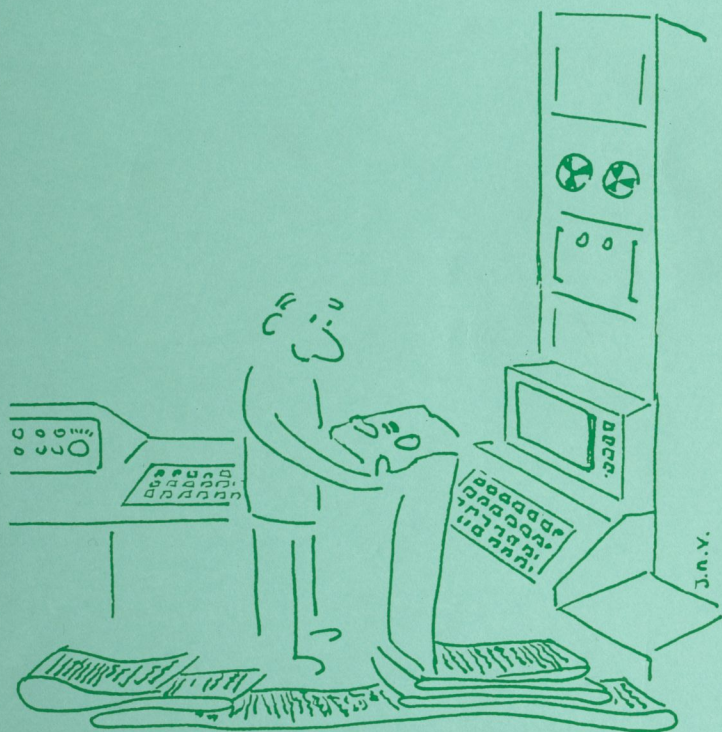


Les Publications de
l'IREM de BESANÇON

Le Théorème de Cayley Hamilton



UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ



L 3.31

PI3

1780

putc

Presses Universitaires Franc-Comtoises

Jean MERKER

DL Livres - BnF
31 MARS 2004

Le Théorème de Cayley Hamilton

Les Publications de l'IREM de BESANÇON

Directeur de collection Yves DUCÉL

© Presses Universitaires Franc-Comtoises 2003

ISBN 2-84867-007-X

IREM de BESANÇON

Le Théorème de Cayley Hamilton



Jean MERKER

D3

DLE-20040406-15790
2004-81535

L3.31-PIB-1780

PRESSES UNIVERSITAIRES FRANC-COMTOISES 2003
Diffusé par l'IREM de Franche-Comté

Le Pédagogue de Gayley Hamilton

LE THEOREME DE CAYLEY HAMILTON

Bonsoir à tous !

Voici, sous forme de "fascicule-IREM", la première partie de l'U.V. Alg. II du C.T.U. de Besançon (DEUG SSM). Elle traite du théorème de Cayley-Hamilton et la réduction de Jordan des matrices (les notions de valeurs propres et vecteurs propres étant supposées connues).

Les pages numérotées T., se réfèrent au cours proprement dit prolongé par les pages E., qui proposent des compléments sous forme d'exercices commentés dans la partie numérotée C..

Nous avons donné une tournure genre "rébus-mathématique à cette première partie qui est une digression autour du théorème de Cayley-Hamilton.

1. Voici le théorème :

Théorème :

Prenez une matrice *carrée* A . Formez la matrice $A - \lambda I$ (I , matrice unité). Calculez le déterminant de cette matrice. Ordonnez par rapport aux puissances de λ . Remplacez λ par "la variable X ". Vous obtenez ainsi un polynôme en X .

Remplacez maintenant X par A . Si vous effectuez alors la somme qui est sous vos yeux, vous trouvez 0 .

Miracle : cela marche toujours ! Ne vous évertuez pas de prendre les matrices, p. ex. à 3781 lignes et colonnes, une par une et de vérifier que cela marche : vous seriez pires que Saint-Thomas !

Comme ce théorème se trouve écrit dans presque tous les livres d'algèbre, il y a de fortes chances qu'il soit vrai (le continent australien existe, enfin, je crois !)

Nous pourrions donc nous passer, le coeur léger, d'une démonstration de ce théorème. Mais comme nous sommes des apprentis mathématiciens et que les programmes sont ce qu'ils sont (sourir), nous allons donc chercher la raison de ce théorème ou plutôt les multiples raisons qui militent en faveur de ce théorème, ou mieux, rébus : pourquoi est-ce que cela marche toujours ?

2 - Si on veut comprendre que quelque chose marche *toujours*, il faut pousser du côté du *général* : sinon c'est l'arbre qui risque de cacher la forêt.

Soit donc $A = (a_{i,j})_{i,j}$; une matrice $n \times n$. On forme le déterminant

Auteur Jean Merker
Titre Le Théorème de Cayley Hamilton

Langage Français

Caractéristiques de l'édition

Édition Réimpression (1992, mai 1999)
Éditeur Presses Universitaires Franc-Comtoises
Diffuseur IREM de Franche-Comté
Année 2003
Format 21 x 29,7 cm (A4)
50 pages recto verso
support papier
Dépôt légal 1er trimestre 2003
ISBN 2-84867-007-X

Public Personnes intéressées par l'algèbre (niveau Bac).

Résumé Le prétexte de la présente brochure est un cours de télé-enseignement de premier cycle. Y était au programme le théorème de Cayley Hamilton, qui se trouve expliqué ici en dégagant le plus possible les raisons générales cachées derrière le théorème, ceci de façon la plus agréable possible.

Mots clés Matrices, Polynômes caractéristique et minimal, Matrices de Jordan.



Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
de l'Université de Franche-Comté
Département de Mathématiques - UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray - 25030 BESANÇON Cedex - France

Tél. : 03 81 66 62 25 - Fax : 03 81 66 62 34
Mél : iremfc@math.univ-fcomte.fr
[http : //pegase.univ-fcomte.fr](http://pegase.univ-fcomte.fr)

Participant d'une démarche de transmission de fictions ou de savoirs rendus difficiles d'accès par le temps, cette édition numérique redonne vie à une œuvre existant jusqu'alors uniquement sur un support imprimé, conformément à la loi n° 2012-287 du 1^{er} mars 2012 relative à l'exploitation des Livres Indisponibles du XX^e siècle.

Cette édition numérique a été réalisée à partir d'un support physique parfois ancien conservé au sein des collections de la Bibliothèque nationale de France, notamment au titre du dépôt légal. Elle peut donc reproduire, au-delà du texte lui-même, des éléments propres à l'exemplaire qui a servi à la numérisation.

Cette édition numérique a été fabriquée par la société FeniXX au format PDF.

La couverture reproduit celle du livre original conservé au sein des collections de la Bibliothèque nationale de France, notamment au titre du dépôt légal.

*

La société FeniXX diffuse cette édition numérique en accord avec l'éditeur du livre original, qui dispose d'une licence exclusive confiée par la Sofia – Société Française des Intérêts des Auteurs de l'Écrit – dans le cadre de la loi n° 2012-287 du 1^{er} mars 2012.

Avec le soutien du

