maintenant dans de nombreux secteurs. De plus, l'économie du transport aérien va conduire à passer à une dépendance complète aux systèmes satellitaires (le coût de maintenance des balises au sol étant trop élevé) lorsqu'au moins deux systèmes de localisation seront mondialement utilisables et fiables (GPS et GALILEO ; 2015).

Enfin, la raréfaction des ressources pétrolières est à prendre en compte dès maintenant ; néanmoins elle implique peu les automatismes.

Les automatismes installés à bord sont déjà nombreux mais, sauf rares exceptions, ils sont indépendants.

Ces quelques remarques préliminaires impliquent une augmentation des automatismes installés à bord de l'avion avec une approche de plus en plus globale (optimiser les durées de vol, les consommations, les accélérations en turbulences, etc.).

D'où la nécessité de développer les automatismes de contrôle du vol, au sens large, pour la gestion des trajectoires déterminées par le sol, après optimisation, ou déter-

minées à bord en coopération entre les différents avions susceptibles de se trouver pendant un certain temps dans les mêmes espaces. Certes, les avions sont actuellement fortement automatisés mais fonction par fonction. Les densités de trafic, les contraintes économiques (consommation d'énergie) et environnementales, le confort (notamment en zones turbulentes), imposent, dès maintenant, une coordination entre les différents automatismes. Une meilleure solution consistera, très probablement, à concevoir de vastes systèmes automatiques (systèmes multivariables), c'est bien l'objectif de cet ouvrage.

Dans le contexte particulièrement exigeant, du pilotage/guidage d'un avion civil en approche, les auteurs abordent ici l'ensemble des notions fondamentales de l'automatique. L'intérêt central de cet ouvrage est de confronter sur un même problème aéronautique particulièrement réaliste, diverses approches depuis les techniques classiques « monovariabiles » jusqu'aux techniques plus modernes « multivariables » mettant par exemple en œuvre la synthèse \mathcal{H}_∞ structurée. Ainsi, il est plus facile de mettre en évidence de manière objective points forts et points faibles de chacune des techniques d'une part, mais aussi de souligner leurs complémentarités d'autre part.

Malgré son orientation applicative, les aspects théoriques – exposés de façon claire et très pédagogique – ne sont pas négligés dans cet ouvrage. Aussi bien l'étudiant que l'ingénieur automaticien en charge de la conception des lois de commande trouvera donc ici l'essentiel des notions théoriques qu'il convient de maîtriser pour mettre en œuvre facilement les techniques proposées sur une application spécifique.

Enfin, pour ma part, je pense que vers 2050 les premiers avions entièrement automatiques apparaîtront, mais il y aura à bord un superviseur, hautement qualifié ; il ne disposera pas de commandes de vol, mais il pourra agir sur un ordinateur pour modifier temporairement le contrôle du vol ou transmettre des messages aux acteurs-sol (il y aura, peut-être, deux superviseurs à bord... ne pas oublier, en effet, que la probabilité de mort ou de perte de capacité d'action d'un homme est voisine de 10^{-6} /h, ce qui impose la présence de deux acteurs hautement qualifiés à bord pour maintenir le niveau de sécurité fixé).

Marc Pélegrin

Ingénieur général de l'Armement
Haut conseiller honoraire à l'ONERA
Correspondant de l'Académie des sciences
Ancien directeur de Supaéro et du CERT

TABLE DES MATIÈRES

Préface	V
Avant-propos	XI
1 • Modèle et cahier des charges	1
1.1 L'avion et son environnement	1
1.1.1 Description globale	1
1.1.2 Modèle de l'avion naturel	2
1.1.3 Mesures et commandes	4
1.1.4 Vents et turbulences	7
1.1.5 L'effet de sol	8
1.2 Cahier des charges	9
1.2.1 Contraintes générales de guidage	9
1.2.2 Les variables à piloter	10
1.2.3 Contraintes de pilotage	10
1.2.4 Domaine de validité	12
1.3 Modèle linéarisé	12
1.3.1 Principe	12
1.3.2 Outils MATLAB/SIMULINK	14
1.4 Architecture des lois de commande	16
1.4.1 Structure générale	16
1.4.2 Les mesures disponibles et les mesures nécessaires	17
1.5 Modèles de validation	18
2 • Synthèse classique	21
2.1 Analyse préliminaire	21
2.1.1 Simulation en boucle ouverte	21
2.1.2 Réduction	22
2.2 Boucle interne de stabilisation	24
2.2.1 Retour de sortie	24
2.2.2 Retour de sortie avec intégrateur sur n_z	26
2.2.3 Validation du placement de pôles sur le modèle complet	28
2.3 Correcteur de la vitesse V_z	29
2.3.1 Étude préliminaire	29
2.3.2 Synthèse du correcteur	29
2.3.3 Reconfiguration du correcteur V_z	32

2.4	Correcteur de la vitesse V_c	33
2.4.1	Synthèse du correcteur	33
2.4.2	Reconfiguration du correcteur V_c	34
2.5	Découplage	35
2.6	Validation du correcteur classique	37
2.6.1	Placement de pôles final	37
2.6.2	Validation de la loi de commande sur le modèle non linéaire	38
2.6.3	Analyse de la loi de commande en présence de vent	38
2.6.4	Analyse de la robustesse du correcteur	39
3	• Synthèse modale	41
3.1	Théorie de la commande modale	41
3.1.1	Grandeurs modales	41
3.1.2	Analyse de la réponse temporelle d'un système dans la base modale	44
3.1.3	Synthèse de lois de commande modale	49
3.1.4	Techniques de placement de structure propre	55
3.1.5	Précommande et découplage	55
3.2	Application au pilotage automatique	56
3.2.1	Première synthèse par retour de sortie	57
3.2.2	Synthèse sur le modèle avec actionneurs	60
3.2.3	Synthèse modale avec intégrateur	66
3.2.4	Validation du correcteur modal avec intégrateur	72
4	• Synthèse LQ/LQG/LTR	77
4.1	Théorie de la commande optimale	78
4.1.1	Commande LQ	78
4.1.2	Synthèse LQ avec initialisation modale	85
4.1.3	Synthèse LQ avec modèle implicite	86
4.1.4	Filtre de Kalman	86
4.1.5	Commande LQG	89
4.1.6	Commande LQG/LTR	92
4.2	Application au pilotage automatique	93
4.2.1	Première synthèse LQ	93
4.2.2	Synthèse LQ avec intégrateur	98
4.2.3	Approches supplémentaires pour la synthèse LQ	104
4.2.4	Synthèse LQG	106
5	• Synthèse \mathcal{H}_∞	117
5.1	Quelques rappels	117
5.1.1	La forme standard	117
5.1.2	Définition de la norme \mathcal{H}_∞	118
5.1.3	Le problème \mathcal{H}_∞ standard	119
5.1.4	Résolution classique du problème \mathcal{H}_∞	120
5.1.5	Résolution du problème \mathcal{H}_∞ par LMI	122
5.1.6	Synthèse \mathcal{H}_∞ pondérée	123
5.1.7	Intérêts et inconvénients de la synthèse \mathcal{H}_∞	128

5.2	Application au pilotage automatique	129
5.2.1	Le modèle de synthèse	129
5.2.2	Synthèse \mathcal{H}_∞ sur le modèle sans actionneurs	131
5.2.3	Synthèse \mathcal{H}_∞ sur le modèle avec actionneurs	144
5.2.4	Réduction du correcteur \mathcal{H}_∞	148
5.2.5	Validation du correcteur \mathcal{H}_∞	150
6	Synthèse \mathcal{H}_∞ structurée	155
6.1	Synthèse \mathcal{H}_∞ structurée avec structure modale	156
6.1.1	Synthèse initiale	157
6.1.2	Annulation du gain de retour $V_z \rightarrow \delta_{th}$	158
6.2	Synthèse \mathcal{H}_∞ structurée avec matrice de transferts	159
6.2.1	Synthèse initiale	160
6.2.2	Imposition d'une partie de la dynamique	161
6.2.3	Structuration supplémentaire	162
6.3	Validation du correcteur \mathcal{H}_∞ structuré \mathcal{K}_3	163
6.3.1	Pôles en boucle fermée	163
6.3.2	Validation de la loi de commande sur le modèle non linéaire	164
6.3.3	Analyse de la loi de commande en présence de vent	164
6.3.4	Analyse de la robustesse du correcteur	166
7	Guidage	167
7.1	Contraintes générales de guidage	167
7.2	Synthèse de la boucle de guidage	168
7.2.1	Loi de guidage de type proportionnel	168
7.2.2	Loi de guidage de type proportionnel intégral	171
7.2.3	Analyse de la loi de guidage en présence de turbulence	173
7.2.4	Analyse de la loi de guidage pour diverses configurations	173
	Conclusion	175
	Liste des tableaux	177
	Liste des figures	179
	Bibliographie	189
	Index	193

Tout au long de cet ouvrage, on s'intéresse à un problème de synthèse de lois de commande pour le pilotage automatique d'un avion civil dans le plan longitudinal. Plus précisément, le domaine de vol étudié correspond à la phase d'approche. Au cours de cette phase, l'objectif est de maintenir une pente constante malgré les perturbations extérieures (vent et turbulences). On notera que la qualité du maintien de la pente d'approche conditionne fortement la réussite de l'atterrissage (que l'on mesure, dans le plan longitudinal, par la précision du point d'impact et par la vitesse verticale au moment de l'impact).

On verra que le problème de synthèse multivariable posé ici consiste à asservir la vitesse longitudinale et la vitesse verticale en assurant des propriétés de découplage entre les deux canaux. Plus précisément, une sollicitation de la part du pilote (humain) sur la vitesse longitudinale ne devra pas se traduire par une variation de pente de l'avion. Parallèlement, une sollicitation par la loi de guidage, sur la vitesse verticale ne devra pas affecter la vitesse longitudinale.

On abordera ce problème, à la fois de découplage et de réjection de perturbations par différentes techniques :

- **commande classique** : fermetures successives de boucles, lieux des racines, placement de pôles ;
- **commande modale** : placement de valeurs et vecteurs propres ;
- **commande LQ/LQG/LTR** : minimisation d'un critère « énergétique » portant à la fois sur les états du système et sur les commandes ;
- **commande \mathcal{H}_∞** : minimisation d'une norme sur certains transferts (pondérés en fréquence) de la boucle fermée ;
- **commande \mathcal{H}_∞ structurée** : similaire à la commande \mathcal{H}_∞ avec en plus la structuration du correcteur.

Ces méthodes de synthèse sont aujourd'hui largement employées dans l'industrie et constituent sans nul doute les connaissances de base que se doit de connaître l'ingénieur automaticien.

Objectif du livre

L'objectif de ce livre est double :

- Il s'agit en premier lieu de présenter au lecteur les différents problèmes et contraintes rencontrés par l'ingénieur automaticien dans le réglage d'un pilote automatique. Une présentation assez détaillée du modèle puis du cahier des charges (incluant

des contraintes d'architecture de lois de commande) est donc proposée au premier chapitre.

- Il s'agit également de permettre au lecteur d'acquérir simplement et rapidement les bases de différentes techniques de synthèse « modernes » multivariées. Il permet aussi de comparer très facilement ces techniques entre elles, dans la mesure où elles sont toujours appliquées au même exemple. Mais, au-delà de la simple comparaison, l'intérêt principal de l'ouvrage sur le plan méthodologique, est de mettre en évidence les complémentarités entre les différentes techniques.

De fait, ce livre s'adresse aussi bien à l'ingénieur souhaitant s'initier à ces techniques qu'à l'étudiant désireux de parfaire la connaissance des méthodes qu'il aura vues durant sa scolarité, en les mettant en œuvre sur un exemple concret.

Organisation du livre

Cet ouvrage est organisé de la manière suivante :

Chapitre 1 - Modèle et cahier des charges. Ce chapitre est consacré à une présentation du modèle avion dans le plan longitudinal, suivie par une présentation du cahier des charges et de l'architecture classique des lois de commande. On y présente aussi les différents outils MATLAB/SIMULINK reliés au modèle de l'avion ainsi que les outils de validation des lois de commande.

Chapitre 2 - Synthèse classique. Nous synthétisons la première loi de commande avec une approche classique telle qu'elle peut être enseignée la première fois dans un cours d'Automatique. Les boucles de contrôle sont synthétisées une à la fois de façon successive par des techniques classiques de lieu des racines et de placement de pôles. Cette façon de procéder conduit à un procédé itératif qui peut vite se révéler laborieux ; cela tranche nettement avec les techniques présentées par la suite où toutes les boucles de contrôle sont synthétisées en même temps.

Chapitre 3 - Synthèse modale. On aborde dans ce chapitre le problème de synthèse par une technique modale de placement de structure propre par retour de sorties. On essaye de remplir le cahier des charges à partir d'un choix adéquat des valeurs et vecteurs propres.

Chapitre 4 - Synthèse LQ/LQG/LTR. Ce chapitre est consacré aux approches optimales de type LQ et LQG. On commencera par étudier le problème dans le cas classique du retour d'état. On montrera aussi, comment on peut généraliser la synthèse LQ en retour de sorties, par une approche itérative. On terminera sur la synthèse LQG avec l'utilisation du filtre de Kalman pour estimer l'état du système. On mentionnera rapidement la synthèse LQG/LTR pour recouvrir certaines propriétés de robustesse.

Chapitre 5 - Synthèse \mathcal{H}_∞ . On propose ici une méthode de synthèse \mathcal{H}_∞ fondée sur un modèle de synthèse faisant apparaître un modèle de référence explicite. On apporte ainsi une solution simple au problème de découplage. De plus, le réglage des filtres de pondération, souvent difficile dans les approches \mathcal{H}_∞ se trouve ainsi facilité.

Chapitre 6 - Synthèse \mathcal{H}_∞ structurée. Pour pallier les problèmes induits par l'ordre élevé des contrôleurs obtenus avec une méthode de synthèse \mathcal{H}_∞ classique, on utilise la synthèse \mathcal{H}_∞ structurée qui permet de choisir l'architecture et de fixer l'ordre du contrôleur tout en essayant de satisfaire des critères de type \mathcal{H}_∞ . Cette approche permet aussi de reprendre les correcteurs de type modal et optimal afin de simplifier encore leur structure (e.g. annulation de certains gains de retour).

Chapitre 7 - Guidage. Le dernier chapitre est consacré au problème de guidage, qui est ici traité par des techniques élémentaires.

Dans la conclusion, on s'attachera à mettre en évidence les complémentarités entre les différentes techniques. Le lecteur pourra ainsi simplement déduire des procédures de synthèse adaptées aux problèmes qu'il souhaite résoudre.

Fichiers MATLAB/SIMULINK

Afin de reproduire les résultats présentés dans le livre, un ensemble de fichiers MATLAB/SIMULINK sont mis à la disposition du lecteur. On peut les classer de la façon suivante :

1. Fichiers relatifs au modèle de l'avion :
 - BARE_AC.mdl, modèle non linéaire de l'avion naturel,
 - FULL_AC.mdl, modèle non linéaire complet (avion naturel, actionneurs, capteurs),
 - FULL_AC_CL_NL.mdl, modèle non linéaire complet en boucle fermée (avec les lois de pilotage),
 - FULL_AC_CL_L.mdl, modèle linéarisé en boucle fermée (avec les lois de pilotage),
 - trimlin.m, fonction permettant la linéarisation du système BARE_AC.mdl en un point de vol.
2. Fichiers relatifs à la synthèse modale (exemple d'une synthèse) :
 - BO_int.mdl, modèle de synthèse avec intégrateurs,
 - modal_int.m, script pour calculer un correcteur modal avec intégrateur,
 - simulK.m, script pour simuler et afficher les courbes d'intérêt.

Ces fichiers sont disponibles en ligne à l'adresse <http://www.dunod.com> sur la page dédiée au livre. Les scripts pour les autres synthèses sont donnés dans le livre ; le lecteur est invité à les reproduire pour obtenir les résultats.

Remerciements

Les auteurs expriment ici leur profonde reconnaissance à Jean-François Magni, ancien directeur de recherche à l'ONERA, brillant automaticien et expert des techniques de commande modale. Le contenu de cet ouvrage repose en grande partie sur des travaux menés dans le cadre du projet européen REAL (1999-2001) dont il fut un élément clé.

Nous dédions ce livre à sa mémoire.

1 • MODÈLE ET CAHIER DES CHARGES

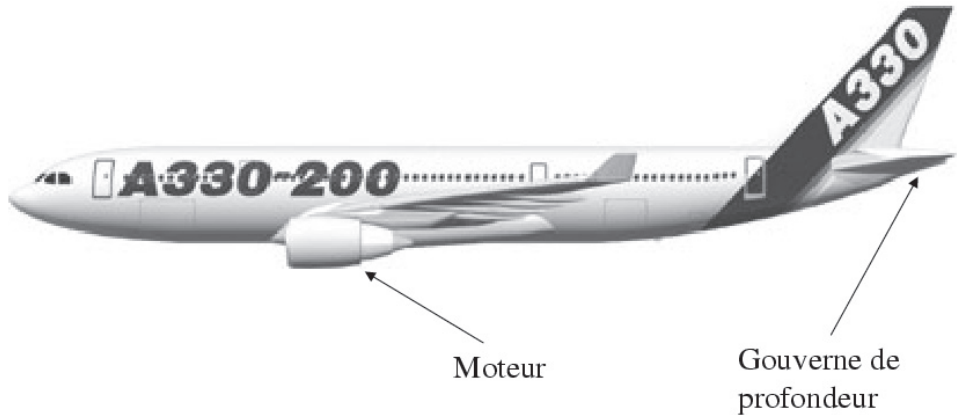


Figure 1.1 – L'avion

On décrit dans ce chapitre un modèle simplifié, néanmoins très réaliste, d'avion civil dans le plan longitudinal. On détaillera ensuite le cahier des charges, puis les contraintes au niveau de l'architecture des lois de commande. Les différents outils MATLAB/SIMULINK nécessaires à la synthèse et à la validation des lois de commande sont aussi présentés.

1.1 L'avion et son environnement

1.1.1 Description globale

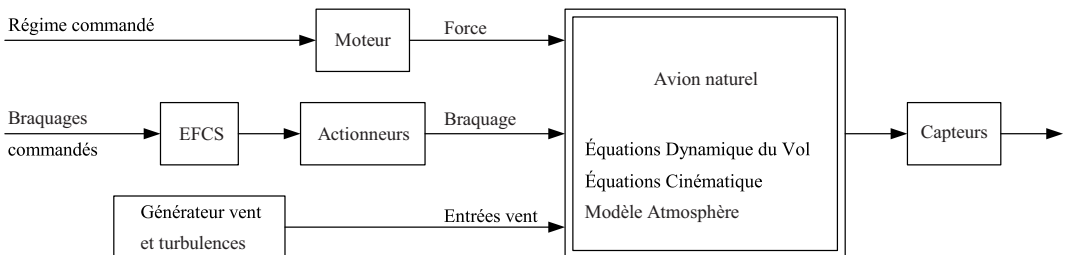


Figure 1.2 – Architecture du modèle

Le modèle considéré est schématisé par la figure 1.2. Il comporte différents éléments reliés entre eux que nous allons préciser :

- **Avion naturel** : il s'agit d'une description du comportement naturel de l'avion, donc sans aucun dispositif de commandes ou de mesures, et *a fortiori* sans aucun système d'asservissements. À ce niveau par exemple, la description des moteurs n'a pas lieu d'être. Dans le modèle de l'avion naturel, on ne considère que la force propulsive générée par les moteurs, de même que le moment cabreur généré par ces derniers, du fait de leur position par rapport au centre de gravité.
- **Systèmes de mesures et commandes** : les systèmes de mesures et de commande comprennent les éléments suivants :
 - Capteur : systèmes permettant de mesurer les signaux utiles aux lois de commande (e.g. vitesses, altitudes, assiette, facteur de charges).
 - Actionneurs : il s'agit des systèmes physiques permettant de mettre en mouvement les diverses gouvernes aérodynamiques (gouverne de profondeur, gouverne de direction, ailerons). Il s'agira typiquement de vérins hydrauliques.
 - EFCS (de l'anglais *Electronic Flight Control System*) : il s'agit ici d'un système spécifique aux avions à commandes de vol électriques. Ce système électronique élabore les commandes qui vont être envoyées aux actionneurs.
- **Moteurs** : placés symétriquement sous les ailes, ils assurent la force propulsive et permettent principalement de réguler la vitesse longitudinale de l'avion (bien que l'on mettra en évidence un couplage naturel avec la vitesse verticale).
- **Vents et turbulences** : la prise en compte de ces éléments est fondamentale dans la phase d'approche car ces perturbations peuvent être responsables d'écarts importants par rapport à la trajectoire nominale. Sur le modèle, l'influence du vent intervient directement sur la vitesse aérodynamique et donc sur l'angle d'incidence. Par la suite, les coefficients aérodynamiques (notamment les coefficients de portance et de traînée) se trouvent également perturbés.

1.1.2 Modèle de l'avion naturel

Le mouvement de l'avion naturel (supposé rigide), dans le plan longitudinal peut être décrit par 6 variables d'états :

$$X = [q \ \theta \ u_b \ w_b \ x \ z]^T$$

On associera les deux premières (q et θ) au mouvement de rotation autour du centre de gravité. La rotation se faisant dans un plan, on voit bien que deux variables suffisent : la vitesse de rotation (q) et l'angle de cette rotation (θ). Les deux variables suivantes u_B et w_B correspondent aux composantes de la vitesse exprimées dans le repère avion. Enfin, les deux dernières variables (x et z) sont associées à la position du centre de gravité de l'avion dans le plan vertical.

Les relations cinématiques et l'application du théorème du moment cinétique conduisent aux équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{q} = J_y(\lambda_m F + M_a) \\ \dot{\theta} = q \\ \dot{u}_b = N_x \\ \dot{w}_b = N_z \\ \dot{x} = u_b \cos \theta + w_b \sin \theta \\ \dot{z} = -u_b \sin \theta + w_b \cos \theta \end{cases} \quad (1.1)$$

Les notations employées sont précisées dans le tableau 1.1.

Tableau 1.1 – Notations relatives à l'avion.

J_y	Inertie de l'avion autour de l'axe de tangage y
F	Force de propulsion des moteurs
λ_m	Distance (projetée dans le plan vertical) entre moteurs et centre de gravité
N_x	Accélération selon l'axe du fuselage
N_z	Accélération normale

L'application du principe fondamental de la dynamique permet d'exprimer les accélérations :

$$\begin{cases} N_x = \frac{F + F_{xa}}{m} - g \sin \theta - q w_b \\ N_z = \frac{F_{za}}{m} + g \cos \theta + q u_b \end{cases} \quad (1.2)$$

Pour compléter le modèle, il reste ensuite à déterminer l'expression des forces et moments aérodynamiques F_{xa} , F_{za} et M_a . Ces expressions font apparaître les coefficients aérodynamiques C_L , C_D et C_m permettant de déterminer respectivement portance, traînée et moment résultant des efforts aérodynamiques appliqués sur l'avion. On a les expressions générales suivantes :

$$\begin{cases} F_{xa} = -\bar{q}(C_D \cos \alpha - C_L \sin \alpha) \\ F_{za} = -\bar{q}(C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha) \\ M_a = \bar{q} \lambda_a C_m - \Delta_x F_{za} \end{cases} \quad (1.3)$$

Les coefficients aérodynamiques C_L , C_D et C_m , dont on ne détaillera pas ici les expressions dépendent principalement de l'incidence (α) et du braquage des gouvernes. Le calcul de l'incidence se fait de la manière suivante :

$$\alpha = \arctan \left(\frac{V_{az}}{V_{ax}} \right) \quad (1.4)$$

où V_{ax} et V_{az} désignent les composantes de la vitesse aérodynamique de l'avion (c'est-à-dire, la vitesse par rapport à l'air). Ces dernières diffèrent donc de u_b et w_b en présence de vent. On note enfin \bar{q} la pression dynamique :

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho (V_{ax}^2 + V_{az}^2)$$