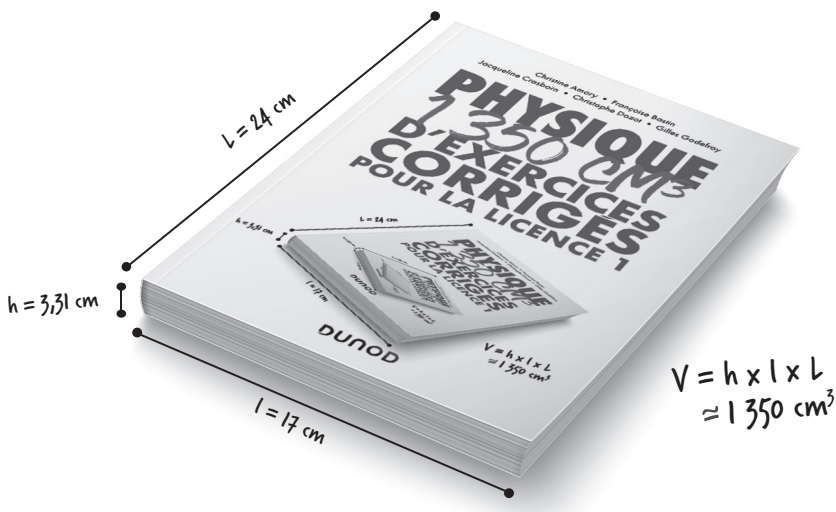


**PHYSIQUE**  
**1 350 CM<sup>3</sup>**  
**D'EXERCICES**  
**CORRIGÉS**  
**POUR LA LICENCE 1**



Thierry Alhalel • Philippe Schwemling

# PHYSIQUE 1 350 CM<sup>3</sup> D'EXERCICES CORRIGÉS POUR LA LICENCE 1



DUNOD

Conception de la couverture : Clément Pinçon (WIP)

Illustrations : Rachid Maraiï

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2020

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

[www.dunod.com](http://www.dunod.com)

ISBN 978-2-10-080167-1

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Table des matières

<b>Chapitre 1</b>	<b>Thermodynamique</b>	1
1.	Rappels de cours	1
1.1.	Grandeurs thermodynamiques	1
1.2.	Le premier principe de la thermodynamique	3
1.3.	Le second principe de la thermodynamique	4
1.4.	Les coefficients thermodynamiques et thermoélastiques	5
1.5.	Le gaz parfait et les gaz réels	5
1.6.	Corps pur et changement de phases	7
1.7.	Chaleur latente de changement d'état	9
1.8.	Les machines thermiques	10
1.9.	Notion d'humidité de l'air	15
1.10.	Dérivées partielles en thermodynamique	16
2.	Exercices	18
2.1.	Exercices généraux et calorimétrie	18
2.2.	Autour du premier principe de la thermodynamique	26
2.3.	Autour du deuxième principe de la thermodynamique	29
2.4.	Coefficients thermoélastiques, gaz parfait et gaz réels	34
2.5.	Phases et changement de phase	43
2.6.	Les machines thermiques	49
<b>Chapitre 2</b>	<b>Optique géométrique</b>	67
1.	Rappels de cours	67
1.1.	Indice de réfraction	67
1.2.	Lois de la réflexion et de la réfraction	67
1.3.	Les lentilles minces	69
1.4.	Les miroirs	72
1.5.	Les aberrations	73
2.	Exercices	75
2.1.	Réflexion et réfraction	75
2.2.	Instruments et systèmes optiques	82
<b>Chapitre 3</b>	<b>Mécanique des fluides</b>	101
1.	Rappels de cours	101
1.1.	Grandeurs importantes	101
1.2.	Statique des fluides	102
1.3.	Dynamique des fluides parfaits	102

1.4.	Fluides visqueux et nombre de Reynolds	103
1.5.	Notion de pertes de charge	104
2.	Exercices	105
2.1.	Statique des fluides	105
2.2.	Dynamique des fluides	114
2.3.	Pertes de charge	120
<b>Chapitre 4</b>	<b>Électrostatique</b>	127
1.	Rappels de cours	127
1.1.	Charge électrique	127
1.2.	Potentiel électrostatique	128
1.3.	Champ électrique	130
1.4.	Surfaces équipotielles, lignes de champ	131
1.5.	Force électrostatique	132
1.6.	Énergie électrostatique	132
1.7.	Conducteurs et isolants	132
1.8.	Théorème de Gauss	133
1.9.	Exploitation des symétries	134
1.10.	Capacité électrostatique	134
2.	Exercices	134
2.1.	Potentiel et champ créé par une charge ponctuelle	134
2.2.	Quelques ordres de grandeur	137
2.3.	Potentiel et champ créé par deux charges ponctuelles identiques	137
2.4.	Potentiel électrostatique et champ électrique créé par une distribution de charges linéique constante	139
2.5.	Potentiel et champ électrostatique créés par une boule	141
2.6.	Condensateur plan	143
2.7.	Condensateur sphérique	146
2.8.	Condensateur cylindrique	147
2.9.	Condensateur en coin	148
2.10.	Energie stockée dans un condensateur	149
2.11.	Microphone électrostatique	150
2.12.	Énergie électrostatique	151
2.13.	Modèles classiques de l'électron	153
2.14.	Distribution surfacique de charge	154
2.15.	Pression électrostatique	156
2.16.	Chambre d'ionisation	157
<b>Chapitre 5</b>	<b>Mécanique du point</b>	159
1.	Rappels de cours	159
1.1.	Les coordonnées d'un point	159
1.2.	Lois de Newton	163

1.3.	Énergie cinétique, énergie potentielle, énergie mécanique	164
1.4.	Travail, puissance	165
2.	Exercices	166
2.1.	Mesure de l'accélération d'un train	166
2.2.	Centrifugeuse	167
2.3.	Mouvement sur une hélice	168
2.4.	Mouvement sur une spirale	169
2.5.	Énergie potentielle stockée dans un ressort	171
2.6.	Association de ressorts en série et en parallèle	172
2.7.	Viser le panier au basket	173
2.8.	Système masse-ressort	175
2.9.	Oscillations d'un solide partiellement plongé dans un liquide	178
2.10.	Oscillateurs couplés	180
2.11.	Machine d'Atwood	181
2.12.	Montée des bulles d'air dans un liquide	184
2.13.	Chute dans un liquide visqueux	185
2.14.	Train dans une courbe	186
2.15.	Coefficient de restitution	187
2.16.	Collisions entre deux corps	188
2.17.	Collision de balles	189
2.18.	Comparaison de référentiels	191
2.19.	Oscillation à travers la Terre	192
2.20.	Plan incliné	193
2.21.	Bille glissant sur un arceau vertical	194
<b>Chapitre 6</b>	<b>Introduction à la mécanique des solides</b>	197
1.	Rappels de cours	197
1.1.	Masse et centre de masse d'un solide	197
1.2.	Notion de moment d'inertie par rapport à un axe	198
1.3.	Notion de base principale d'inertie	200
1.4.	Notion de moment d'inertie par rapport à un point	201
1.5.	Les moments d'inertie des principaux solides simples	202
1.6.	Théorème de Huyghens	202
1.7.	Solide en mouvement autour d'un axe fixe	203
2.	Exercices	203
2.1.	Détermination de centre de masse	203
2.2.	Calcul de moments d'inertie	207
2.3.	Mouvement des solides autour d'un axe	217
3.	Annexe : intégrales multiples	235

<b>Chapitre 7</b>	<b>Électrocinétique, électronique analogique</b>	239
1.	Rappels de cours	239
1.1.	Loi des noeuds, loi des mailles	239
1.2.	Conventions récepteur et générateur	239
1.3.	Dipôles élémentaires	240
1.4.	Associations en parallèle ou en série de dipôles	242
1.5.	Théorème de Thévenin	242
1.6.	Théorème de Norton	244
1.7.	Continuité des grandeurs électriques	244
1.8.	Représentation complexe des grandeurs électriques	244
1.9.	Impédances complexes	245
1.10.	Amplificateur opérationnel idéal	246
1.11.	Puissance délivrée ou dissipée par un dipôle	248
1.12.	Énergie stockée dans un dipôle	249
2.	Exercices	249
2.1.	Combinaison de résistances	249
2.2.	Combinaison de condensateurs	251
2.3.	Combinaison d'inductances	252
2.4.	Résistance composée	253
2.5.	Pont diviseur résistif	254
2.6.	Pont de Wheatstone	255
2.7.	Transmission optimale de puissance	257
2.8.	Effet Joule	258
2.9.	Equivalence entre source de courant et de tension	258
2.10.	Alimentation stabilisée	259
2.11.	Théorème de Thévenin	262
2.12.	Charge d'un circuit RC	263
2.13.	Considérations énergétiques	264
2.14.	Charge d'un circuit LR	265
2.15.	Filtre passe-bas capacitif	266
2.16.	Filtre passe-haut capacitif	270
2.17.	Filtre passe-bas inductif	273
2.18.	Filtre passe-haut inductif	275
2.19.	Filtre passe-bande passif	276
2.20.	Filtre réjecteur de bande passif	279
2.21.	Filtre de Wien	281
2.22.	Suiveur	283
2.23.	Amplificateur inverseur	284
2.24.	Amplificateur non inverseur	285
2.25.	Sommateur inverseur	286
2.26.	Sommateur non inverseur	287
2.27.	Soustracteur	288



2.28. Conversion tension vers courant	289
2.29. Convertisseur courant vers tension	290
2.30. Filtre passe-bas actif	291
2.31. Filtre passe-haut actif	292
2.32. Inductance active	293
2.33. Résistance négative	294
2.34. Source de courant de Howland	295
2.35. Alimentation stabilisée et diode	295
2.36. Amplificateur logarithmique	298
2.37. Comparateur	299
2.38. Circuit à hystérésis : trigger de Schmitt	301
<b>Chapitre 8</b> <b>Électronique numérique</b>	<b>305</b>
1. Rappels de cours	305
1.1. Fonctions logiques usuelles	305
1.2. Notations	307
1.3. Règles de calcul logique	308
1.4. Simplification : tableaux de Karnaugh	308
2. Exercices	310
2.1. Simplification d'expressions	310
2.2. Simplification d'expressions	311
2.3. Universalité des opérateurs <i>NON-ET</i> et <i>NON-OU</i>	311
2.4. Multiplexeur et démultiplexeur	312
2.5. Comparaison de deux schémas simples	314
2.6. Additionneur sur un bit	315
2.7. Convertisseur en code Gray	316
2.8. Multiplieur	318
2.9. Comparateur	320
2.10. Circuit diviseur sur deux bits	321
<b>Chapitre 9</b> <b>Application de la physique à l'astrophysique</b>	<b>325</b>
1. Problème 1 : une étude simple des mouvements orbitaux	326
2. Problème 2 : Une évaluation du ralentissement de la Terre	334
3. Problème 3 : Une estimation de la température centrale du Soleil	339
4. Problème 4 : Peser les amas d'étoiles	344

<b>Chapitre 10</b>	<b>Simulation numérique</b>	353
1.	Rappels de cours : quelques techniques de simulation numérique	354
1.1.	Calcul d'une intégrale $\int_a^b f(x)dx$	354
1.2.	Méthode de Monte-Carlo	356
1.3.	Recherche de solutions d'une équation différentielle	357
2.	Exercices	358
2.1.	Charge d'un condensateur par un courant variable	358
2.2.	Travail effectué par une force	365
2.3.	Mouvement brownien	369
2.4.	Calcul du volume d'une hyperbole	380
2.5.	Mouillage d'une surface par la pluie	383
2.6.	Charge d'un circuit RC par un échelon de tension	387
2.7.	Oscillations d'un système masse-ressort	392
2.8.	Oscillations d'un pendule simple	395
2.9.	Système à deux corps en interaction gravitationnelle : Terre et satellite	399
2.10.	Filtre passe-bas	404
2.11.	Calcul du potentiel électrostatique créé par plusieurs charges	406
2.12.	Simulation de la propagation des épidémies	409
<b>Chapitre 11</b>	<b>Incertitudes et ajustements en physique</b>	417
1.	Rappels de cours	417
1.1.	Rappels sur la présentation d'un résultat	417
1.2.	La propagation des incertitudes	419
1.3.	Les différents types d'incertitude	420
1.4.	La notion d'intervalle de confiance - incertitudes élargies	422
1.5.	Ajustement de données	424
1.6.	Le test du $\chi^2$	427
2.	Exercices	428
2.1.	Propagation des incertitudes	428
2.2.	Incertitudes de type A et B	430
2.3.	Incertitudes élargies - intervalle de confiance	434
2.4.	Ajustements	436
2.5.	Test du $\chi^2$	440
3.	Les tables	444
	<b>Index</b>	449

## 1 Rappels de cours

### 1.1 Grandeurs thermodynamiques

La thermodynamique est la partie de la physique qui étudie les échanges d'énergie et les propriétés et changements d'états de la matière au niveau macroscopique. Elle permet de comprendre et éventuellement d'améliorer les machines thermiques (moteurs, pompe à chaleur...), mais aussi d'étudier qualitativement et quantitativement certains phénomènes naturels (convection dans l'atmosphère, rayonnement solaire...).

Parmi les quantités importantes en thermodynamique, on rencontre :

- La **température**  $T$ , dont l'unité dans le Système International est le kelvin (K). On rappelle aussi les trois échelles de températures (sur la figure 1.1) Kelvin, Celsius et Fahrenheit et leurs correspondances.
- La **pression**  $P$ , dont l'unité dans le Système International est le pascal (Pa). On sait que d'un point de vue dimensionnel, la pression est le quotient d'une force  $F$  par une surface  $S$  :

$$P = \frac{F}{S}$$

On utilise également deux autres unités de pression de façon assez courante :

- le bar : 1 bar = 100 000 Pa ;
- l'atmosphère : 1 atm = 101 325 Pa.

Par ailleurs, dans un **fluide incompressible** on peut écrire la loi de l'hydrostatique :

$$dP = -\rho g dz$$

qui relie la variation infinitésimale de pression  $dP$  à la masse volumique  $\rho$ , à l'accélération de la pesanteur  $g$  et à la variation infinitésimale de hauteur  $dz$ .

- La **chaleur**  $Q$  qui est un mode de transfert d'énergie (**désordonné** au niveau microscopique), dont l'unité SI est le joule (J). On admet ici que pour un corps solide ou liquide (quasi incompressible) on peut relier la chaleur  $Q$  et la température  $T$ , par la formule :

$$Q = mc(T_{final} - T_{initial})$$

où  $c$  est la capacité thermique massique du corps qui s'exprime dans le système SI en  $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ,  $m$  sa masse en kg et  $T_{final}$ ,  $T_{initial}$  les températures de départ de d'arrivée. On a supposé qu'il n'y avait pas de changement d'état dans l'expérience.

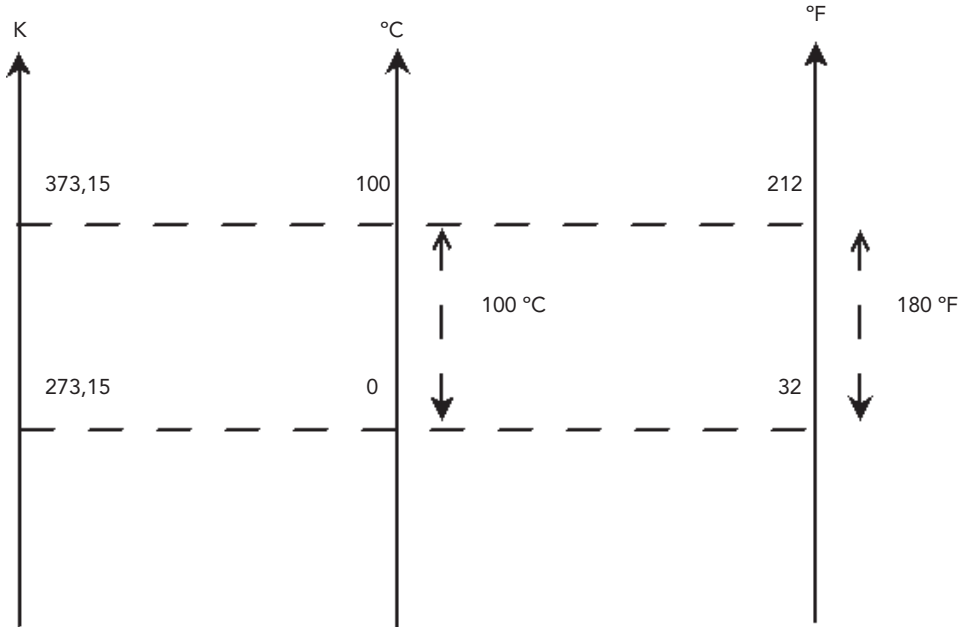


Figure 1.1 – Les trois échelles de températures K, °C, °F.

- Lorsqu'on mélange deux fluides (deux liquides en général), l'équation de mélange de la calorimétrie permet de relier la température d'équilibre  $T_f$  du mélange avec les températures initiales  $T_1$ ,  $T_2$  et les caractéristiques de masses  $m_1$ ,  $m_2$  ainsi que les capacités thermiques massiques  $c_1$  et  $c_2$  :

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

soit encore :  $m_1 \times c_1 \times (T_f - T_1) + m_2 \times c_2 \times (T_f - T_2) = 0$

- Le **travail**  $W$  est un autre mode de transfert d'énergie (**ordonné** au niveau macroscopique) dont l'unité SI est le joule (J). Lorsqu'un gaz subit un certain travail (par exemple dans un cylindre fermé par un piston mobile sur lequel l'opérateur appuie avec la pression notée  $P_{ext}$ ), celui peut se définir comme :

$$W = - \int_{V_{initial}}^{V_{final}} P_{ext} dV$$

où les bornes de l'intégrale sont les volumes initial et final du gaz, et où le signe moins montre que si le volume diminue (compression du gaz)  $W$  est positif par convention (reçu par le système gaz). Au contraire, si le volume augmente (détente du gaz),  $W$  est négatif, car cédé par le système gaz à l'extérieur.

**Remarque** : Il est très important de noter que dans le cas général la pression extérieure  $P_{ext}$  n'est pas égale à la pression du gaz  $P$  (sinon le piston ne pourrait être mobile). C'est seulement dans le cas d'une transformation lente (appelée aussi **quasi-statique**) qu'on aura :

$$P_{ext} \approx P$$

- On distingue, en thermodynamique, entre les **grandeurs extensives**, qui sont proportionnelles à la quantité de matière et les **grandeurs intensives** qui sont indépendantes de la quantité de matière. Pour les premières, citons : le volume  $V$ , le nombre de moles  $n$ , la masse  $m$ . Pour les deuxièmes, citons : la pression  $p$ , la température  $T$ , la masse volumique  $\rho$ .

## 1.2 Le premier principe de la thermodynamique

On définit (voir la figure 1.2) un système thermodynamique **fermé** comme un système qui ne peut échanger avec l'extérieur que de l'énergie, sous forme de travail  $W$  ou de chaleur  $Q$ , mais pas sous forme de matière. On définit un système thermodynamique **isolé** comme un système qui ne peut **rien** échanger avec l'extérieur, ni chaleur, ni travail, ni matière.

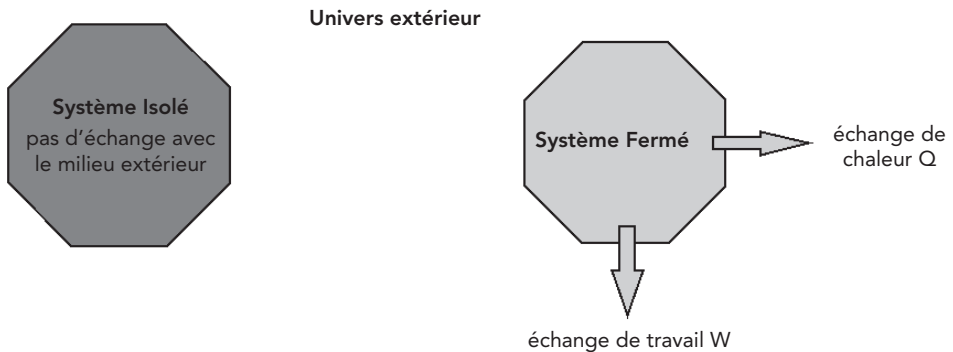


Figure 1.2 – Système isolé et système fermé.

### *Premier principe de la thermodynamique*

Pour tout système fermé (au repos macroscopique), il existe une **fonction d'état extensive**  $U$ , appelée **énergie interne**, telle que sa variation  $\Delta U = U_2 - U_1$  entre deux dates  $t_1$  et  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ) s'écrive :

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W + Q$$

ou de façon infinitésimale :

$$dU = \delta W + \delta Q$$

- L'énergie interne  $U$  est une grandeur **conservative**, c'est-à-dire qui reste constante si le système n'échange rien avec l'extérieur.
- Si le système est isolé, il n'y a alors aucun échange, et dans ce cas  $\Delta U = 0$ ,  $U$  est donc conservée.
- Si l'évolution du système fermé est cyclique (retour au point de départ), alors  $\Delta U_{cycle} = 0$ .

- Si le volume du système ne varie pas et s'il n'y a pas d'échange de travail (électrique par exemple), alors le premier principe se résume à :  $\Delta U = \sum Q$ .
- Si le système de l'item précédent est isolé (pensons à un calorimètre par exemple), on a alors :  $\sum Q = 0$ .
- Dans le cas du mélange de deux liquides de températures initiales différentes dans un calorimètre isolé, le cas précédent permet de retrouver l'équation de la calorimétrie :

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

- L'énergie interne U est homogène à une énergie, soit dans le système SI : J.
- U est une fonction dite d'état, c'est-à-dire que ses variations ne dépendent pas du chemin suivi, mais seulement des points de départ et d'arrivée.

On définit aussi, à partir de l'énergie interne U, une nouvelle fonction d'état thermodynamique, l'**enthalpie H**, sous la forme :

$$H = U + PV$$

- L'unité SI de la fonction H est le joule.
- H, tout comme U, est une fonction d'état.
- Pour une transformation à pression constante (**isobare**), la variation d'enthalpie est simplement égale à l'échange de chaleur (si le travail n'est dû qu'aux forces de pression) :

$$\Delta H = Q_p$$

ce qui correspond à tous les processus physique ou chimique ayant lieu à la pression atmosphérique par exemple,

- La démonstration du résultat précédent se fait en exprimant la différentielle de H :

$$dH = dU + PdV + VdP = Q - PdV + PdV + VdP = Q + VdP$$

On peut conclure que  $\Delta H = Q_p$  pour un processus isobare.

- Il convient de ne pas confondre un **processus isobare** (la pression du système est définie et constante lors de la transformation) et un processus **monobare**, où la **pression extérieure est constante**. Il ne faut pas confondre non plus une transformation **isotherme** (le système a une température constante) et une transformation **monotherme** où c'est la température du milieu extérieur qui est constante.

### 1.3 Le second principe de la thermodynamique

#### *Second principe de la thermodynamique*

Pour tout système fermé, il existe une fonction d'état extensive, **non conservative** S, appelée **entropie**, telle que sa variation entre deux instants ( $t_1 < t_2$ ) s'écrive :

$$\Delta S = S^p + \int \frac{\delta Q}{T_S} = S^p + S^e$$

- $S^p$  est l'**entropie produite** lors de la transformation. Cette quantité est positive (processus réel irréversible) ou nulle (processus réversible).
- $T_S$  est la température thermodynamique de surface du système, quantité intensive et positive, exprimée en K.
- $S^e$  est l'entropie échangée entre le système et l'extérieur, au travers de la surface qui les délimite.
- L'entropie est homogène à une énergie divisée par une température, soit dans le système SI :  $J \cdot K^{-1}$ .
- Pour un processus irréversible (réel) le signe de  $S^p$  est le même que celui de la différence temporelle  $t_2 - t_1$ , ce qui montre que l'entropie permet de donner un sens à l'écoulement du temps, ce que l'on appelle aussi la **flèche du temps**.
- $S$ , tout comme  $U$ , est une fonction d'état.
- Un processus réversible ( $S^p = 0$ ) et adiabatique ( $Q = 0$ ) est un processus **isentropique**, c'est-à-dire que l'entropie reste constante.

## 1.4 Les coefficients thermodynamiques et thermoélastiques

### Coefficients thermoélastiques

Ces coefficients donnent la réponse d'un système à une variation de paramètre. On définit ainsi le **coefficient de dilatation isobare**, qui permet de mesurer la variation de volume avec la température, la pression étant constante :  $\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$

- le **coefficient de compression isochore** :  $\beta = \frac{1}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$
- le **coefficient de compressibilité isotherme** :  $\chi_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$
- le **coefficient de compressibilité isentropique** :  $\chi_S = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_S$

### Coefficients calorimétriques

On définit également deux coefficients calorimétriques très importants :

- le **coefficient de dilatation isotherme** :  $l = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$
- le **coefficient de compression isotherme** :  $h = -T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$

## 1.5 Le gaz parfait et les gaz réels

### Gaz parfait

On sait que le gaz parfait (souvent noté GP) est une idéalisation où les molécules de gaz sont assimilées à des points se déplaçant sans interaction (autre que les éventuels

chocs) dans un volume  $V$ , le gaz étant à la pression  $P$  et à la température  $T$ . Ce modèle est adapté aux cas où la pression est faible (quelques bars) et la température  $T$  dans la gamme des valeurs usuelles (273 K pour fixer un ordre de grandeur). L'équation du gaz parfait est :

$$PV = nRT$$

où  $n$  est le nombre de moles de gaz, soit aussi :  $n = \frac{N}{N_A}$  avec  $N$  le nombre de **molécules** et  $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  le nombre d'Avogadro.

### Relations liées aux gaz parfaits

Un gaz parfait suit les deux lois dites de Joule :

- **Première loi de Joule** (ou de Joule Gay-Lussac) : l'énergie interne  $U$  d'un gaz parfait ne dépend que de sa température, soit aussi :  $\Delta U = n.C_{vm}.\Delta T$ , où  $C_{vm}$  est la capacité thermique molaire **isochore** (volume constant) (en  $J \cdot K^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ ).
- **Deuxième loi de Joule** (ou de Joule-Thomson) : l'enthalpie  $H$  d'un gaz parfait ne dépend que de sa température, soit aussi :  $\Delta H = n.C_{pm}.\Delta T$ , où  $C_{pm}$  est la capacité thermique molaire isobare (en  $J \cdot K^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ ).
- On admettra ici la **relation de Mayer** :  $C_{pm} - C_{vm} = R$  pour un gaz parfait.

De plus, un gaz parfait qui subit une transformation adiabatique et réversible suit la **loi de Laplace** (voir les exercices du second principe pour une démonstration) :

$$P \times V^\gamma = \text{constante}$$

où  $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}} \approx 1,4$  (pour les gaz parfaits diatomiques).

### Gaz réel

Si la pression est plus importante, il faut tenir compte du volume occupé par les molécules elles-mêmes, on note alors  $b$  le paramètre (exprimé en  $\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$ ) qui donne cette occupation, et le volume disponible devient alors  $V - n.b$ . L'équation de ce gaz réel est :

$$P(V - n.b) = nRT$$

Le coefficient  $b$  est appelé le covolume molaire, il s'exprime en  $\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Le modèle du gaz parfait est à peu près correct tant que la pression est faible. Si elle augmente, on doit tenir compte du volume moléculaire et des interactions intermoléculaires, dites de Van der Waals. Dans ce cas, l'**équation d'état de Van der Waals** s'écrit :

$$\left( P + n^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - n.b) = nRT$$



## 1.6 Corps pur et changement de phases

Un **corps pur** se définit comme une substance ne contenant qu'un seul type de composé (atome ou molécule). Ainsi l'eau  $H_2O$  est-elle un corps pur, tout comme le dioxyde de carbone  $CO_2$  ou le dioxygène  $O_2$ . à l'inverse, l'air qui est composé essentiellement de dioxygène et de diazote n'est pas un corps pur. Un corps pur peut se présenter sous trois formes (on dit aussi **phases**) en général : solide, liquide ou gaz. Lorsqu'on passe d'un état à un autre, on dit qu'il y a **changement d'état**. La figure 1.3 résume les différentes possibilités.

On appelle **pression de vapeur saturante**  $P_{sat}$  la pression d'équilibre correspondant aux deux phases gaz et liquide, pour T fixée. La loi de Dupré relie  $P_{sat}$  et T, sous la forme approximative :

$$\ln(P_{sat}) = a + \frac{b}{T} + c \times \ln(T)$$

où les coefficients  $a, b, c$  dépendent du corps pur considéré.

Il est bon de se souvenir que lors d'un changement de phase, et tout au long de cette transformation, la température du mélange phase1/phase2 ne change pas (la pression étant constante). C'est pour cela que l'on dit que l'eau bout à  $100\text{ }^\circ\text{C}$  : à la pression atmosphérique  $P = 1013\text{ hPa}$ , et tout au long de la vaporisation, le mélange eau liquide/eau vapeur est à  $100\text{ }^\circ\text{C}$ . Les paramètres déterminants pour les changements de phases sont donc la pression P et la température T. On représente les changements possibles dans le plan (P,T), dit diagramme des phases. La figure 1.4 donne celui de l'eau. Chaque zone solide/liquide/gaz est un état d'équilibre pour la phase considérée.

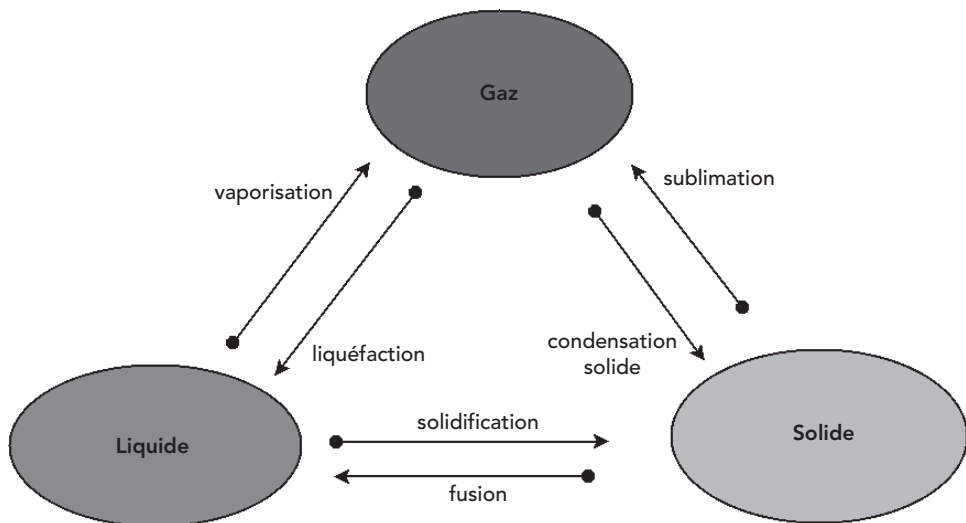


Figure 1.3 – Changements d'états.

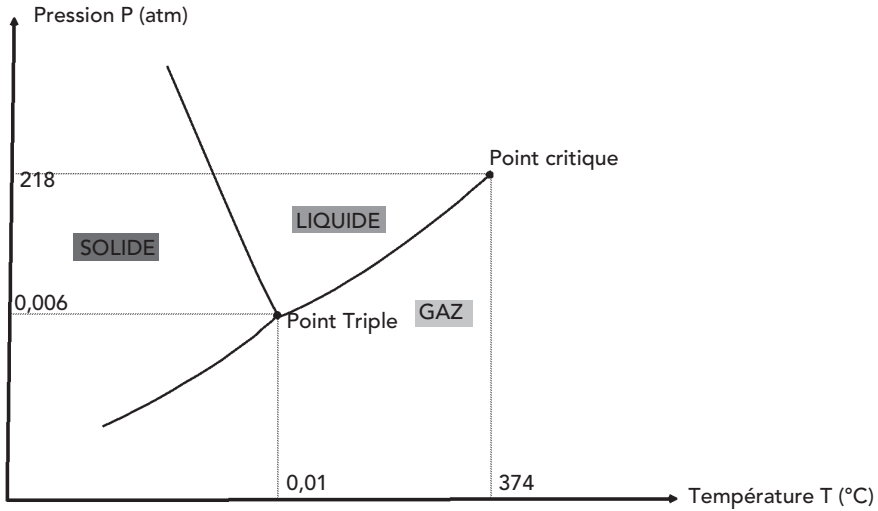
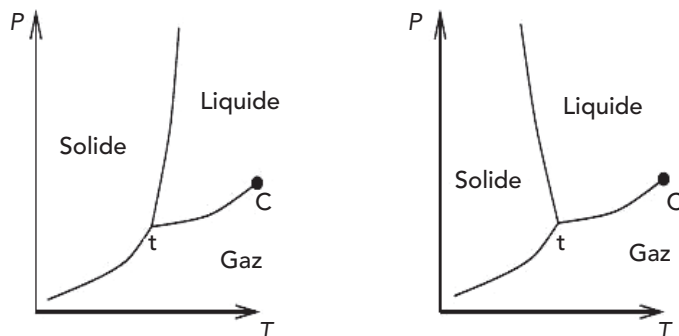


Figure 1.4 – Diagramme de phases de l'eau.

L'interface entre deux zones est un équilibre entre deux phases, ce qui, compte tenu de P et de T (fixés), donne une courbe d'équilibre diphasique. Il existe deux points très particuliers :

- le **point triple** : c'est au point triple, et au point triple seulement, qu'on peut avoir **coexistence à l'équilibre** de trois phases en même temps : solide /liquide /gaz. En ce point particulier P et T sont fixés, et sont donc caractéristiques du corps pur considéré. Pour l'eau, le point triple est défini par :  $P = 0,006$  atm et  $T = 0,01$  °C. On se sert d'ailleurs des points triples de plusieurs corps purs en métrologie pour étalonner des instruments de mesures.
- le **point critique** est le point de terminaison de la courbe d'équilibre diphasique liquide /gaz. Il se situe toujours assez haut en pression et température. Avant ce point, le passage de la phase liquide à la phase gaz est simple à mettre en évidence : la température reste **constante** tout au long de l'ébullition, malgré l'apport de chaleur. Au-delà du point critique il n'y a plus de palier de température ni d'ébullition. En fait, il n'y a plus de phases liquide ou gaz, mais une phase unique, on parle alors de **fluide supercritique**, fluide qui a des propriétés optiques (opalescence) et de compressibilité bien spécifiques. Le point critique de l'eau est mesuré comme :  $P = 218$  atm et  $T = 374$  °C.
- La **pente de la courbe à l'interface solide/liquide** dans le diagramme de phase d'un corps pur peut être (voir la figure 1.5) :
  - négative, c'est le cas de l'eau et de quelques autres rares corps purs, comme l'antimoine, le bismuth ou le germanium.
  - positive, pour la plupart des corps purs.



**Figure 1.5** – Diagramme de phases des corps purs : corps purs usuels à gauche, eau à droite.

Le signe de cette pente est en relation avec les densités relatives du liquide et du solide :

- si la pente est négative, le solide est moins dense que le liquide et flotte sur le liquide (cas de la glace d'eau),
- si la pente est positive, le solide est plus dense que le liquide et coule dans le liquide.

## 1.7 Chaleur latente de changement d'état

Lorsqu'on chauffe (en lui apportant une chaleur  $Q$ ) un corps dans un état donné, sa température  $T$  augmente. Lorsqu'on on arrive au changement d'état, la température  $T$  n'évolue plus : elle reste fixée à une valeur donnée (pensez à  $T = 100\text{ °C}$  pour l'eau si la pression est  $P = 1\text{ atm}$  lors de l'ébullition), tant que les deux phases coexistent. En fait, la chaleur  $Q$  que l'on apporte permet de « briser » les liaisons intermoléculaires (du solide ou du liquide) pour permettre le changement de phase.

On définit la **chaleur latente de changement d'état** (ou enthalpie massique)  $l$  comme la quantité de chaleur qu'il faut apporter à 1 kg de corps pur pour passer d'une phase à une autre, la pression  $P$  étant constante.  $l$  est donc assimilable à l'enthalpie de changement d'état. Les tableaux 1.1 et 1.2 donnent quelques valeurs caractéristiques.

**Tableau 1.1** – Caractéristiques de quelques corps purs.

Corps pur	T fusion °C (pour $P = 1\text{ atm}$ )	Capacité thermique massique $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	Chaleur latente de fusion $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
eau	0	4 180 (liquide)	334
plomb	327	129 (solide)	23
mercure	-39	139 (liquide)	11
fer	1538	440 (solide)	247

Tableau 1.2 – Caractéristiques de quelques corps purs.

Corps pur	T ébullition °C (pour P=1 atm)	Chaleur latente d'ébullition kJ · kg <sup>-1</sup>
eau	100	2 260
plomb	1 749	866
titane	3 287	8 795
fer	2 861	6 260

## 1.8 Les machines thermiques

### Machine ditherme

Une machine thermique ditherme échange de la chaleur avec deux sources de chaleur (que l'on nomme en général la source chaude et la source froide) et du travail avec l'extérieur. La convention que l'on choisit est de compter le travail  $W$  ou la chaleur  $Q$  positivement si ces quantités sont reçues par la machine, négativement sinon. La figure 1.6 décrit la machine ditherme et ses sources.

### Le moteur de Carnot ditherme

Le moteur de Carnot (figure 1.7) est un moteur dont le fonctionnement est supposé **réversible** (les moteurs réels ont forcément un fonctionnement irréversible). Il échange la chaleur  $Q_C > 0$  avec la source chaude (à la température  $T_C$ ) et la chaleur  $Q_F < 0$  avec la source froide (à la température  $T_F$ ) sans produire d'entropie :  $S^p = 0$ . Le moteur est là pour produire le travail  $W < 0$ . D'un point de vue thermodynamique, le moteur (ou le fluide qu'il contient) subit un cycle thermodynamique (supposé réversible). On définit son efficacité (devant être positive) comme :

$$\eta = \frac{\text{gain}}{\text{cout}} = \frac{-W}{Q_C} > 0$$

La figure 1.7 rend compte des signes des grandeurs échangées. On peut faire une remarque concernant les conventions de sens des flèches pour la figure 1.7 ainsi que les figures apparentées : le système thermodynamique étudié est le moteur (par exemple). Si la flèche est orientée vers l'extérieur (du système), celui-ci cède (de la chaleur ou du travail) au milieu extérieur, cette quantité est alors négative. Si au contraire la flèche est orientée vers l'intérieur, le système reçoit (de la chaleur ou du travail) de la part du milieu extérieur, cette quantité est alors positive.

Un moteur de Carnot ditherme est composé de quatre processus successifs réversibles :

- deux isothermes ;
- deux adiabatiques réversibles (donc isentropiques).

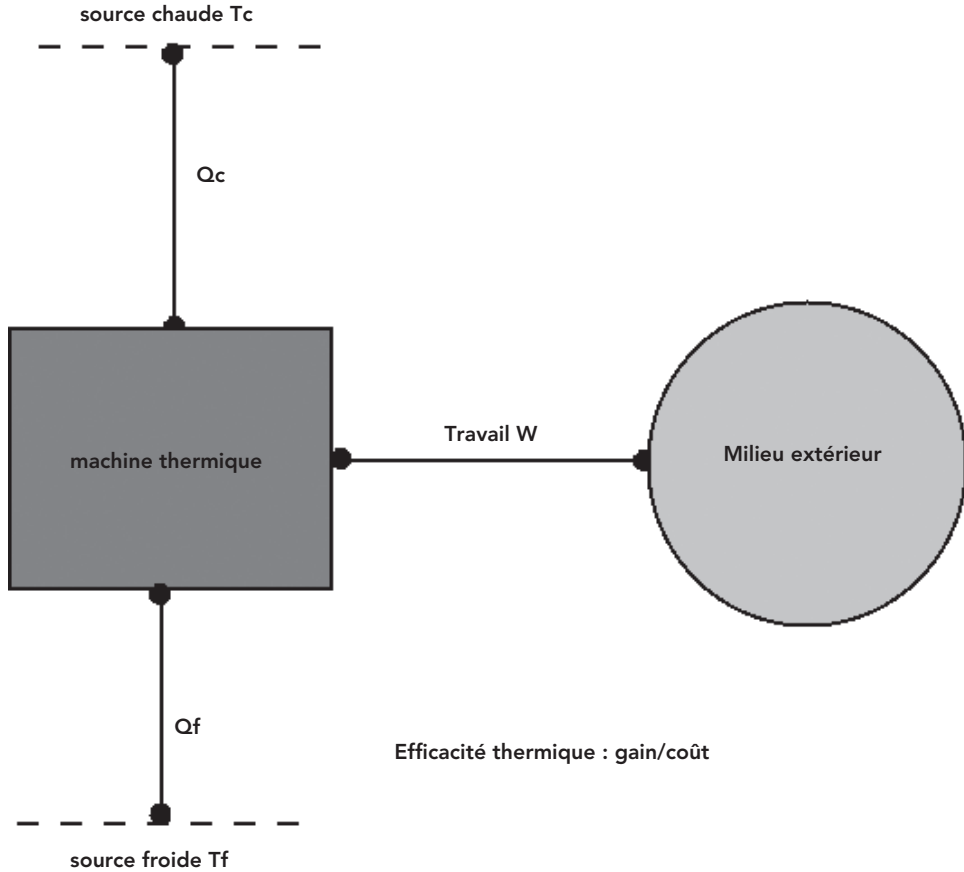


Figure 1.6 – Machine thermique ditherme.

La figure 1.8 représente le **cycle de Carnot** en coordonnées (T-S), il s'agit forcément d'un rectangle.

Le premier principe de la thermodynamique permet d'écrire :

$$\Delta U_{cycle} = Q_C + Q_F + W = 0$$

Le second principe de la thermodynamique permet d'écrire :

$$\Delta S_{cycle-rev} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$$

Il est aisé d'exprimer l'efficacité du moteur thermique de Carnot en fonction uniquement des températures des sources, et on trouve :

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_C} < 1$$

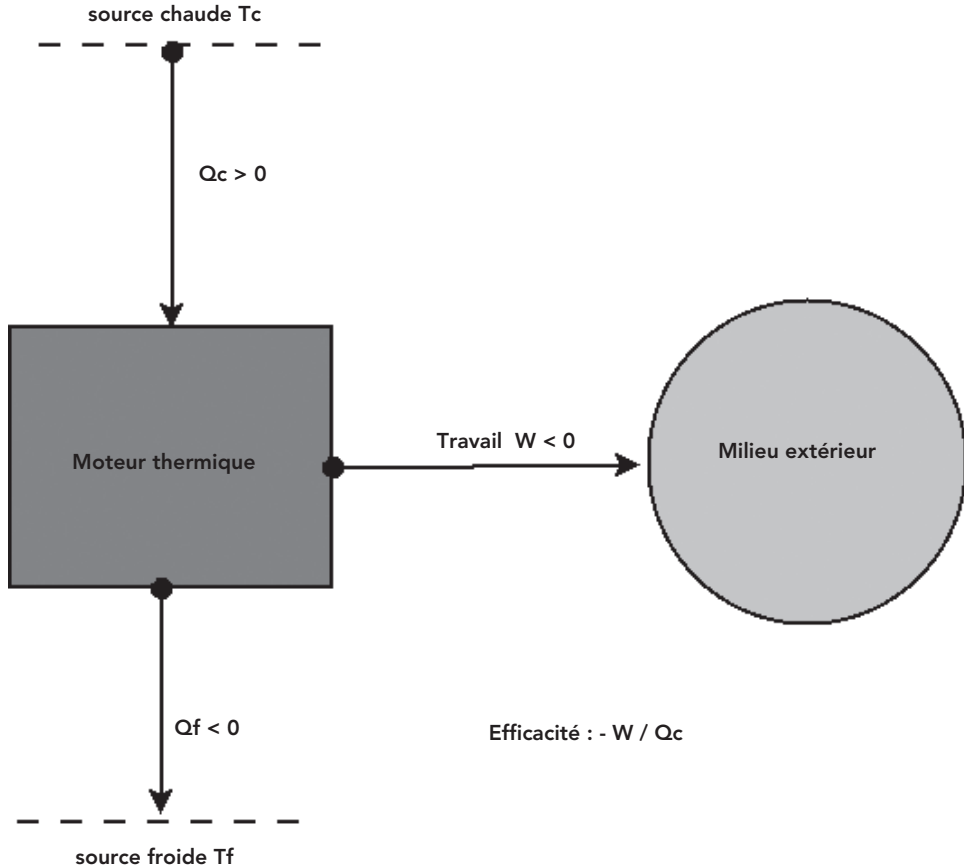


Figure 1.7 – Moteur thermique ditherme.

Un moteur réel dans les mêmes conditions thermiques aura nécessairement une efficacité (ou un rendement, c'est ici la même chose) inférieur à l'efficacité de Carnot :

$$\eta_{reel} < \eta_{carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

En représentation dans un diagramme (P,V), (voir la figure 1.9), le cycle de Carnot est constitué de quatre branches : deux isothermes et deux adiabatiques. Le sens de rotation est celui des aiguilles de montre, car le travail  $W$  est négatif (et que  $W = - \int_{cycle} P_{ext} \times dV$  représente l'aire dans la figure fermée).

### Les autres machines thermiques dithermes

Les autres machines thermodynamiques sont le réfrigérateur, la pompe à chaleur et le climatiseur. Dans le cas ditherme, les échanges s'effectuent dans tous les cas comme sur la figure 1.10. Cependant l'efficacité (ou coefficient de performance COP, quantité supérieure à 1) est différente selon le type de machine. Dans les trois cas, la machine

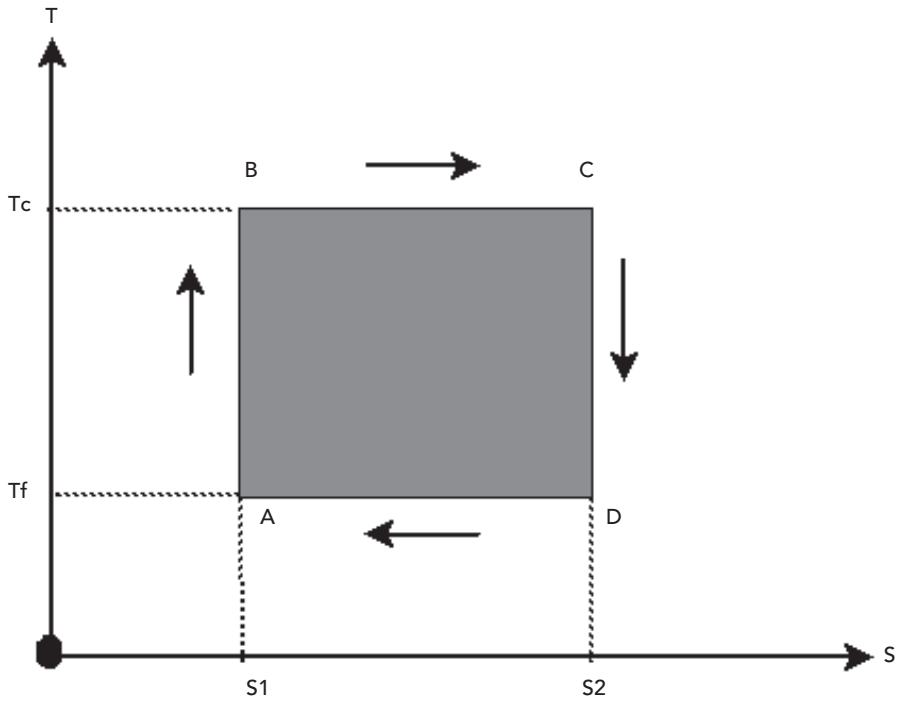


Figure 1.8 – Cycle de Carnot dans le diagramme T-S.

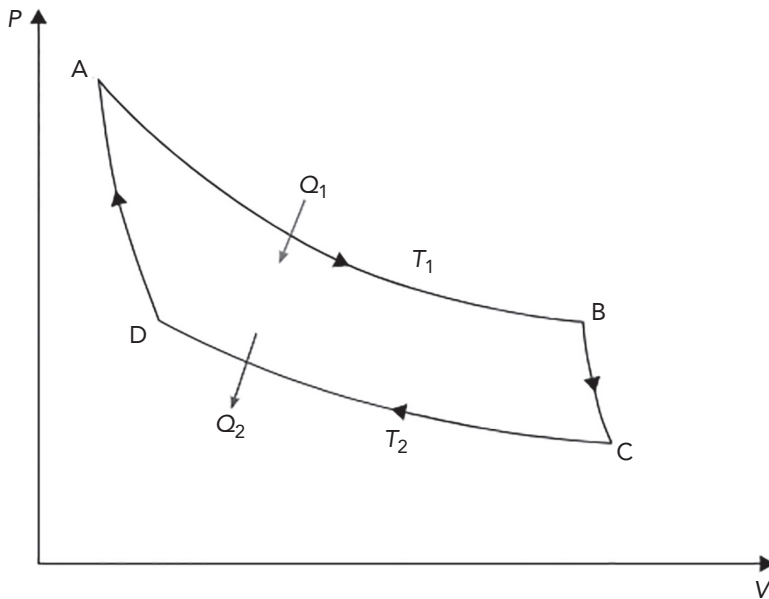


Figure 1.9 – Cycle de Carnot dans le diagramme P-V.

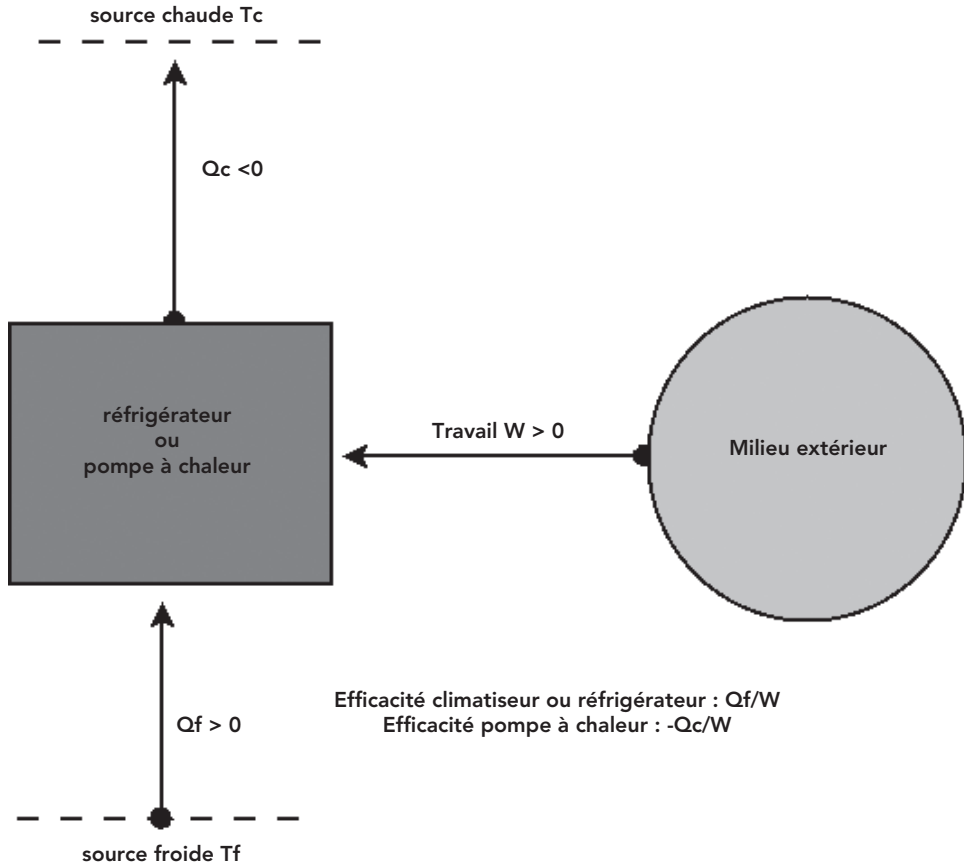


Figure 1.10 – Cycle inverse ditherme.

reçoit le travail  $W$  pour permettre le transfert de chaleur de la source chaude vers la source froide (sens inverse du sens naturel spontané), mais :

- pour la pompe à chaleur l’objectif est de chauffer la pièce (source chaude) en hiver :

$$\eta_{pompe} = \frac{-Q_C}{W} > 0$$

- pour le réfrigérateur (comme pour le climatiseur) l’objectif est d’extraire de la chaleur de la source froide (pour la maintenir à  $T$  constant) :

$$\eta_{climatiseur} = \frac{Q_F}{W} > 0$$

Comme dans le cas du moteur, les deux principes de la thermodynamique nous donnent pour un cycle réversible les équations :

- pour le climatiseur et le réfrigérateur

$$\eta_{climatiseur} = -\frac{Q_F}{Q_F + Q_C} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$



– pour la pompe à chaleur

$$\eta_{pompe} = \frac{Q_C}{Q_F + Q_C} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

### L'inégalité de Clausius

Si le cycle thermodynamique étudié est irréversible (et c'est toujours le cas en pratique), on doit faire intervenir l'entropie produite  $S^p$ . Pour cela, on peut considérer les deux sources de chaleur, la machine ditherme et tout le reste de l'univers comme un seul système isolé. On sait qu'au cours du cycle irréversible, la variation d'entropie totale ne peut qu'être positive :

$$\Delta S > 0$$

L'entropie totale  $S$  est la somme de trois entropies,  $S_1$  celle de la machine,  $S_2$  celle des deux sources de chaleur et  $S_3$  celle du reste de l'univers.

## 1.9 Notion d'humidité de l'air

L'air de l'atmosphère est rarement un gaz sec, dans le sens où il contient toujours un peu de vapeur d'eau (gaz). On associe à cette vapeur d'eau sa pression partielle, c'est-à-dire la contribution de la vapeur à la pression atmosphérique totale. On définit la pression de vapeur saturante comme la pression à laquelle la substance liquide (l'eau) est en équilibre avec sa phase gazeuse, pour une température  $T$  donnée. La formule, dite de Rankine, donne la relation entre la pression de vapeur  $P_{sat}$  (en atm) saturante et  $T$  (en K) :

$$\ln(P_{sat}) = A - \frac{B}{T}$$

avec  $A \approx 13,7$  et  $B \approx 5120 \text{ K}^{-1}$ .

On peut définir la pression partielle de la vapeur d'eau en l'assimilant à un gaz parfait, en notant  $m$  la masse d'eau vapeur présente dans  $1 \text{ m}^3$  d'air, et en écrivant :

$$P_{p-eau} = \frac{mRT}{M_{eau}}$$

où  $M_{eau}$  est la masse molaire de l'eau :  $18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Enfin le taux d'humidité se définit comme le rapport :

$$r = \frac{P_{p-eau}}{P_{sat}}$$

Si ce taux d'humidité dépasse 100 %, il va y avoir liquéfaction (condensation) de la vapeur d'eau (pour retrouver l'équilibre) : il pleut ! Si le taux est inférieur à 100 %, il y aura évaporation d'eau liquide pour retrouver l'équilibre. La figure 1.11 donne la courbe du point de rosée de l'eau dans l'air, pour 1 013 hPa en fonction de la température  $T$ . On lit en ordonnée, en fonction de  $T$ , la valeur maximale de la masse d'eau sous forme de

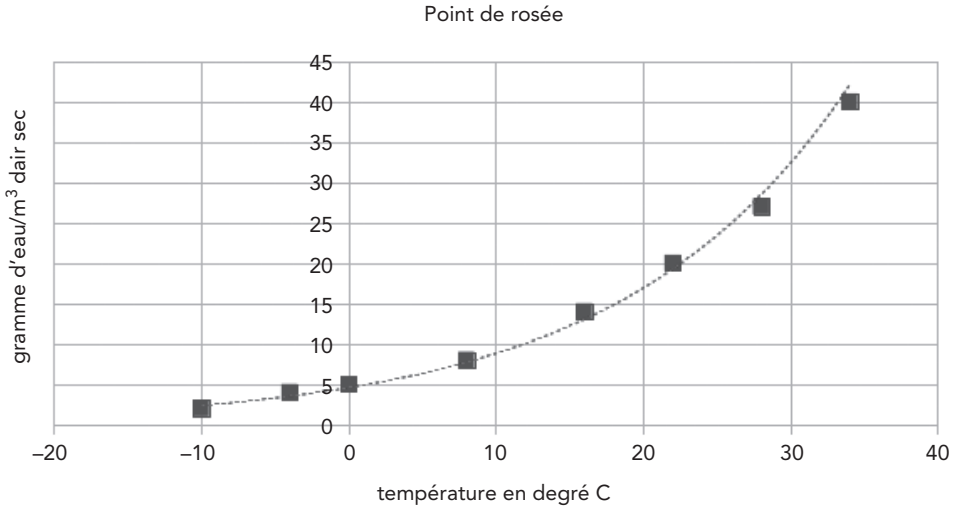


Figure 1.11 – Point de rosée de la vapeur d’eau dans l’air.

vapeur avant qu’il n’y ait condensation. Cette courbe est directement liée à la pression de vapeur saturante de l’eau.

## 1.10 Dérivées partielles en thermodynamique

On rencontre très souvent des dérivées dites partielles en thermodynamique. Cette notion, a priori complexe, reste assez simple d’emploi à notre niveau. Si vous savez dériver, vous savez dériver partiellement. La première chose à retenir est que les dérivées partielles concerne les fonctions de plusieurs variables, par exemple la fonction  $f$  de deux variables  $f(x, y)$ .

Si la fonction est continue selon les deux variables, il existe deux dérivées partielles premières, la dérivée de la fonction  $f$  par rapport à la variable  $x$  ( $y$  étant considérée comme constante)  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$  que l’on note souvent  $\frac{\partial f}{\partial x}$ , et la dérivée de la fonction  $f$  par rapport à la variable  $y$  ( $x$  étant considérée comme constante)  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$  que l’on note souvent  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

### Exercice 1

On donne la fonction de deux variables :

$$f(x, y) = 3x^2 + 4xy^2 - x^2y + y^2 + 7$$

Pouvez-vous calculer les deux dérivées partielles premières  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial y}$  ?

## Solution

On obtient la dérivée partielle par rapport à  $x$  en considérant  $y$  comme constante :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 6x + 4y^2 - 2xy + 0 + 0 = 2(3x + 2y^2 - xy)$$

On obtient la dérivée partielle par rapport à  $y$  en considérant  $x$  comme constante :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 0 + 8xy - x^2 + 2y + 0 = 8xy - x^2 + 2y$$

On remarque, et c'est tout à fait général, que :  $\frac{\partial f}{\partial x} \neq \frac{\partial f}{\partial y}$ .

On note parfois les dérivées partielles en mettant en indice la (ou les variables) considérée(s) constante(s) :  $\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y$  et  $\frac{\partial f}{\partial y} = \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x$ .

On introduit aussi en thermodynamique les dérivées partielles secondes, qui sont au nombre de quatre pour une fonction de deux variables :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x}$$

et

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y}$$

et

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x}$$

et enfin (attention à l'ordre des dérivations) :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}$$

On admet un théorème mathématique très important (le **théorème de Schwartz**) qui indique que pour les fonctions habituellement rencontrées en thermodynamique, les dérivées partielles croisées sont égales :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

## Exercice 2

On donne la fonction de deux variables :

$$f(x, y) = 3x^2 + 4xy^2 - x^2y + y^2 + 7$$

Pouvez-vous calculer les quatre dérivées partielles secondes ?

**Solution**

On part des résultats précédents :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial(6x + 4y^2 - 2xy)}{\partial x} = 6 + 0 - 2y = 6 - 2y$$

et

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial(8xy - x^2 + 2y)}{\partial y} = 8x + 0 + 2 = 8x + 2$$

et les deux dérivées secondes croisées identiques :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 8y - 2x$$

## 2 Exercices

### 2.1 Exercices généraux et calorimétrie

#### Exercice 1 : Conversion de températures

- (a) On mesure une température absolue  $T = 333$  K. Déterminez-la en °C puis en °F. On pourra utiliser la figure 1.1.
- (b) Convertir en °C la température  $T = 451$  °F.

**Solution**

(a) La conversion en °C s'effectue en faisant :  $T = 333 - 273,15 = 59,85$  °C.

La conversion en °F s'effectue en faisant :  $T = \frac{180}{100} \times 59,85 + 32 = 139,73$  °F.

(b) On effectue la conversion en faisant :  $T = (451 - 32) \frac{100}{180} \approx 232,8$  °C

#### Exercice 2 : Unité de pression

- On trouve une référence dans un texte technique qui donne une pression de  $P = 20 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2}$ . Faites un recherche documentaire, s'agit-il vraiment d'une pression ? Peut-on relier cette quantité à une pression en bars ? en pascals ?

**Solution**

Une pression est le quotient d'une force par une surface, l'unité  $\text{kg} \cdot \text{cm}^{-2}$  ne peut donc pas être une unité de pression. Cependant on peut passer de la masse à la force poids en multipliant par la valeur de  $g$ , l'accélération de la pesanteur et on a alors bien une pression :

$$g \times \text{kg} \cdot \text{cm}^{-2} \rightarrow \text{pression}$$

en pratique, en prenant  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} : \approx 10 \times \text{kg} \cdot \text{m}^{-2} > \text{Pa}$

ou bien  $\approx \frac{10}{10^5} \times \text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \rightarrow \text{bar}$

par exemple, en convertissant les  $\text{cm}^2$  en  $\text{m}^2$  :

$10,0 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2} \rightarrow \frac{10}{10^5} \times \frac{10}{10^{-4}} \approx 10,0 \text{ bars}$

ou de même :  $1,0 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2} \rightarrow 1,0 \text{ bar}$

### Exercice 3 : Vocabulaire thermodynamique

Relire attentivement le cours, et définir le plus précisément possible, les mots clés du tableau 1.3.

**Tableau 1.3** – Vocabulaire thermodynamique.

définitions
isochore
isobare
isotherme
monotherme
monobare
quasi-statique
réversible
adiabatique
grandeur extensive
grandeur intensive
isentropique
fonction d'état

#### Solution

Le tableau 1.4 rend compte de tous les termes à définir.

### Exercice 4 : Travail de compression

On considère un gaz parfait dans un piston, occupant un volume  $V$ . On le comprime très lentement jusqu'à ce qu'il occupe un volume moitié, en exerçant une pression  $P_{ext}$  (qui varie) sur le piston. La température  $T = 300 \text{ K}$  est constante tout au long du processus, on dispose de  $n = 1,0$  mole de gaz. Calculer le travail  $W$  associé à cette transformation.

#### Solution

la transformation est quasi-statique car très lente, à chaque instant on peut donc considérer que la pression du gaz est égale à la pression extérieure exercée par le piston :

Tableau 1.4 – Vocabulaire thermodynamique.

<b>définitions</b>	
isochore	caractérise une transformation à volume constant.
isobare	caractérise une transformation à pression constante.
isotherme	caractérise une transformation à température constante.
monotherme	caractérise une transformation où le système est en contact avec une source de chaleur (unique) dont la température T est constante. La température T du système peut varier mais revient en fin de processus à la température extérieure.
monobare	caractérise une transformation où le système est en contact avec une source extérieure dont la pression P est constante. La pression du système peut varier mais revient en fin de processus à la pression extérieure.
quasi-statique	caractérise une transformation (infiniment) lente, passant par une succession d'états proches de l'équilibre.
réversible	caractérise une transformation passant par une infinité d'états d'équilibre, sans production d'entropie $S^p$ . une transformation quasi statique n'est pas forcément réversible.
adiabatique	transformation sans échange de chaleur.
grandeur extensive	grandeur additive.
grandeur intensive	grandeur non additive.
isentropique	transformation à entropie S constante.
fonction d'état	fonction thermodynamique dont la variation ne dépend pas du chemin suivi, mais seulement des points initial et final.

$P \approx P_{ext}$ . On peut donc écrire le travail comme :

$$W = \int_V^{V/2} -P_{ext}dV \approx \int_V^{V/2} -PdV = \int_V^{V/2} -\frac{nRT}{V}dV$$

comme la température est supposée constante au cours de la transformation :

$$W = nRT \int_V^{V/2} -\frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{1}{2}\right) = nRT \ln(2)$$

soit numériquement, avec  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  :  $W \approx +1729 \text{ J}$

Le travail est positif, c'est bien une compression.

### Exercice 5 : Gaz parfait et hydrostatique

Un plongeur se trouve à 30 m de profondeur, et respire de l'air (assimilé à un gaz parfait) à la pression ambiante. Il souffle une bulle sphérique d'air de rayon  $R_{30} = 3,0 \text{ cm}$ . Tous les processus sont supposés isothermes ( $T = 290 \text{ K}$ ).

(a) Quelle est la pression ambiante à 30 m de profondeur ?