

MPSI

Thierry Finot

Camille Bonomelli

Elsa Choubert

Laura Daudier

Sébastien Fayolle

Vincent Fraticelli

David Legrand

Vincent Parmentier

Nicolas Tancrez

PRÉPAS SCIENCES

COLLECTION DIRIGÉE PAR **BERTRAND HAUCHECORNE**

PHYSIQUE CHIMIE

- Objectifs
- Cours résumé
- Méthodes
- Vrai/faux, erreurs classiques
- Exercices de base et d'approfondissement
- Résolutions de problèmes
- Sujets de concours (écrits, oraux)
- Corrigés détaillés et commentés

**4^e édition
actualisée**



Tableau périodique des éléments

1																	18	
1	1,0079 H hydrogène																2	4,0026 He hélium
2	3 6,941 Li lithium	4 9,0122 Be béryllium											5 10,811 B bore	6 12,011 C carbone	7 14,007 N azote	8 15,999 O oxygène	9 18,998 F fluor	10 20,180 Ne néon
3	11 22,990 Na sodium	12 24,305 Mg magnésium											13 26,982 Al aluminium	14 28,085 Si silicium	15 30,974 P phosphore	16 32,065 S soufre	17 35,453 Cl chlore	18 39,948 Ar argon
4	19 39,098 K potassium	20 40,078 Ca calcium	21 44,956 Sc scandium	22 47,867 Ti titane	23 50,942 V vanadium	24 51,996 Cr chrome	25 54,938 Mn manganèse	26 55,845 Fe fer	27 58,933 Co cobalt	28 58,693 Ni nickel	29 63,546 Cu cuivre	30 65,38 Zn zinc	31 69,723 Ga gallium	32 72,630 Ge germanium	33 74,922 As arsenic	34 78,971 Se sélénium	35 79,904 Br brome	36 83,798 Kr krypton
5	37 85,468 Rb rubidium	38 87,62 Sr strontium	39 88,906 Y yttrium	40 91,224 Zr zirconium	41 92,906 Nb niobium	42 95,95 Mo molybdène	43 (97) Tc technétium	44 101,07 Ru ruthénium	45 102,91 Rh rhodium	46 106,42 Pd palladium	47 107,87 Ag argent	48 112,41 Cd cadmium	49 114,82 In indium	50 118,71 Sn étain	51 121,76 Sb antimoine	52 127,60 Te tellure	53 126,90 I iode	54 131,29 Xe xénon
6	55 132,91 Cs césium	56 137,33 Ba baryum	57-71 lanthanides *	72 178,49 Hf hafnium	73 180,95 Ta tantale	74 183,84 W tungstène	75 186,21 Re rhénium	76 190,23 Os osmium	77 192,22 Ir iridium	78 195,08 Pt platine	79 196,97 Au or	80 200,59 Hg mercure	81 204,38 Tl thallium	82 207,2 Pb plomb	83 208,98 Bi bismuth	84 (209) Po polonium	85 (210) At astate	86 (222) Rn radon
7	87 (223) Fr francium	88 (226) Ra radium	89-103 actinides **	104 (267) Rf rutherfordium	105 (268) Db dubnium	106 (269) Sg seaborgium	107 (270) Bh bohrium	108 (270) Hs hassium	109 (278) Mt meitnerium	110 (281) Ds darmstadtium	111 (281) Rg roentgenium	112 (285) Cn copernicium	113 (286) Nh nihonium	114 (289) Fl flérovium	115 (289) Mc moscovium	116 (293) Lv livermorium	117 (294) Ts tenesse	118 (294) Og oganesson

numéro atomique **78** 195,08 *masse atomique relative*
(ou nombre de masse de l'isotope
de durée de vie la plus longue)
selon données 2017
 symbole **Pt**
 nom platine

© Thierry Finot

*	57 138,91 La lanthane	58 140,12 Ce cérium	59 140,91 Pr praséodyme	60 144,24 Nd néodyme	61 (145) Pm prométhium	62 150,36 Sm samarium	63 151,96 Eu europium	64 157,25 Gd gadolinium	65 158,93 Tb terbium	66 162,50 Dy dysprosium	67 164,93 Ho holmium	68 167,26 Er erbium	69 168,93 Tm thulium	70 173,05 Yb ytterbium	71 174,97 Lu lutécium
**	89 (227) Ac actinium	90 232,04 Th thorium	91 231,04 Pa protactinium	92 238,03 U uranium	93 (237) Np neptunium	94 (244) Pu plutonium	95 (243) Am américium	96 (247) Cm curium	97 (247) Bk berkélium	98 (251) Cf californium	99 (252) Es einsteinium	100 (257) Fm fermium	101 (258) Md mendélévium	102 (259) No nobélium	103 (266) Lr lawrencium

PRÉPAS SCIENCES

collection dirigée par Bertrand Hauchecorne

Physique Chimie MPSI

4^e édition actualisée

ouvrage coordonné par

Thierry FINOT

Professeur au lycée Lavoisier (Paris)

Camille BONOMELLI

Chercheuse à l'université d'Oxford

Elsa CHOUBERT

Professeure au lycée Stanislas (Cannes)

Laura DAUDIER

Professeure au lycée François Rabelais (Paris)

Sébastien FAYOLLE

Professeur au lycée Gustave Eiffel (Bordeaux)

Vincent FRATICELLI

Professeur au lycée Pothier (Orléans)

David LEGRAND

Professeur au lycée Sainte-Marie (Caen)

Vincent PARMENTIER

Professeur au lycée Pothier (Orléans)

Nicolas TANCREZ

Professeur au lycée Saint-Louis (Paris)



COLLECTION PRÉPAS SCIENCES

Retrouvez tous les titres de la collection et des extraits sur www.editions-ellipses.fr



Un étudiant n'est pas un sac que l'on remplit mais une bougie que l'on enflamme.

Vladimir Arnold

ISBN 9782340-023758

© Ellipses Édition Marketing S.A., 2018

32, rue Bague 75740 Paris cedex 15



Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-propos

Réussir en classes préparatoires nécessite d'assimiler rapidement un grand nombre de connaissances, mais surtout de savoir les utiliser, à bon escient, et les rendre opérationnelles au moment opportun. Bien sûr, l'apprentissage du cours de votre professeur jour après jour est indispensable. Cependant, on constate que pour beaucoup, c'est loin d'être suffisant. Combien d'entre vous ont bien appris leur cours et pourtant se trouvent démunis lors d'un devoir, et plus grave, le jour du concours.

Cette collection a été conçue pour répondre à cette difficulté. Suivant scrupuleusement le programme, chaque ouvrage est scindé en chapitres, dont chacun correspond, en gros, à une semaine de cours. Leur structure est identique pour chaque niveau, en physique-chimie comme en mathématiques ou sciences industrielles.

Le résumé de cours est là pour vous remettre en mémoire tous les résultats à connaître. Sa relecture est indispensable avant un devoir, le passage d'une colle relative au thème traité et lors des révisions précédant les concours. Ils sont énoncés sans démonstration.

La partie « méthodes » vous initie aux techniques utiles pour résoudre les exercices classiques. Complément indispensable du cours, elle l'éclaire et l'illustre.

La partie « vrai/faux » permet de tester votre recul par rapport au programme et de vous révéler les mauvais réflexes à rectifier. Son corrigé est l'occasion de mettre en garde contre des **erreurs classiques**.

Les exercices sont incontournables pour assimiler le programme et pour répondre aux exigences du concours. Des **indications**, que les meilleurs pourront ignorer, permettront de répondre aux besoins de chacun, selon son niveau. Les **corrigés** sont rédigés avec soin et de manière exhaustive.

Ainsi l'ouvrage de physique-chimie comme ceux de maths et de **SI** vous accompagneront tout au long de l'année et vous guideront dans votre cheminement vers **la réussite aux concours**.

Bertrand Hauchecorne

Sommaire

1. Oscillateur harmonique	1
2. Ondes	25
3. Bases de l'optique géométrique	57
4. Lentilles minces.....	87
5. Introduction au monde quantique	127
6. Lois de l'électrocinétique – Régime continu.....	149
7. Régime transitoire électrique ou mécanique.....	179
8. Régime sinusoïdal forcé électrique ou mécanique.....	219
9. Filtrage linéaire.....	251
10. Cinématique du point et du solide.....	289
11. Principes de la dynamique.....	321
12. Énergie, puissance et travail mécaniques	359
13. Mouvement dans un champ électrique ou magnétique	391
14. État et évolution d'un système chimique.....	415
15. Cinétique chimique	443
16. Atomes et classification périodique	475
17. Molécules et solvants.....	503
18. Moment cinétique	531
19. Mouvement à force centrale	559
20. Description des systèmes thermodynamiques	593
21. Premier principe de la thermodynamique	617
22. Deuxième principe de la thermodynamique.....	643
23. Machines thermiques.....	665

24. Champ magnétique	697
25. Induction électromagnétique	725
26. Cristallographie	763
27. Réactions acido-basiques.....	793
28. Réactions de précipitation.....	833
29. Réactions d'oxydo-réduction	867
30. Diagrammes potentiel-pH	907
Index.....	947

Chapitre 1

Oscillateur harmonique

Pour Pierre Simon de **Laplace**, la nature est le fondement de la découverte scientifique, les mathématiques n'en étant qu'un instrument. Philosophiquement, il est l'un des initiateurs du déterminisme selon lequel tout est réglé par les lois de la nature. Dans son *Essai philosophique sur les probabilités* publié en 1814, il explique : *Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger des atomes ; rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux.* Laplace avait aussi compris que cet esprit idéal ne pouvait exister ; c'est pourquoi il s'attacha tant à développer le calcul des probabilités.



Pierre Simon de Laplace
1749-1827

■■■ Objectifs

■ Ce qu'il faut connaître

- ▷ L'équation différentielle canonique d'un oscillateur harmonique
- ▷ La définition et la caractérisation pratique d'une position d'équilibre
- ▷ Les expressions de l'énergie potentielle élastique, de l'énergie cinétique et de l'énergie mécanique

■ Ce qu'il faut savoir faire

- ▷ Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique
- ▷ Résoudre l'équation différentielle à partir de conditions initiales données
- ▷ Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence et de pulsation
- ▷ Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique

■ Équation différentielle modèle de l'oscillateur harmonique

□ Définition

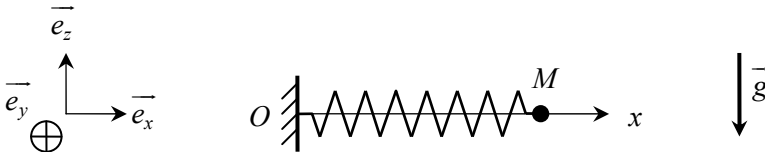
On appelle **oscillateur harmonique** à un degré de liberté tout système dont l'évolution au cours du temps est décrite par une grandeur $u(t)$ solution de l'équation différentielle :

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0$$

avec ω_0 une constante appelée **pulsation propre** de l'oscillateur.

□ Exemple du mobile accroché à un ressort horizontal

Considérons un objet mobile M de masse m , fixé à un ressort de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 et de masse négligeable. On suppose que cet objet peut glisser sur un support horizontal, sans frottements (ni du support, ni de l'air). On repère sa position par l'abscisse x .



– La **position d'équilibre** est une position $x_{\text{éq}}$ où M peut rester immobile : alors $\dot{x} = 0$ et $\ddot{x} = 0$ (caractérisation cinématique).

Pour déterminer $x_{\text{éq}}$, on applique le principe fondamental de la dynamique (PFD) à M à l'équilibre, dans le référentiel terrestre \mathcal{R} supposé galiléen, soit $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

(Nous reviendrons plus en détails sur ces notions au chapitre 11.)

– Si on étire ou comprime initialement le ressort, ou bien si on donne à la masse une vitesse initiale, et qu'on laisse alors le système évoluer, on constate que la masse oscille périodiquement autour d'une position donnée.

Ces oscillations obéissent à l'équation différentielle : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}x_{\text{éq}}$

que l'on obtient en appliquant le PFD à M en mouvement, soit $\sum \vec{F} = m\vec{a}(M)_{\mathcal{R}}$.

Cette équation différentielle linéaire relie x et ses dérivées temporelles en ne faisant intervenir que des constantes du problème (k , m , ℓ_0) : c'est l'**équation du mouvement**. Elle peut encore

s'écrire $\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $u = x - x_{\text{éq}}$ (écart à la position d'équilibre).

⇒ **Méthode 1.1. Établir l'équation du mouvement d'une masse accrochée à un ressort**

Nous verrons au chapitre 12 que cette équation différentielle décrit plus généralement toutes les situations où un point matériel se trouve au voisinage d'une position d'équilibre stable.

■ Équation horaire de l'oscillateur harmonique

□ Solutions de l'équation de l'oscillateur harmonique

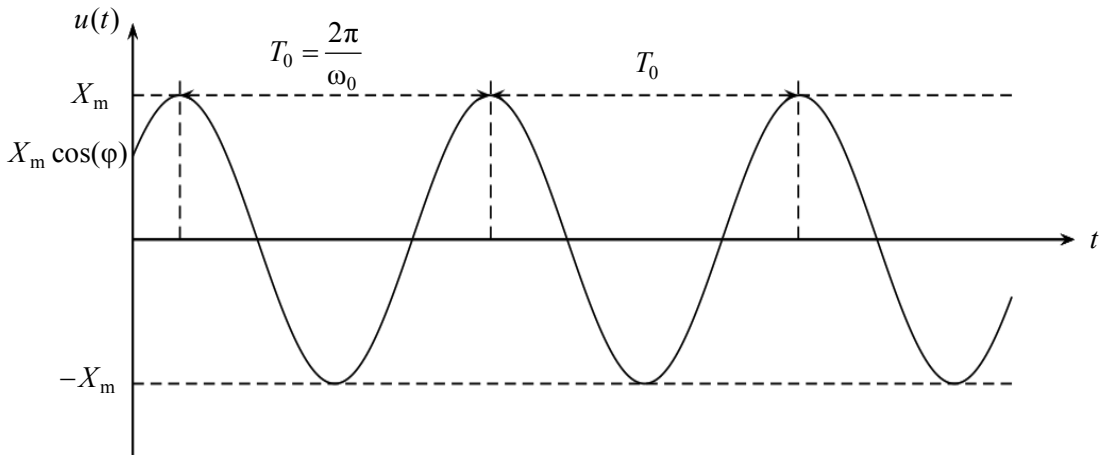
Les solutions de l'équation différentielle peuvent s'écrire sous l'une des deux formes équivalentes :

$$\boxed{u(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)} \quad \text{ou bien} \quad \boxed{u(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)} \quad (\text{avec } X_m > 0).$$

Les deux **constantes d'intégration** (A et B ou bien X_m et φ) s'obtiennent à l'aide des **conditions initiales**.

- ⇒ **Méthode 1.2. Résoudre l'équation différentielle du mouvement**
- ⇒ **Méthode 1.3. Passer d'une expression des solutions à une autre**

La représentation graphique de la fonction $u(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est donnée ci-dessous :



□ Grandeurs caractéristiques des oscillations

$X_m (> 0)$ est l'**amplitude** des oscillations ; elle correspond à la valeur maximale de $u(t)$.

$(\omega_0 t + \varphi)$ est la **phase** à un instant t , et φ est la **phase à l'origine**, qui n'a pas d'interprétation physique autre que d'imposer la valeur de $u(t)$ à l'instant initial : $u(0) = X_m \cos(\varphi)$.

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ est la **période propre** des oscillations ; elle correspond à la plus petite durée au bout de laquelle la fonction $u(t)$ se répète identiquement à elle-même. Comme la pulsation propre ω_0

et la **fréquence propre** $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$, la période propre T_0 est indépendante des conditions

initiales : on parle d'**isochronisme** des oscillations.

ω_0 et f_0 ont la dimension de l'inverse d'un temps ; ω_0 s'exprime en rad/s, f_0 en hertz (Hz).

Remarque

L'indice 0 utilisé pour la pulsation propre, la période propre et la fréquence propre ne fait pas référence à un état initial. Il signale simplement que ces grandeurs sont caractéristiques de l'évolution libre de l'oscillateur harmonique (sans amortissement ni excitation extérieure).

■ Conservation de l'énergie mécanique

□ Notion générale d'énergie

La grandeur **énergie** a été introduite en physique avec l'idée que, quels que soient les phénomènes, on peut toujours trouver une certaine quantité totale qui se conserve : chaque phénomène nouveau conduit à ajouter un terme d'énergie supplémentaire, de manière à obtenir une somme constante.

Cette démarche générale sera mise en forme plus précisément au chapitre 21.

□ Conservation de l'énergie mécanique pour un oscillateur harmonique

– L'**énergie cinétique** E_c d'un point matériel de masse m se déplaçant à une vitesse v est

définie par $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

Elle se conserve pour un point se déplaçant à vitesse constante, ou bien à l'équilibre (où elle est nulle). Mais dans le cas étudié précédemment, elle ne se conserve pas.

– En revanche, si on lui ajoute le terme $E_{pe} = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2$, appelé **énergie potentielle**

élastique, on constate que la somme $E_m = E_c + E_{pe}$, appelée **énergie mécanique**, se conserve.

⇒ **Méthode 1.4. Établir la conservation de l'énergie mécanique**

– Dans des problèmes où l'altitude z du point M varie, il sera nécessaire d'ajouter dans l'énergie potentielle un autre terme, l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = \pm mgz$ (+cte), pour obtenir une énergie mécanique $E_m = E_c + E_{p\text{ totale}}$ constante.

D'autres cas d'énergies potentielles seront vus à partir du chapitre 12.

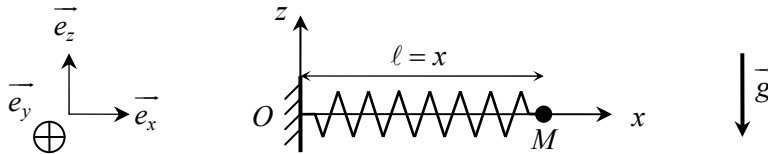
■ Comment obtenir l'équation différentielle de l'oscillateur ?

□ Méthode 1.1. Établir l'équation du mouvement d'une masse accrochée à un ressort

L'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur horizontal peut s'obtenir par projection du principe fondamental de la dynamique sur le vecteur unitaire caractérisant la direction du mouvement. On doit préalablement faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la masse, et écrire leurs composantes précisément en fonction des notations de l'énoncé.

⇒ Exercices 1.5, 1.6, 1.7

Considérons un objet mobile M de masse m , fixé à un ressort de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 et de masse négligeable. On suppose que cet objet peut glisser sur un support horizontal, sans frottements (ni du support, ni de l'air). On repère sa position par l'abscisse x dans un repère $(Oxyz)$, lié au référentiel terrestre supposé galiléen.



Établissons l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x repérant la masse m (qui peut être indifféremment l'abscisse de son centre, de l'un de ses bords, ou son abscisse tout court si elle peut être elle-même assimilée à un point).

- Les forces appliquées sur M sont : la force de rappel élastique $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{e}_x$ soit ici $\vec{T} = -k(x - \ell_0)\vec{e}_x$; le poids $\vec{P} = -mg\vec{e}_z$; la réaction du support, qui en l'absence de frottement est normale (c'est-à-dire orthogonale au support, qui est l'axe (Ox)), soit $\vec{R} = R_y\vec{e}_y + R_z\vec{e}_z$.
- La position de M étant repérée par le vecteur $\vec{OM} = x\vec{e}_x$, il a pour vecteur vitesse $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x$ et pour vecteur accélération $\vec{a} = \ddot{x}\vec{e}_x$.
- Le principe fondamental de la dynamique (PFD), dans le référentiel terrestre supposé galiléen, s'écrit $m\vec{a}(M) = \vec{T} + \vec{P} + \vec{R}$.

En projection sur \vec{e}_x , \vec{e}_y et \vec{e}_z , on obtient :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -k(x - \ell_0) & (1) \\ 0 = R_y & (2) \\ 0 = R_z - mg & (3) \end{cases}$$

Les équations (2) et (3), équivalentes à $\vec{R} = +mg\vec{e}_z$, indiquent que dans ce cas, la réaction du support compense exactement le poids, empêchant ainsi l'objet de tomber.

✍ Cette dernière constatation n'est pas du tout une propriété générale ! Elle concerne seulement un objet glissant sans frottements sur un support horizontal immobile, en l'absence d'autre force verticale, dans un référentiel galiléen... ce qui fait beaucoup de conditions !

L'équation (1) peut se réécrire $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}\ell_0$. Cette équation différentielle linéaire à coefficients constants relie x et ses dérivées temporelles en ne faisant intervenir que des constantes du problème : c'est l'équation du mouvement.

– À l'équilibre, on a $x = x_{\text{éq}}$ et $\ddot{x} = 0$. L'équation (1) conduit ainsi à $x_{\text{éq}} = \ell_0$. En posant $u = x - x_{\text{éq}}$, l'équation du mouvement se réécrit $\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

■ Comment obtenir l'équation horaire de l'oscillateur ?

□ Méthode 1.2. Résoudre l'équation différentielle du mouvement

L'équation horaire d'un oscillateur libre s'obtient en résolvant l'équation différentielle du mouvement. Pour cela, on choisit l'une des deux formes générales des solutions, puis on détermine les deux constantes d'intégration à l'aide des conditions initiales.

⇒ Exercices 1.5, 1.6

Considérons que l'oscillateur étudié dans la méthode 1.1 est initialement étiré d'une longueur a (> 0) par rapport à sa position d'équilibre (c'est-à-dire que M est à une abscisse $x = x_{\text{éq}} + a$), et lâché sans vitesse initiale. Pour obtenir l'équation horaire, il faut donc résoudre l'équation $\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0$ avec les conditions initiales $u(0) = a$ et $\dot{u}(0) = 0$.

– En choisissant les solutions sous la forme $u(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$, on obtient en dérivant $\dot{u}(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$. Les conditions initiales donnent donc : $u(0) = A$ et $\dot{u}(0) = B\omega_0$. Par identification, on en déduit $A = a$ et $B = 0$ d'où $u(t) = a \cos(\omega_0 t)$ soit $x(t) = \ell_0 + a \cos(\omega_0 t)$.

– Si on choisit la seconde forme $u(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, alors $\dot{u}(t) = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$. Les conditions initiales donnent donc : $u(0) = X_m \cos \varphi$ et $\dot{u}(0) = -\omega_0 X_m \sin \varphi$. Par identification : $\sin \varphi = 0$, donc on peut prendre *a priori* $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pm \pi$. Mais le deuxième choix, donnant $\cos \varphi = -1$, conduirait à $X_m = -a < 0$. On prend donc $\varphi = 0$ et $X_m = a$, d'où $u(t) = a \cos(\omega_0 t)$ qui est bien la solution trouvée avec l'autre méthode.

□ Méthode 1.3. Passer d'une expression des solutions à une autre

Pour passer de l'expression $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ des solutions de l'oscillateur à l'expression $x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$, et réciproquement, on utilise :

$$\begin{cases} A = X_m \cos \varphi \\ B = -X_m \sin \varphi \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} X_m = \sqrt{A^2 + B^2} \\ \tan \varphi = -\frac{B}{A} \end{cases} \text{ avec } \cos \varphi \text{ de même signe que } A.$$

⇒ Exercice 1.4

– En utilisant la relation trigonométrique $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, on peut développer $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ en $x(t) = X_m \cos \varphi \cos(\omega_0 t) - X_m \sin \varphi \sin(\omega_0 t)$. Par identification, on aboutit à $A = X_m \cos \varphi$ et $B = -X_m \sin \varphi$.

– Inversement, si on élève ces deux formules au carré et qu'on additionne, sachant que $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$, on trouve $X_m^2 = A^2 + B^2$, donc $X_m = \sqrt{A^2 + B^2}$ puisqu'on peut toujours choisir X_m positive.

Et le rapport des deux formules précédentes donne $\tan \varphi = -\frac{B}{A}$. Dans un intervalle de largeur 2π , il y a deux angles ayant cette même tangente. On doit prendre celui tel que $\cos \varphi$ ait le même signe que A , puisque $A = X_m \cos \varphi$ avec $X_m > 0$.

■ Comment faire apparaître la conservation de l'énergie ?

□ Méthode 1.4. Établir la conservation de l'énergie mécanique

Pour vérifier la conservation de l'énergie mécanique de l'oscillateur harmonique, on utilise les solutions de l'équation du mouvement pour expliciter l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p . On en déduit l'énergie mécanique

$$E_m = E_c + E_p \text{ et on vérifie qu'elle est bien indépendante du temps.}$$

⇒ Exercices 1.5, 1.6

Avec l'oscillateur horizontal de la méthode 1.1 dont les solutions ont été établies dans la méthode 1.2, on commence par calculer l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ en fonction du

temps, soit $E_c = \frac{1}{2} m a^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t)$. D'autre part on calcule l'énergie potentielle élastique du

point M : $E_p = \frac{1}{2} k (\ell - \ell_0)^2 = \frac{1}{2} k (x - \ell_0)^2$ d'où $E_p = \frac{1}{2} k a^2 \cos^2(\omega_0 t)$.

L'énergie mécanique s'écrit ainsi $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m a^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} k a^2 \cos^2(\omega_0 t)$.

En exploitant la relation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, on obtient $E_m = \frac{1}{2} k a^2 (\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t))$ soit

$E_m = \frac{1}{2} k a^2 = \text{cte}$: cette dernière ne dépend pas du temps mais uniquement des conditions initiales (ici l'élongation a et la vitesse nulle) et de l'un des paramètres définissant le système (raideur k).