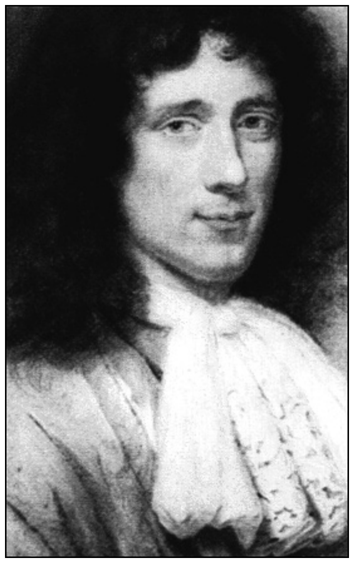
Chapitre 1
Ondes

Savant d'exception, Christiaan **Huygens** est aussi un inventeur de talent. Dans chaque domaine qu'il aborde, il est capable d'élaborer une théorie physique, de développer les éléments mathématiques pour l'étudier et de concevoir des instruments pour étayer ses hypothèses. Il se passionne ainsi pour la théorie du pendule et conçoit des horloges d'une grande précision. S'intéressant à l'optique, il élabore des constructions géométriques pour expliquer les lois de la réflexion et de la réfraction. Il émet l'hypothèse de la nature ondulatoire de la lumière, idée qui ne sera reprise qu'au XIXe siècle. Il imagine un nouveau type d'oculaire, avec double lentille, pour améliorer les lunettes astronomiques, ce qui lui permet de découvrir un satellite de Saturne en 1655.



Christiaan Huygens
1629-1695

Objectifs

Ce qu'il faut connaître

- ▷ Les différents types d'ondes et les grandeurs physiques correspondantes
- ▷ La notion de spectre et des ordres de grandeur de fréquences
- ▷ Les phénomènes d'interférences, de diffraction

Ce qu'il faut savoir faire

- ▷ Déterminer l'évolution temporelle ou la forme spatiale d'une onde progressive
- ▷ Établir et utiliser la relation entre fréquence, longueur d'onde et célérité pour une onde progressive sinusoïdale
- ▷ Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives

Résumé de cours

Propagation d'un signal

Signaux et ondes

Un **signal** est une fonction $s(t)$ décrivant les variations d'une grandeur physique au cours du temps. Un signal existant en tout point M d'une région de l'espace, et comportant des oscillations au cours du temps, constitue une **onde**, décrite par une fonction $s(M,t)$.

– Un signal acoustique est constitué de variations de la pression d'un milieu matériel, de sa masse volumique et de la vitesse des particules.

– Un signal électrique est constitué de variations de l'intensité et de la tension dans un circuit.

– Un signal électromagnétique est constitué de variations des champs électrique et magnétique dans le milieu de propagation (qui peut être le vide) ; cela inclut la lumière, les infrarouges, les ultraviolets, les rayons X et gamma, les ondes de radio et de télévision, les micro-ondes…

Onde progressive unidimensionnelle

Une onde **unidimensionnelle** dépend d'une seule coordonnée spatiale le long d'un axe, souvent (Ox) : elle correspond donc à une fonction $s(x,t)$. Il s'agit, soit d'une onde dans un milieu à une dimension (onde électrique dans un câble, onde mécanique sur une corde…), soit d'un type particulier d'onde, l'**onde plane**, dans un milieu à deux ou trois dimensions.

Une **onde** (plane) **progressive** (OP) est la propagation d'un signal dans une certaine direction de l'espace, avec une certaine vitesse de propagation dont la norme c est appelée **célérité**.

En un point M d'abscisse x, le signal prend les mêmes valeurs qu'à l'abscisse 0 mais avec :

- un **retard** (algébrique) de x/c si elle se propage dans le sens des x croissants ;
- ou une **avance** (algébrique) de x/c si elle se propage dans le sens des x décroissants.

⇨ **Méthode 1.1. Déterminer l'évolution temporelle ou la forme spatiale d'une onde progressive**

Onde progressive sinusoïdale

Caractéristiques

Forme de l'onde

Une onde (plane) progressive sinusoïdale est à la fois :

- une fonction sinusoïdale du temps t, pour chaque position d'abscisse x ;
- une fonction sinusoïdale de l'abscisse x, à chaque instant t.

Double périodicité

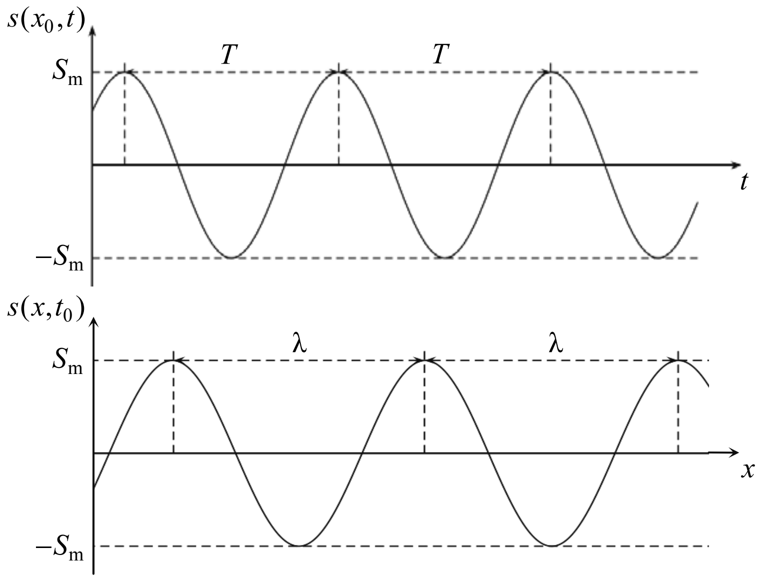
Une telle onde possède donc une **double périodicité**, temporelle et spatiale :

– la **période temporelle** T est l'intervalle de temps séparant deux maxima consécutifs de l'onde (ou deux minima consécutifs) en un point x donné ;

– la période spatiale ou **longueur d'onde** λ est la distance séparant deux maxima voisins de l'onde (ou deux minima voisins) à un instant t donné.

Évolution de l'onde au cours du temps, en un point d'abscisse donnée x_0

Profil de l'onde le long de l'axe (Ox), à un instant donné t_0



Autres grandeurs caractéristiques

$S_m (> 0)$ est l'**amplitude** de l'onde ; elle correspond à la valeur maximale de $s(x,t)$.

La **fréquence (temporelle)** f est le nombre d'oscillations par unité de temps : $\boxed{f = \dfrac{1}{T}}$.

On définit aussi la **pulsation (temporelle)** par la relation : $\boxed{\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f}$.

ω et f ont les dimensions de l'inverse d'un temps, mais ω s'exprime en rad/s et f en hertz (Hz).

Relation entre périodes temporelle et spatiale

Les deux périodes vérifient la relation $\boxed{\lambda = cT}$ qui montre que la longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde en une période. Autre expression : $\boxed{\lambda = \dfrac{c}{f}}$ où f est la fréquence temporelle.

⇨ **Méthode 1.2. Établir la relation entre périodes temporelle et spatiale**

❑ Interférences

Déphasage entre deux ondes en un point

Lorsque deux ondes progressives sinusoïdales *de même fréquence* se propagent dans la même région de l'espace, il existe en chaque point M un **décalage temporel** Δt constant entre les deux ondes ; on définit également le **déphasage** entre les deux ondes au point M : $\boxed{\varphi = 2\pi \dfrac{\Delta t}{T}}$.

Onde résultante

Les fonctions correspondant aux deux ondes s'additionnent. On obtient ainsi le phénomène d'**interférences** : l'onde résultante au point M est encore une onde sinusoïdale, dont l'amplitude dépend du déphasage φ entre les deux ondes initiales en ce point. En particulier :

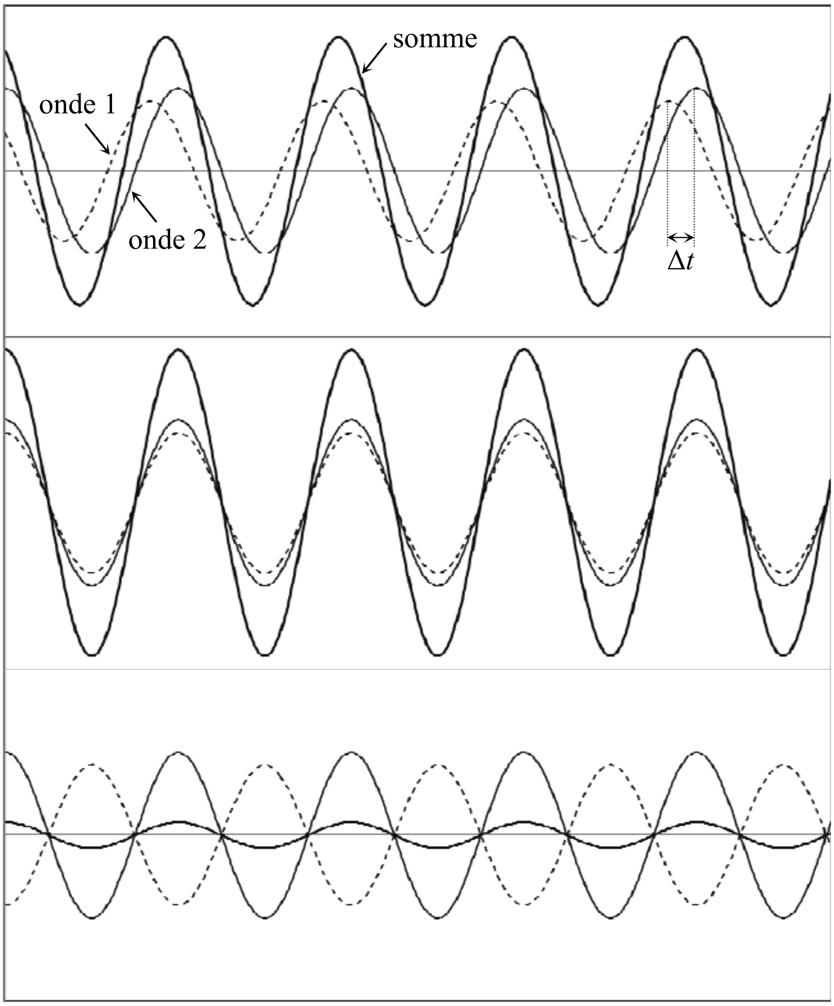
– en un point où les deux ondes arrivent **en phase** ($\Delta t = 0$, ou $\varphi = 0$), l'amplitude résultante est *maximale*, les interférences sont **constructives** ;

– en un point où les deux ondes arrivent **en opposition de phase** ($\Delta t = T/2$, ou $\varphi = \pi$), l'amplitude résultante est *minimale* (et même nulle si ces deux ondes ont même amplitude), les interférences sont **destructives**.

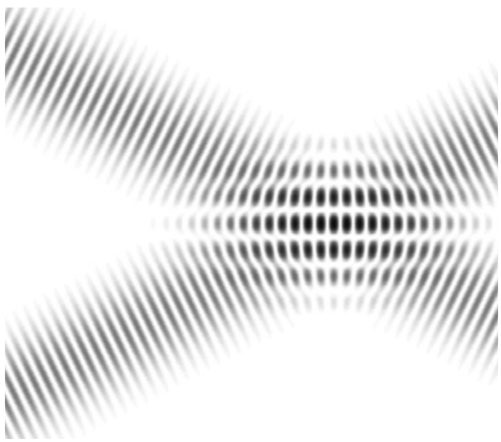
Ondes avec déphasage quelconque

Ondes en phase : amplitude résultante maximale

Ondes en opposition de phase : amplitude résultante minimale

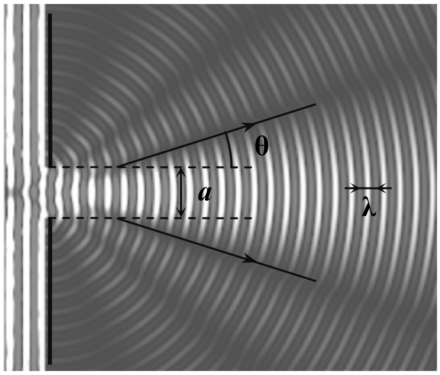


La répartition dans l'espace des points où l'amplitude est maximale est de ceux où elle est minimale forme une **figure d'interférences**.
(Sur la figure ci-contre, représentant les interférences entre deux ondes planes de même amplitude, les grandes lignes blanches horizontales sont les lieux où l'amplitude résultante est nulle.)



❑ Diffraction

Lorsqu'une onde (plane) progressive sinusoïdale traverse une ouverture de largeur a, elle ressort en divergeant : c'est le phénomène de **diffraction**.
La zone où l'amplitude diffractée est importante est un secteur de demi-angle θ tel que : $\sin\theta \approx \dfrac{\lambda}{a}$.
Le phénomène n'est donc pas perceptible pour une ouverture trop large, telle que $a \gg \lambda$.



■ Onde progressive quelconque

❑ Spectre

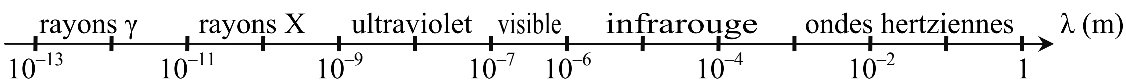
Une onde progressive quelconque peut être considérée comme une somme d'ondes progressives sinusoïdales de fréquences différentes : elles constituent le **spectre** de l'onde.

❑ Cas des ondes acoustiques

– Les sons audibles correspondent aux ondes acoustiques dans l'intervalle de fréquences $20\,\text{Hz} < f < 20\,\text{kHz}$ environ. La fréquence correspond à la hauteur du son (grave pour les faibles fréquences, aigu pour les fréquences élevées).
– Une note de musique est généralement une superposition de signaux appelés **harmoniques**, dont les fréquences sont multiples de la fréquence **fondamentale** définissant cette note.
– Les ultrasons correspondent à $f > 20\,\text{kHz}$, les infrasons à $f < 20\,\text{Hz}$.

❑ Cas des ondes électromagnétiques

– La lumière visible correspond aux ondes électromagnétiques dans l'intervalle de fréquences $4\cdot 10^{14}\,\text{Hz} < f < 8\cdot 10^{14}\,\text{Hz}$ environ ; dans le vide où la célérité est $c = 3{,}00\cdot 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, cela correspond à l'intervalle de longueurs d'onde $800\text{ nm} > \lambda > 400\text{ nm}$ environ.
La fréquence correspond à la couleur de la lumière (du rouge au violet, voir chapitre 3).
– Certaines lumières sont **monochromatiques** (une seule fréquence), mais la plupart sont polychromatiques, avec un spectre **discret** (constitué seulement de quelques fréquences) ou **continu** (constitué de toutes les fréquences dans l'intervalle du visible, et même au-delà).
– Certains dispositifs, tels que le prisme ou le réseau de diffraction, permettent de séparer les différentes composantes d'une lumière polychromatique.
– Spectre électromagnétique :



Méthodes

■ Comment étudier une onde progressive quelconque ?

❑ Méthode 1.1. Déterminer l'évolution temporelle ou la forme spatiale d'une onde progressive

Supposons qu'on connaisse l'évolution temporelle d'un signal en un point donné, ainsi que la célérité de l'onde considérée.

– On peut en déduire l'évolution temporelle du signal en un autre point où passe l'onde, en déterminant simplement le retard entre les deux points.

– On peut également en déduire la forme globale du signal, sur l'ensemble du milieu considéré, à un instant donné. Pour cela, on repère les abscisses où apparaissent à cet instant certaines valeurs particulières du signal ; l'allure de la courbe est alors analogue à la précédente (variation temporelle), mais à l'envers.

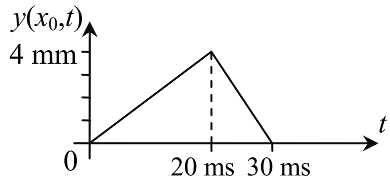
Inversement, si on connaît à un instant donné la forme du signal dans l'espace, on peut en déduire sa forme à un autre instant, ou l'évolution temporelle en un point donné.

⇨ **Exercices 1.1, 1.2**

Considérons une onde de déformation se propageant le long d'une corde, selon l'axe (Ox), dans le sens des x croissants à partir du point d'abscisse 0, à une célérité $c = 50\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

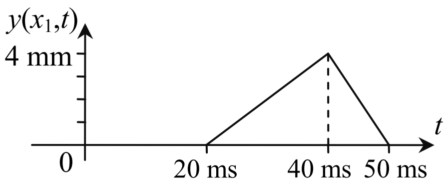
La variation de l'élongation y en $x_0 = 0$ au cours du temps est représentée sur le schéma ci-contre ; elle est nulle pour $t < 0$ et pour $t > 30$ ms.

On cherche à en déduire, d'une part la variation temporelle de l'élongation en $x_1 = 1{,}0$ m, d'autre part l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 20$ ms, $t_2 = 40$ ms et $t_3 = 60$ ms.



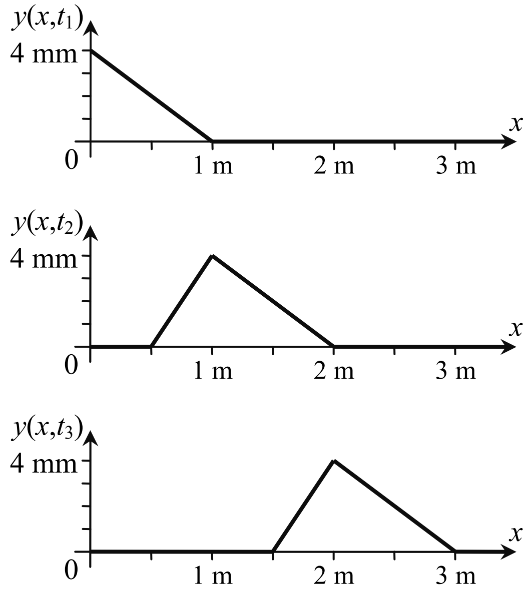
– L'onde progressive est une fonction de la forme $y(M,t) = f(t - x/c)$. Tout se qui se passe en x_0 se reproduit en x quelconque avec un retard $(x - x_0)/c$.

À l'abscisse x_1, le retard de l'onde par rapport au point d'abscisse 0 vaut $x_1/c = 20$ ms. L'évolution temporelle de y en ce point reproduit donc celle à l'abscisse $x_0 = 0$ avec un retard de 20 ms.



– Déterminons maintenant l'aspect global de la corde à différents instants.
Tout se qui se passe en x_0 à instant t_0 se reproduit ensuite, à un instant $t > t_0$, à l'abscisse $x_0 + c(t - t_0)$.

Le « front » du signal, c'est-à-dire le point où une élongation non nulle apparaît à cet instant, se trouve à l'abscisse ct_i, soit $ct_1 = 1{,}0$ m à t_1 puis $ct_2 = 2{,}0$ m et $ct_3 = 3{,}0$ m.
Le maximum d'élongation, qui se produit en 0 à l'instant $t_{\max 0} = t_1 = 20$ ms, se trouve à un instant ultérieur $t_i > t_{\max 0}$ à une abscisse $c(t_i - t_{\max 0})$, soit $c(t_2 - t_{\max 0}) = 1{,}0$ m à t_2 puis $c(t_3 - t_{\max 0}) = 2{,}0$ m à t_3.
Enfin la « queue » du signal, où se trouve la dernière élongation non nulle, n'apparaît sur la corde qu'à partir de l'instant $t_{q0} = 30$ ms où l'excitation se termine. Elle se trouve à un instant ultérieur $t_i > t_{q0}$ à une abscisse $c(t_i - t_{q0})$, soit à l'abscisse $c(t_2 - t_{q0}) = 0{,}5$ m à t_2 puis $c(t_3 - t_{q0}) = 1{,}5$ m à t_3.



– On peut finalement vérifier la cohérence entre le premier graphe et les deux autres :
en $x_0 = 0$, à l'instant $t_1 = 20$ ms l'ordonnée est à son maximum de 4 mm, puis à $t_2 = 40$ ms et à $t_3 = 70$ ms elle est redevenue nulle ;
le point d'abscisse $x_1 = 1{,}0$ m a bien une ordonnée nulle (mais qui va juste commencer à augmenter) à $t_1 = 20$ ms, une ordonnée de 4 mm à $t_2 = 40$ ms, et de nouveau nulle à $t_3 = 60$ ms.

■ Comment étudier une onde progressive sinusoïdale ?

❑ Méthode 1.2. Établir la relation entre périodes temporelle et spatiale

– On utilise la notion de retard de l'onde entre deux points pour établir la relation entre la période temporelle T et la longueur d'onde (période spatiale) λ.
– On peut aussi la retrouver en utilisant l'autre définition de la longueur d'onde : distance parcourue par l'onde pendant une période (temporelle).

⇨ **Exercice 1.4**

Considérons une onde se propageant selon l'axe (Ox), dans le sens des x croissants à partir du point d'abscisse 0, avec une célérité c.

– À un instant t donné, l'onde présente un maximum en un point d'abscisse x_1. D'après la définition de λ (distance entre deux maxima voisins), le maximum suivant a donc pour abscisse $x_2 = x_1 + \lambda$. Or l'onde prend en x_2 les mêmes valeurs qu'en x_1 avec un retard $(x_2 - x_1)/c = \lambda/c$. Puisque le retard entre un maximum et le suivant est la période temporelle T, on obtient donc par identification : $T = \dfrac{\lambda}{c}$ soit $\boxed{\lambda = cT}$.

– Si on utilise la définition de λ comme distance parcourue par l'onde pendant une période T, le calcul est une simple relation de cinématique : pendant une durée T, la distance parcourue à une vitesse constante c est : $\lambda = cT$.