

Avant-propos

Qu'est-ce que l'optimisation combinatoire ? Il y a, à mon avis, autant de définitions que de chercheurs dans ce domaine, les unes aussi pertinentes que les autres. Pour moi, c'est tout d'abord l'art de comprendre un problème réel, un problème naturel, et de pouvoir le transformer en un modèle mathématique. C'est l'art d'étudier ce modèle afin d'extraire ses propriétés structurelles et de caractériser les solutions du problème modélisé. C'est l'art d'exploiter cette caractérisation afin de déterminer des algorithmes qui les calculent mais aussi de mettre en évidence des limites sur l'efficacité et l'efficacité de ces algorithmes. C'est enfin l'art d'enrichir ou d'abstraire les modèles construits afin d'augmenter leur puissance, leur portabilité et leur capacité à décrire mathématiquement (et informatiquement) d'autres problèmes similaires ou non aux problèmes qui ont inspiré les modèles initiaux.

Vu sous cet angle, on comprend aisément pourquoi l'optimisation combinatoire se situe au cœur du confluent des disciplines scientifiques aussi riches et différentes que l'informatique théorique et l'algorithmique, les mathématiques pures et appliquées, discrètes et continues, l'économie mathématique et la gestion quantitative. Elle est inspirée par elles et elle les enrichi toutes.

Ce livre, *Optimisation combinatoire : concepts fondamentaux* est le premier d'une série intitulée « Optimisation combinatoire » (une sorte de *French-language handbook of combinatorial optimization*) ; il tente avec les autres qui vont suivre de matérialiser cette vision de l'optimisation combinatoire. Les sujets de ce volume traitent des thématiques considérées comme propres à l'optimisation combinatoire. L'ouvrage est divisé en trois parties :

- éléments de la théorie de la complexité (première partie) ;
- méthodes classiques de résolution exacte des problèmes (deuxième partie) ;

– notions et méthodes de la programmation mathématique (troisième partie).

Dans la première partie, le chapitre 1 présente les fondements de la théorie de la complexité (déterministe) et de l'analyse des algorithmes, tandis que dans le chapitre 2, le cadre change. On y considère des algorithmes dont les décisions sont prises par une sorte de tirage au sort. A chaque étape de résolution d'un problème, plusieurs alternatives sont donc à envisager, chacune étant suivie avec une certaine probabilité ; c'est le cadre des algorithmes probabilistes (ou randomisés) qui est décrit dans ce chapitre.

Dans la deuxième partie sont présentées des méthodes qui constituent des grands classiques pour l'optimisation combinatoire : les méthodes par séparation et évaluation, et la programmation dynamique. Les premières (le célèbre *branch-and-bound*) sont les plus connues et les plus populaires lorsque l'on veut résoudre à l'optimum un problème difficile d'optimisation combinatoire. Le chapitre 3 donne un aperçu très complet sur ces méthodes. Que peut-on dire de la programmation dynamique, présentée dans le chapitre 4 ? Sa portée est considérable, de même que le nombre de problèmes d'optimisation dont les algorithmes de résolution optimale l'utilisent comme méthode centrale.

La troisième partie est centrée sur la programmation mathématique, considérée comme le cœur de l'optimisation combinatoire et de la recherche opérationnelle. Dans le chapitre 5, un grand nombre de modèles linéaires pour un aussi grand nombre de problèmes d'optimisation combinatoire est exposé et commenté. Le chapitre 6 présente quelques méthodes classiques de programmation linéaire tandis que dans le chapitre 7, des méthodes de l'optimisation quadratique en variables binaires sont présentées. Le chapitre 8 décrit un ensemble de méthodes de résolution très utilisées actuellement, la génération de colonnes. Le chapitre 9 se focalise sur les méthodes polyédrales, vieilles de presque soixante ans mais toujours d'actualité pour la recherche en optimisation combinatoire. Enfin, le chapitre 10 présente un sujet plus contemporain mais extrêmement intéressant, la programmation par contraintes.

Ce livre s'adresse aussi bien à des chercheurs confirmés qu'à des chercheurs débutants, voire à des étudiants en Master. Pour ces derniers, une lecture aisée nécessiterait probablement quelques connaissances de base en théorie des graphes et en programmation mathématique (surtout linéaire), même si les auteurs ont pris soin de définir dans leurs chapitres toutes les notions qu'ils utilisent. Dans tous les cas, pour un approfondissement en théorie des graphes, le lecteur est invité à se référer au formidable livre, un livre phare, de l'un de nos maîtres à penser, Claude Berge (*Graphs and hypergraphs*, North Holland, 1973). Pour la programmation linéaire, il y a une multitude de très bons livres que le lecteur pourrait consulter, par exemple, V. Chvátal, *Linear programming*, W.H. Freeman, 1983, ou encore M. Minoux, *Programmation mathématique : théorie et algorithmes*, Dunod, 1983.

Pour l’aventure, oh combien excitante ! qu’a été la direction de ce livre, tous mes remerciements vont d’abord aux auteurs qui, malgré leurs multiples obligations et engagements (c’est le lot de tout universitaire actif), ont accepté d’y participer en écrivant des chapitres sur leurs domaines et, par la même occasion, de se livrer à un exercice très délicat : faire des chapitres qui soient à la fois pédagogiques et de haut niveau scientifique.

Federico Della Croce et Jérôme Monnot ont lu avec moi les chapitres de ce volume. Leurs remarques et suggestions, toujours pertinentes, ont beaucoup contribué à l’amélioration du contenu et de la lisibilité de plusieurs chapitres, et à une homogénéisation certaine du livre.

Dominique Quadri a traduit en français, avec beaucoup de succès et d’habileté le chapitre 5. Qu’elle trouve ici l’expression de tous mes remerciements. Bruno Escoffier m’a conseillé et beaucoup aidé sur la structure des parties qui constituent ce livre. Je remercie également Aphrodite Michali, Aristote Giannakos et Olivier Pottier pour m’avoir aidé à la transformation des documents Word en \LaTeX . Sans leur aide, la sortie de ce livre aurait été repoussée de plusieurs semaines. Enfin, je remercie Stratos Paschos pour son aide et ses conseils en \LaTeX .

Cet ouvrage n’aurait pas été réalisé sans la proposition de Jean-Charles Pomerol et du directeur des éditions Hermès Sami Ménascé. Je les remercie très chaleureusement de leur insistance et de leurs encouragements. Je remercie aussi Chantal Ménascé des éditions Hermès pour sa gentillesse, sa disponibilité et son ingéniosité pour trouver des solutions à tout problème éditorial et Maggy Trognon pour la relecture très attentive et méticuleuse de ce document et pour les corrections qu’elle lui a apportées.

Vangelis Th. PASCHOS