

# Sommaire

<b>Chapitre 1</b>	<b>Cinématique du point</b> . . . . .	<b>7</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	22
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	29
<b>Chapitre 2</b>	<b>Dynamique du point en référentiel galiléen</b> . . . . .	<b>45</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	60
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	63
<b>Chapitre 3</b>	<b>Puissance et énergie en référentiel galiléen</b> . . . . .	<b>83</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	100
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	108
<b>Chapitre 4</b>	<b>Oscillateur harmonique à un degré de liberté</b> . . . . .	<b>133</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	145
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	150
<b>Chapitre 5</b>	<b>Oscillations forcées dans les problèmes à un degré de liberté.</b> . . . . .	<b>165</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	178
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	181
<b>Chapitre 6</b>	<b>Théorème du moment cinétique</b> . . . . .	<b>193</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	204
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	209
<b>Chapitre 7</b>	<b>Forces centrales conservatives</b> . . . . .	<b>225</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	235
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	241
<b>Chapitre 8</b>	<b>Changements de référentiel – Référentiel non galiléen</b> . . . . .	<b>253</b>
	<i>Méthodes : l'essentiel ; mise en œuvre</i> . . . . .	267
	<i>Exercices : énoncés, solutions</i> . . . . .	271
<b>Chapitre 9</b>	<b>Quelques problèmes</b> . . . . .	<b>295</b>
<b>Index</b> . . . . .		<b>326</b>

# Cinématique du point

## Introduction

Dans ce premier chapitre, nous nous intéressons au mouvement d'un point, sans nous occuper ni des effets, ni des causes de ce mouvement. Ainsi nous étudierons le mouvement, c'est-à-dire l'évolution d'un point dans l'espace et au cours du temps, à l'aide des notions de vecteur position, de vitesse ou d'accélération, toutes relatives à un observateur ou un référentiel.

### Plan du chapitre 1

<b>A. Description du mouvement</b> .....	8
1. Exemple : l'hélicoptère .....	8
2. Système étudié, observateur .....	8
3. Repérage d'un point .....	9
4. Vitesse d'un point .....	12
5. Accélération .....	15
6. Bilan .....	17
7. Bases de projection utiles .....	18
<b>B. Étude de mouvements usuels</b> .....	19
1. Mouvement rectiligne .....	19
2. Mouvement circulaire .....	21
 <i>Méthodes</i>	
L'essentiel ; mise en œuvre .....	22
<i>Énoncés des exercices</i> .....	29
<i>Indications</i> .....	31
<i>Solution des exercices</i> .....	32

# A. Description du mouvement

## A.1. Exemple : l'hélicoptère

Considérons un hélicoptère se déplaçant horizontalement en ligne droite (fig. 1).

Repérons deux points particuliers : le point A, *axe des pales* et le point M extrémité d'une pale. Le point O est un point fixe par rapport au sol. Le point A est un point fixe par rapport au cockpit de l'hélicoptère.

Afin de décrire le mouvement de l'hélicoptère, il est nécessaire de choisir un **observateur** (qui regarde la scène) et un **observé** (point qui est observé par l'observateur).

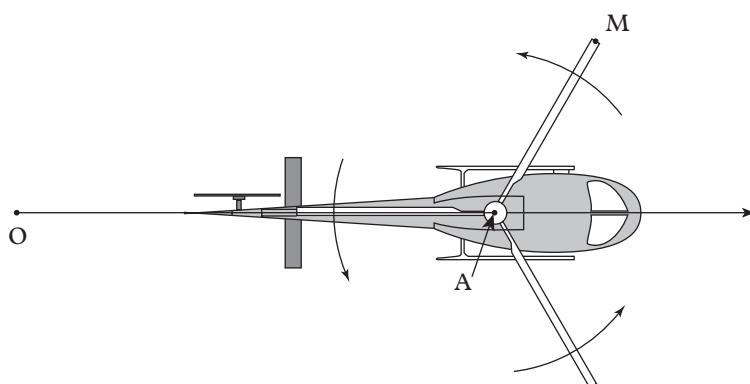


Fig. 1 - Déplacement rectiligne horizontal de l'hélicoptère.

Par exemple, le point M observé depuis le cockpit va tourner alors qu'observé depuis le sol, il va « tourner **et** avancer ».

De même, le point A, observé depuis le cockpit, sera immobile alors qu'observé depuis le sol, il avancera.

Ainsi, il est indispensable de préciser ce qu'on observe (le point observé) et d'où on l'observe (observateur).

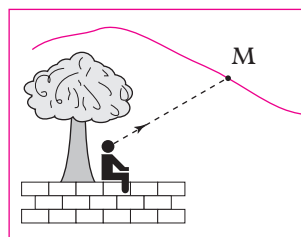


Fig. 2 - Observateur et point observé.

1. On dit que le mouvement n'a pas un caractère absolu, mais est relatif (à l'observateur).

## A.2. Système étudié, observateur

### A.2.1 - Définir le système étudié

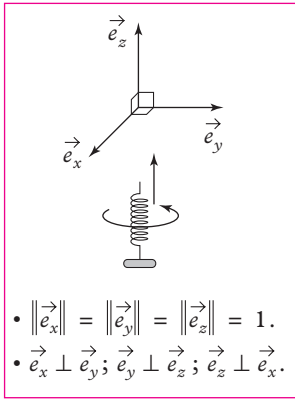
- La première étape consiste à définir le système étudié (l'observé) ; en cinématique du point, il s'agira forcément d'un point : le **point observé**.

Par exemple, sur la fig. 2, le point M est l'observé.

- La seconde étape consiste à définir l'**observateur** ; c'est par rapport à lui que le mouvement sera décrit (le mouvement du point observé dépend de l'observateur)<sup>1</sup>.

Par exemple, sur la fig. 2, l'observateur qui observe M est lié au sol.

Or définir précisément un observateur, c'est définir un référentiel.



**Fig. 3** - Base orthonormée directe ; en vissant le tire-bouchon :

- de  $\vec{e}_x$  vers  $\vec{e}_y$ , il s'enfoncé vers  $\vec{e}_z$  ;
- de  $\vec{e}_y$  vers  $\vec{e}_z$ , il s'enfoncé vers  $\vec{e}_x$  ;
- de  $\vec{e}_z$  vers  $\vec{e}_x$ , il s'enfoncé vers  $\vec{e}_y$  .

1. Ce référentiel correspond à tout ce qui est fixe par rapport à l'observateur ; on le représente souvent par un solide auquel est lié l'observateur.

## A.2.2 - Notion de référentiel

### • Base orthonormée directe

Pour définir un référentiel (observateur), il faut d'abord définir une base orthonormée directe (voir fig. 3), composée de trois vecteurs :

- perpendiculaires entre eux (ortho) ;
- de norme 1 (normée) ;
- respectant la règle du tire-bouchon (directe).

Cette base définit en fait trois directions.

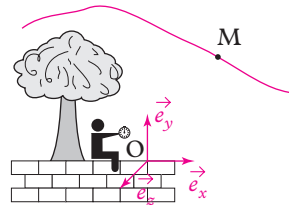
### • Repère

L'adjonction d'un point O (origine du repère) à une base orthonormée directe  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  définit un repère orthonormé direct :  $(O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

### • Référentiel

Comme le point M se déplace au cours du temps, il faut que l'observateur soit capable de préciser la position du point M à chaque instant ; il faut donc qu'il soit capable de mesurer le temps (à l'aide d'une horloge).

L'adjonction du temps à un repère définit un référentiel  $\mathcal{R} : (O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, t)$ . Celui-ci définit précisément la notion d'observateur<sup>1</sup>.



**Fig. 4** - Référentiel  $(O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, t)$  lié à l'observateur.

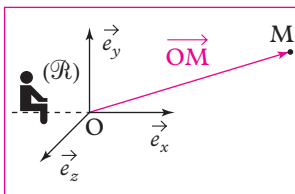
Ainsi sur la fig. 4,  $\mathcal{R} : (O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, t)$  est un référentiel lié à l'observateur.

Le temps s'écoulant de la même manière dans tout référentiel, il sera inutile de préciser le temps dans l'écriture du référentiel ; ainsi, on pourra écrire :  $\mathcal{R} (O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

## A.3. Repérage d'un point

### A.3.1 - Vecteur position et trajectoire

- La position du point M observé (fig. 5), depuis l'observateur (référentiel  $\mathcal{R}$ ) est définie à l'aide du **vecteur position**  $\overrightarrow{OM}$  composé :
  - d'un point origine O fixe par rapport à l'observateur, c'est-à-dire au référentiel  $\mathcal{R} (O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  ;
  - du point M observé.



**Fig. 5** - Vecteur position du point M dans le référentiel  $\mathcal{R}$ .

**Rappel** : un vecteur est défini par :

- sa direction ;
- son sens ;
- sa norme (ou valeur).

• La trajectoire du point M dans le référentiel  $\mathcal{R}$  est l'ensemble des points par lesquels M passe au cours du temps ; la trajectoire dépend du choix de l'observateur, c'est-à-dire du référentiel  $\mathcal{R}$ .

- Exemple de l'hélicoptère (fig. 6).

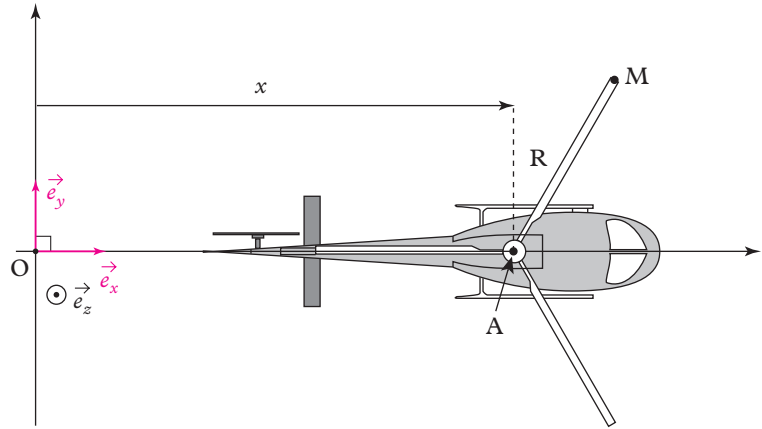


Fig. 6 - Position du point M dans  $\mathcal{R}$  et dans  $\mathcal{R}'$ .

La position du point M dans le référentiel  $\mathcal{R}$  ( $O ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ ), c'est-à-dire par rapport à l'observateur lié au sol, est définie à l'aide du vecteur position  $\overrightarrow{OM}$ .

La position du point M dans un référentiel  $\mathcal{R}'$  ( $A ; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ ), c'est-à-dire par rapport à l'observateur lié au cockpit de l'hélicoptère, est définie à l'aide du vecteur position  $\overrightarrow{AM}$ .

Dans ce référentiel  $\mathcal{R}'$ , le point M décrit une trajectoire circulaire de centre A et de rayon  $R = AM$ .

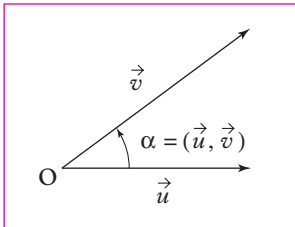


Fig. 7 - Produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

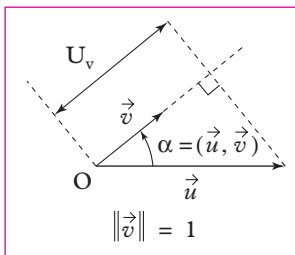


Fig. 8 - Projection de  $\vec{u}$  sur  $\vec{v}$ .

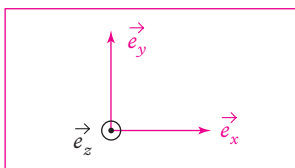


Fig. 9 - Base orthonormée directe ( $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ ).

### A.3.2 - Produit scalaire

#### Définition 1

Le produit scalaire des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  (fig. 7) est un scalaire (un nombre), noté  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ , qui vaut :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v}).$$

#### Propriétés

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$  ;
- si  $\vec{u} \perp \vec{v}$  alors  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  ;
- $\vec{u}^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\| \|\vec{u}\| \cos(\vec{u}, \vec{u}) = \|\vec{u}\|^2$ , soit  $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \sqrt{\vec{u}^2}$  ;
- $\vec{u} \cdot \vec{v}$  représente la projection du vecteur  $\vec{u}$  dans la direction du vecteur  $\vec{v}$  si  $\|\vec{v}\| = 1$  (fig. 8) ; en effet,  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cos(\vec{u}, \vec{v}) = U_v$ .

- Produit scalaire entre vecteurs d'une base orthonormée directe (fig. 9) :

$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_x = 1 ; \quad \vec{e}_x \cdot \vec{e}_y = 0 ;$$

$$\vec{e}_y \cdot \vec{e}_y = 1 ; \quad \vec{e}_y \cdot \vec{e}_z = 0 ;$$

$$\vec{e}_z \cdot \vec{e}_z = 1 ; \quad \vec{e}_z \cdot \vec{e}_x = 0.$$