

Sommaire

Thème A	Nombres et calculs	7
	Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes	9
	Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers	27
	Utiliser le calcul littéral	34
	Exercices Bilan du thème A	41
Thème B	Organisation et gestion de données – Fonctions	45
	Interpréter, représenter et traiter des données	47
	Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités	57
	Résoudre des problèmes de proportionnalité	61
	Comprendre et utiliser la notion de fonction	67
	Exercices Bilan du thème B	69
Thème C	Grandeurs et mesures	73
	Calculer avec des grandeurs mesurables	75
	Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques	92
	Exercices Bilan du thème C	97
Thème D	Espace et géométrie	99
	Représenter l'espace	101
	Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	110
	Exercices Bilan du thème D	129

Thème E Algorithmique et programmation	133
Exercices Bilan du thème E	140
Correction des exercices	141



Thème A

Nombres et calculs

Table des compétences du thème A

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes	9
1 Connaître et utiliser les écritures décimales et fractionnaires d'un nombre décimal	9
2 Savoir relier fractions, proportions et pourcentage	11
3 Savoir décomposer une fraction sous la forme d'une somme (ou d'une différence) d'un entier et d'une fraction	13
4 Savoir utiliser la notion d'opposé	14
5 Savoir reconnaître et écrire des fractions égales	16
6 Savoir comparer, ranger et encadrer des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre	17
7 Savoir repérer sur une droite graduée les nombres décimaux relatifs	19
8 Savoir traduire un enchaînement d'opérations à l'aide d'une expression avec des parenthèses	20
9 Savoir effectuer un enchaînement d'opérations en respectant les priorités opératoires	22
10 Savoir additionner et soustraire des nombres décimaux relatifs	23
11 Savoir additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre	25
Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers	27
12 Savoir calculer le quotient et le reste dans une division euclidienne	27
13 Savoir déterminer si un nombre entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre nombre entier	29
14 Savoir utiliser les critères de divisibilité (par 2; 3; 5; 9; 10)	30
15 Savoir décomposer un nombre entier strictement positif en produit de facteurs premiers inférieurs à 30	31
16 Savoir modéliser puis résoudre des problèmes utilisant les notions de multiple, diviseur, quotient et reste	33
Utiliser le calcul littéral	34
17 Savoir simplifier une écriture littérale	34
18 Savoir utiliser la distributivité simple pour réduire une expression littérale	36
19 Savoir produire une expression littérale pour élaborer une formule ou traduire un programme de calcul	37
20 Savoir utiliser une lettre	39
21 Savoir substituer une valeur numérique à une lettre	40
Exercices Bilan du thème A	41

Compétence 1

Connaître et utiliser les écritures décimales et fractionnaires d'un nombre décimal



Un nombre *décimal* est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale ou sous la forme d'une somme d'un nombre entier et de fractions décimales.



Depuis le XVII^e siècle, on écrit $1 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$ sous la forme $1 + \frac{27}{100}$ puis sous la forme 1,27. C'est ce qu'on appelle l'*écriture décimale* d'un nombre décimal.



Exercice 1 ► On considère les nombres décimaux ci-dessous. Ils sont écrits en écriture fractionnaire décimale.

$$\bullet 23 + \frac{4}{10}$$

$$\bullet 25 + \frac{9}{100}$$

$$\bullet \frac{35}{100}$$

$$\bullet 2 + \frac{7}{100} + \frac{1}{10}$$

$$\bullet 82 + \frac{6}{10} + \frac{7}{1\ 000}$$

$$\bullet \frac{8}{10} + \frac{52}{100}$$

$$\bullet 7 + \frac{6}{10} + \frac{75}{100}$$

(a) Donner une écriture décimale de chaque nombre.

(b) À l'aide de ces nombres décimaux, construire un tableau du type :

Nombre décimal	Partie entière	Partie décimale

Exercice 2 ► *Les questions peuvent être traitées séparément.*

(a) On considère le nombre 147,285.

Donner une écriture fractionnaire décimale de ce nombre.

Que représente le chiffre 5 ? le chiffre 4 ? le chiffre 2 ? le chiffre 1 ?

(b) On considère le nombre 6 498,703. Donner une écriture fractionnaire décimale de ce nombre. Quel est le chiffre des dizaines ? des centièmes ? des unités ? des dixièmes ?

(c) Que représente le chiffre 3 pour le nombre 12,453 ? pour le nombre 300,8 ? pour le nombre 77,32 ? pour le nombre 883,009 ?

Exercice 3 ► Pour chacun des nombres 147,285 et 6 498,703 :

— quel est le nombre de dixièmes ?

— quel est le nombre de centièmes ?

Exercice 4 ► Donner l'écriture décimale et l'écriture fractionnaire décimale du nombre

$$2,5 + \frac{23}{100}$$

Exercice 5 ► Pour chaque fraction décimale donnée, trouver les deux nombres entiers qui l'encadrent :

	$\frac{22}{10}$	
--	-----------------	--

	$\frac{68}{100}$	
--	------------------	--

	$\frac{538}{10}$	
--	------------------	--

	$\frac{970}{1\ 000}$	
--	----------------------	--

Compétence 2

Savoir relier fractions, proportions et pourcentage



Dans une classe de 25 élèves, il y a 15 garçons. La proportion (15 sur 25) de garçons s'écrit $\frac{15}{25}$.



Exercice 6 ► Il y a 60 chevaux dans un pré, des blancs et des noirs.

- Il y a 45 chevaux blancs. Quelle est la proportion de chevaux blancs dans ce pré?
- Parmi les chevaux blancs, 18 sont des juments. Quelle est la proportion de juments blanches dans ce pré?
- Sachant qu'il y a en tout 30 mâles, calculer la proportion de mâles noirs dans ce pré.

Exercice 7 ► Dans un collège de 360 élèves, $\frac{4}{5}$ des élèves pratiquent un sport dans un club. Sur ce nombre d'élèves, 72 font du football.

- Expliquer pourquoi il y a 288 élèves qui pratiquent un sport dans un club?
- Quelle est la proportion d'élèves du collège qui pratiquent le football en club?
- Parmi les élèves du collège qui pratiquent un sport en club, quelle est la proportion des élèves qui pratiquent le football en club?



Calculer t % d'un nombre n , cela revient à multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$.



Exercice 8 ► Il y a environ 70 millions d'habitants en France. 40 % des Français partent en vacances en France. Combien sont-ils?

Exercice 9 ► Un musée a enregistré 25 425 entrées payantes. 20 % des visiteurs étaient des touristes étrangers. Combien de touristes étrangers ont visité ce musée?

Exercice 10 ► Un commerçant qui fait des soldes avec remise de 20 % doit calculer le montant des remises à effectuer et le prix soldé. Aidez le à compléter le tableau suivant :

Prix en € avant les soldes	150 €	420 € € €
Montant de la remise en € € €	12 €	32 €
Prix en € après la remise € € € €

Exercice 11 ► On considère un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 4 cm. On augmente de 10 % sa longueur et de 15 % sa largeur. L'aire du rectangle a-t-elle augmenté de 25 %? Expliquer.

Exercice 12 ► Une employée perçoit un salaire de 1 500 € en 2011.

- Son salaire a augmenté de 4 % entre 2011 et 2012. Quel était son salaire en 2012?
- Son salaire a encore augmenté entre 2012 et 2013, mais cette fois-ci de 3 %. Quel était son salaire en 2013?
- Fabrice pense que son salaire a augmenté de 7 % entre 2011 et 2013. Qu'en pensez-vous? Si ce n'est pas exact, de quel pourcentage le salaire a-t-il augmenté entre 2011 et 2013?



Pour déterminer un pourcentage, il faut écrire une proportion ayant 100 comme « référence ».



Exercice 13 ► Lors du Téléthon, deux élèves décident de faire un don.

- Isabelle a 200 € dans sa tirelire. Elle décide de faire don de 30 €. Quel pourcentage du montant de sa tirelire représente ce don?
- Charles a 250 € dans sa tirelire. Il donne 35 €. Charles a-t-il fait un plus gros effort de générosité qu'Isabelle?

Exercice 14 ► Dans tous les collèges d'un même département, on a fait une enquête sur l'apprentissage des langues étrangères en classe de 5^e et on a relevé les résultats suivants :

Sur 3 600 élèves, 1 980 élèves étudient l'anglais, 720 élèves étudient l'allemand, 630 élèves étudient l'espagnol, et les autres étudient l'italien.

Calculer le pourcentage que représente chaque langue étudiée.

Exercice 15 ► Un pantalon qui coûtait 60 € ne coûte plus que 48 €. Calculer le montant, en %, de la remise effectuée.

Compétence 3

Savoir décomposer une fraction sous la forme d'une somme (ou d'une différence) d'un entier et d'une fraction

Exercice 16 ► On considère la demi-droite graduée suivante :



- (a) Placer le point A d'abscisse $\frac{8}{5}$ et le point B d'abscisse $\frac{14}{5}$.
- (b) En utilisant la question (a), compléter les égalités suivantes :

$$\frac{8}{5} = 1 + \frac{\dots}{5} \qquad \frac{8}{5} = 2 - \frac{\dots}{5}$$

$$\frac{14}{5} = 2 + \frac{\dots}{5} \qquad \frac{14}{5} = 3 - \frac{\dots}{5}$$

Exercice 17 ► On considère la fraction $\frac{39}{7}$.

- (a) Écrire la division euclidienne de 39 par 7.
- (b) En déduire un encadrement de la fraction $\frac{39}{7}$ par deux nombres entiers consécutifs.
- (c) Compléter alors les égalités suivantes :

$$\frac{39}{7} = \dots + \frac{\dots}{7} \qquad \frac{39}{7} = \dots - \frac{\dots}{7}$$

Exercice 18 ► Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{15}{7} = \dots + \frac{\dots}{7} \qquad \frac{15}{7} = \dots - \frac{\dots}{7}$$

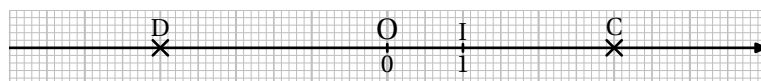
$$\frac{23}{9} = \dots + \frac{\dots}{9} \qquad \frac{23}{9} = \dots - \frac{\dots}{9}$$

Exercice 19 ► Écrire un programme Scratch[®] permettant de décomposer une fraction sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction. L'utilisateur donne le numérateur et le dénominateur de la fraction à décomposer.

Compétence 4

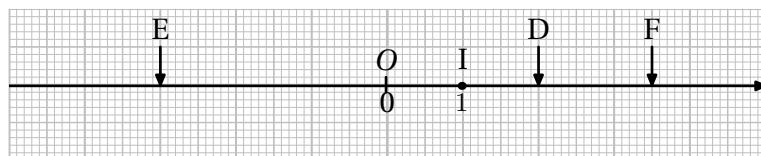
Savoir utiliser la notion d'opposé

Sur une droite graduée, dire que deux nombres relatifs différents ont la même distance à zéro signifie que ces deux nombres sont des nombres *opposés*.



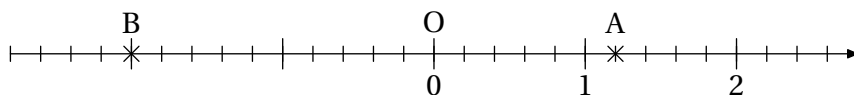
Sur la droite graduée ci-dessus, les points C et D ont pour abscisses respectives 3 et -3 . Cela représente la même distance à zéro : 3. Dans ce cas, les nombres 3 et -3 sont *opposés*.

Exercice 20 ► On considère la droite graduée ci-dessous :



- Placer sur la droite graduée ci-dessus les points A , B et C d'abscisses respectives $x_A = -2$; $x_B = 4$ et $x_C = 1,5$.
- Donner l'abscisse des points D , E et F .
- Quels sont les points d'abscisses opposées?
- Quelle est la distance à zéro de l'abscisse du point A ?

Exercice 21 ► On considère la droite graduée ci-dessous :



- Donner les abscisses des points A et B .
- Placer le point C , sur la droite ci-dessus, dont l'abscisse est l'opposé de l'abscisse de A .
- Que peut-on dire des points A et C ?
- Quelle est la distance à zéro du point B ?

Exercice 22 ► Déterminer les opposés des nombres suivants : 5; -7 ; 2,3; $-6,25$.



Dire que deux nombres relatifs sont des nombres *opposés* signifie que leur somme est nulle.



Comme $(-7) + 7 = 0$, alors (-7) et 7 sont des nombres opposés. On dit également que 7 est l'opposé de (-7) ou que (-7) est l'opposé de 7 .

Exercice 23 ► Donner l'opposé de 8 ; (-10) ; $3,2$; $(-7,8)$.

Exercice 24 ► Compléter les égalités ci-dessous :

$-5 + 5 = \dots$	$-2 + \dots = 0$	$6 + \dots = 0$
$-2,5 + \dots = 0$	$0,7 - \dots = 0$	$-6 + \dots = 0$

Compétence 5

Savoir reconnaître et écrire des fractions égales

Pour écrire des nombres égaux à un nombre en écriture fractionnaire, on peut multiplier (ou diviser) le numérateur et le dénominateur par un même nombre positif non nul (différent de 0).



$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c} \quad (b \neq 0; c \neq 0)$$



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28} \quad \frac{45}{27} = \frac{45 \div 9}{27 \div 9} = \frac{5}{3}$$

Exercice 25 ► Relier les fractions égales :

$\frac{81}{36}$	•		•	$\frac{4}{7}$
$\frac{18}{24}$	•		•	$\frac{17}{14}$
$\frac{20}{35}$	•		•	$\frac{3}{4}$
$\frac{34}{28}$	•		•	$\frac{9}{4}$

Exercice 26 ► Écrire les fractions suivantes avec le même dénominateur. Ensuite, ranger ces fractions par ordre croissant :

$$a = \frac{2}{3} \quad ; \quad b = \frac{5}{9} \quad ; \quad c = \frac{13}{18} \quad ; \quad d = \frac{5}{6} \quad ; \quad e = \frac{1}{2}$$

Exercice 27 ► Un agriculteur a utilisé les trois cinquièmes de la surface de ses champs pour planter du colza, les $\frac{7}{45}$ de la surface de ses champs pour planter du maïs.

Quelle fraction de la surface de ses champs lui reste-t-il pour semer du blé?

Compétence 6

Savoir comparer, ranger et encadrer des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre

Exercice 28 ► Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$\frac{5}{36} \quad \frac{35}{36} \quad \frac{3}{36} \quad \frac{1}{36} \quad \frac{49}{36} \quad \frac{23}{36}$$



Pour comparer des fractions n'ayant pas le même dénominateur, on les écrit avec le même dénominateur.



Exercice 29 ► Comparer les fractions suivantes :

(a) $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$

(c) $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{10}$

(b) $\frac{17}{11}$ et $\frac{15}{11}$

(d) $\frac{23}{45}$ et $\frac{5}{9}$

Exercice 30 ► Comparer les écritures fractionnaires suivantes :

(a) $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{15}$

(c) $\frac{3}{16}$ et $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{17}{12}$ et $\frac{5}{3}$

(d) $\frac{5}{14}$ et $\frac{2}{7}$

Exercice 31 ► Ranger les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

$$\frac{7}{12} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{11}{4} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{2}{3}$$

Exercice 32 ► Dans une classe, on a relevé les informations suivantes :

- $\frac{2}{3}$ des élèves jouent au foot ;
- $\frac{3}{4}$ des élèves jouent au basket ;
- $\frac{7}{12}$ des élèves jouent au tennis.

Quel est le sport le plus pratiqué ? Quel est le sport le moins pratiqué ?

Exercice 33 ► Dans un collège, les classes de 4^e ont le choix entre allemand, espagnol et italien comme deuxième langue vivante. Deux cinquièmes des élèves de 4^e ont choisi allemand, 36 % ont choisi italien et le reste pratique l'espagnol.

Quelle deuxième langue vivante est la plus représentée? Justifier.

Exercice 34 ► On considère la figure ci-dessous.

La longueur AB représente trois cinquièmes du segment $[AD]$.



On souhaite placer le point C pour que la longueur AC représente $\frac{11}{20}$ du segment $[AD]$.

Sans faire de construction, sur quel segment sera placé le point C : le segment $[AB]$ ou le segment $[BD]$? Expliquer.