

L'ESSENTIEL DE

MÉCANIQUE

Tout le catalogue sur
www.dunod.com



TOUT EN FICHES

L'ESSENTIEL DE
MÉCANIQUE

Pascal LUSSIEZ

Professeur en Sciences et Techniques Industrielles
au lycée Lamarck (Albert).

DUNOD

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2018

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-77874-4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Fiche 1.	Torseur	1
Fiche 2.	Modélisation des liaisons	5
Fiche 3.	Action mécanique à distance	11
Fiche 4.	Action mécanique d'un fluide sur un solide	13
Fiche 5.	Action mécanique d'un ressort sur un solide	16
Fiche 6.	Action mécanique : solide sur solide	19
Fiche 7.	Torseur et liaison	23
Fiche 8.	Statique	30
Fiche 9.	Statique graphique 2 et 3 forces	36
Fiche 10.	Statique graphique à 4 forces	40
Fiche 11.	Mouvements et trajectoires	46
Fiche 12.	Cinématique	52
Fiche 13.	Cinématique : Solide en translation	58
Fiche 14.	Cinématique : Solide en rotation	65
Fiche 15.	Mouvement plan	71
Fiche 16.	Composition des vitesses	77
Fiche 17.	Dynamique	83
Fiche 18.	Moment d'inertie	89
Fiche 19.	Moment d'inertie équivalente	96
Fiche 20.	Puissance	100
Fiche 21.	Énergétique	106
Fiche 22.	Théorème énergie cinétique	110

Fiche 23.	Théorie des mécanismes	116
Fiche 24.	Torseur de cohésion	123
Fiche 25.	Traction	130
Fiche 26.	Cisaillement	136
Fiche 27.	Torsion	140
Fiche 28.	Flexion simple	147
Fiche 29.	Flambage	154
Fiche 30.	Sollicitations composées	161
Index		167

Objectif

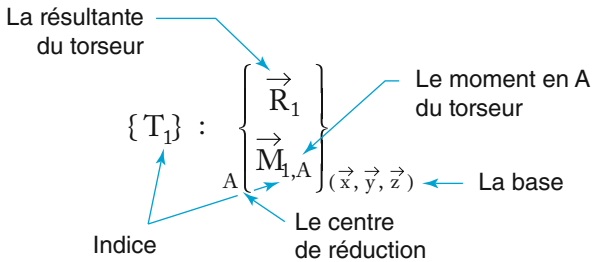
Réduire un torseur en un point.

Calculer une somme de torseurs dans une même base.

1. Définition

On appelle torseur $\{T\}$ l'ensemble de deux champs de vecteurs : \vec{R} et \vec{M}_A

L'ensemble de ces deux vecteurs est appelé **éléments de réduction** du torseur $\{T\}$ au point A (centre de réduction).



2. Torseurs spéciaux

■ Glisseur (ou torseur à résultante)

Un torseur $\{T\}$ de résultante générale non nulle est un **glisseur**, s'il existe au moins un point A où le moment du torseur $\{T\}$ s'annule.

$$\{T\} : \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

■ Torseur couple (ou couple)

Tout torseur non nul, dont la résultante est nulle est un **torseur couple**.

$$\{\mathbf{T}\} : \begin{cases} \vec{0} \\ \vec{M}_A \end{cases}$$

■ Torseur nul

C'est le torseur tel que les éléments de réduction sont nuls.

$$\{\mathbf{T}\} : \begin{cases} \vec{R} = \vec{0} \\ \vec{M}_A = \vec{0} \end{cases}$$

3. Notation

Il existe deux principales manières d'écrire les torseurs.

Forme complète

$$\{\mathbf{T}\} : \begin{cases} \vec{R} = X_A \cdot \vec{x} + Y_A \cdot \vec{y} + Z_A \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_A = L_A \cdot \vec{x} + M_A \cdot \vec{y} + N_A \cdot \vec{z} \end{cases}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Forme compacte

$$\{\mathbf{T}\} : \begin{cases} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{cases}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

4. Opérations sur les torseurs

■ Réduction d'un torseur

$$\{T\} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{M}_A \end{array} \right\}_{A(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \xrightarrow{?} \{T\} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{M}_B \end{array} \right\}_{B(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Dans un torseur, la résultante est invariante, seul le moment varie en fonction du centre de réduction. Pour exprimer un torseur en autre point on utilise la relation de **transport de moment**, soit :

$$\boxed{\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \wedge \vec{R}}$$

EXERCICE 1

Réduire au point B(3,2,0), le torseur $\{T\} : \left\{ \begin{array}{c} -2 \ 2 \\ 4 \ 1 \\ 5 \ 1 \end{array} \right\}_{A(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$, avec A(2,1,0)

Solution

$$\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \wedge \vec{R} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 \\ 6 \\ -5 \end{vmatrix} \Rightarrow \{T\} : \left\{ \begin{array}{c} -2 \ -3 \\ 4 \ 6 \\ 5 \ -5 \end{array} \right\}_{B(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Remarque : Le produit vectoriel est prioritaire sur l'addition.

■ Somme de deux torseurs

Soit dans un même repère les deux torseurs suivants :

$$\{T_1\} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_1 \\ \vec{M}_{1,A} \end{array} \right\}_{A} \text{ et } \{T_2\} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_2 \\ \vec{M}_{2,A} \end{array} \right\}_{A}$$

La somme des torseurs est définie par :

$$\{T_1 + T_2\} : \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_1 + \bar{R}_2 \\ \bar{M}_{1,A} + \bar{M}_{2,A} \end{array} \right\}$$

Les deux torseurs doivent être exprimés au **même centre de réduction** et **dans la même base**.

EXERCICE 2

Soit dans un repère $\mathcal{R}(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, les torseurs suivants :

$$\{T_1\} : \left\{ \begin{array}{l} 2 \ 0 \\ 1 \ 0 \\ 5 \ 0 \end{array} \right\}_O, \quad \{T_2\} : \left\{ \begin{array}{l} 1 \ 0 \\ 0 \ 5 \\ 4 \ 2 \end{array} \right\}_A \quad \text{et} \quad \{T_3\} : \left\{ \begin{array}{l} 1 \ 4 \\ 4 \ 0 \\ 1 \ 4 \end{array} \right\}_B$$

Calculer la somme des torseurs au point O.

Coordonnées des points : A(1,2,1) et B(3,0,1).

Solution

De la même façon que dans l'exemple précédent, on réduit les torseurs $\{T_2\}$ et $\{T_3\}$ au point O, et on additionne les torseurs.

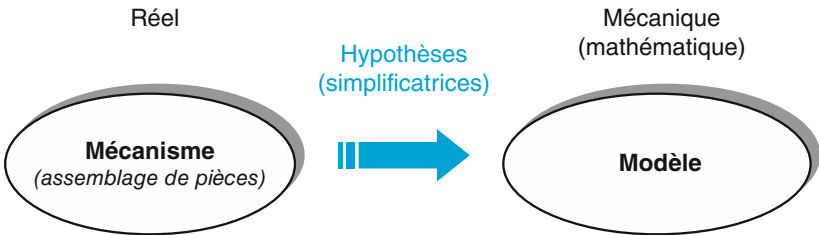
$$\begin{aligned} \{T_1\} : \left\{ \begin{array}{l} 2 \ 0 \\ 1 \ 0 \\ 5 \ 0 \end{array} \right\}_O &+ \{T_2\} : \left\{ \begin{array}{l} 1 \ 8 \\ 0 \ 2 \\ 4 \ 0 \end{array} \right\}_O &+ \{T_3\} : \left\{ \begin{array}{l} 1 \ 0 \\ 4 \ -2 \\ 1 \ 16 \end{array} \right\}_O \\ &= \{T\} : \left\{ \begin{array}{l} 4 \ 8 \\ 5 \ 0 \\ 10 \ 16 \end{array} \right\}_O \end{aligned}$$

Objectif

Identifier une liaison entre solide.

1. Modélisation

Pour appliquer les lois de la mécanique, il est nécessaire d'utiliser un modèle, c'est-à-dire une image simplifiée de la réalité, souvent représentée sous forme de schéma.



2. Hypothèses

Le modèle d'étude pour l'étude d'un mécanisme s'appuie sur deux groupes d'hypothèses relatives aux pièces et aux assemblages :

■ Pièces

Les pièces sont des solides indéformables (ou rigides).

Les pièces sont de géométrie parfaite.

■ Assemblages

Les assemblages sont des liaisons parfaites, c'est-à-dire :

- les surfaces de contacts sont géométriquement parfaites (cylindres, plans, sphères...);

- sans jeu ;
- sans frottement ;
- bilatérales (le contact se fait dans les deux sens).

Ce type de modèle est celui généralement retenu dans le cadre d'études d'avant-projets de mécanismes.

3. Caractéristiques d'une liaison

Une liaison entre deux solides est une relation de **contact** entre deux solides.

On caractérise une liaison par :

- sa géométrie de contact ;
- son repère local associé ;
- son centre géométrique.

■ Géométrie des contacts

D'un point de vue théorique, il existe 3 géométries de contact : contact ponctuel, contact linéaire et le contact surfacique (dans la réalité, il n'existe que le contact surfacique (solides réels).

■ Repère local associé (R.L.A.)

Le repère local associé à une liaison permet d'exprimer simplement les éléments cinématiques et statiques caractérisant de façon simple les degrés de liberté et de liaison.

NOTION DE DEGRÉ DE LIBERTÉ (OU DEGRÉS DE MOBILITÉS)

Le nombre de degré de liberté d'une liaison est le nombre des mouvements relatifs indépendants que la liaison autorise entre les deux pièces considérées.

DEGRÉ DE LIAISON

C'est le nombre de déplacements élémentaires interdits. On notera que pour une liaison, la somme des degrés de libertés et des degrés de liaisons est égale à 6. Le degré de liaison correspond au nombre de composantes du torseur des actions mécaniques transmissibles.

Centre géométrique

L'origine du repère idéal est le centre de la liaison.

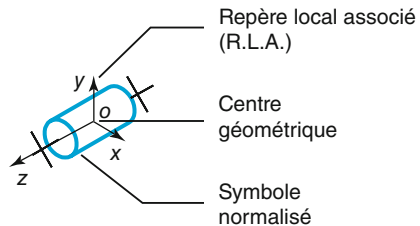
EXEMPLE.

La liaison pivot d'axe (O, \vec{z})

Degré de liberté : 1

(une rotation d'axe \vec{z})

Degré de liaison : 5 ($6 - 1$)



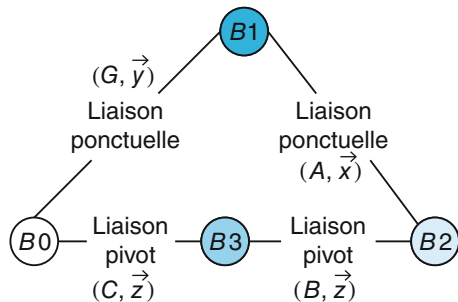
4. Classe d'équivalence

Un ensemble de pièces n'ayant aucun mouvement relatif entre elles, constitue une classe d'équivalence cinématique. Les pièces sont liées par une liaison complète.

5. Graphe des liaisons (ou de structure)

Le graphe de structure est un outil descriptif qui permet de faire le bilan des solides et des liaisons entre les solides d'un mécanisme.

Dans le graphe des liaisons les solides ou ensemble de solides sont schématisés par des cercles et les liaisons par des arcs de courbe joignant ces cercles.



6. Règles de modélisation

Règle n° 1 : Lorsque l'on étudie la liaison pouvant exister entre 2 solides, on n'étudie que ces 2 solides, le reste du mécanisme étant supposé enlevé.

Règle n° 2 : S'il n'y a pas de surface de contact entre ces 2 solides, il n'y a pas de liaisons mécaniques entre ces 2 solides.

Règle n° 3 : On ne tient pas compte des pièces déformables (voir hypothèse sur le solide).

7. Le schéma cinématique

Le schéma cinématique d'un mécanisme décrit exclusivement des mouvements possibles entre les différents sous-ensembles qui le constituent.

8. Le schéma d'architecture

Le schéma d'architecture d'un mécanisme définit toutes les liaisons élémentaires entre les différents sous-ensembles qui le constituent.

9. Symboles des liaisons normalisées

	Représentation plane	Représentation spatiale	Mouvements relatifs						
Liaison encastrement de centre O.			<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> </table>	x	x	x	x	x	x
x	x								
x	x								
x	x								
Liaison pivot de centre O d'axe z.			<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>Rz</td><td>x</td></tr> </table>	x	x	x	x	Rz	x
x	x								
x	x								
Rz	x								
Liaison glissière de centre O d'axe z.			<table border="1"> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>Tz</td></tr> </table>	x	x	x	x	x	Tz
x	x								
x	x								
x	Tz								