

SAVOIRS

PHYSIQUE

ACTUELS

# LES MILIEUX GRANULAIRES ●

ENTRE FLUIDE ET SOLIDE



●  
BRUNO ANDREOTTI  
YOËL FORTERRE et  
OLIVIER POULIQUEN



CNRS ÉDITIONS

Bruno Andreotti, Yoël Forterre  
et Olivier Pouliquen

# Les milieux granulaires : entre fluide et solide

S A V O I R S   A C T U E L S

EDP Sciences/CNRS ÉDITIONS

*Illustration de couverture* : Ligne de crête d'une dune Étoile du Grand Erg Oriental.

Imprimé en France.

© 2011, **EDP Sciences**, 17, avenue du Hoggar, BP 112, Parc d'activités de Courtabœuf, 91944 Les Ulis Cedex A

et

**CNRS ÉDITIONS**, 15, rue Malebranche, 75005 Paris.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays. Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle). Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 01 43 26 95 35.

**ISBN** EDP Sciences 978-2-7598-0097-1

**ISBN** CNRS ÉDITIONS 978-2-271-07089-0

# Préface

La science des milieux granulaires a une longue histoire que justifient l'omniprésence des matériaux divisés sur Terre ainsi que les nombreuses applications qui en font usage. Plusieurs ouvrages récents ont rendu compte de cette réalité et témoignent de l'importance actuelle des recherches sur ces systèmes hétérogènes et désordonnés. Ce livre n'est cependant pas juste une nouvelle contribution à cette histoire qu'il ne fait qu'évoquer au cours de son développement. C'est bien plus une mise au point approfondie des recherches récentes, fruit du travail d'une large communauté de recherche qui s'est structurée dans les dernières décennies en France et à l'étranger, de leurs enseignements avancés à l'Université et dans des Écoles d'été. Cet ouvrage sera sans doute, et pour longtemps je pense, la référence scientifique de base pour la recherche et les enseignements à l'Université dans les divers domaines où l'on rencontre de tels matériaux.

Ce qui a justifié le renouvellement du sujet depuis les années 80 a été la prise en compte du désordre multi-échelles – omniprésent dans ces milieux – qui rend vaine l'idée que l'on puisse remonter directement des propriétés du grain ou de petits ensembles de grains, décrits dans les premiers chapitres, à celles d'un tas. L'utilisation des résultats de la mécanique statistique qui avait été très développée dans les décennies précédentes ainsi que de la physique des solides et, plus généralement, des milieux condensés, ont été les outils de base de cette ouverture. Comme le suggérait Pierre-Gilles de Gennes qui fut un pionnier dans ce nouveau départ : « *disorder at small scale is a well tamed animal; disorder at larger scale needs new explorers* ».

Cet ouvrage accueille trois de ces explorateurs qui rendent compte en particulier de leurs travaux et font un point actuel des recherches. La question fondamentale à laquelle ce livre entend répondre est la même que celle que posent les enfants devant ces expériences de coin de table souvent bien proches de travaux originaux des physiciens : S'agit-il d'un solide, d'un gaz ou d'un liquide ? La réponse à ces questions fait l'objet des trois chapitres centraux de l'ouvrage pour finalement conclure qu'il s'agit d'un nouvel état de la matière. D'ailleurs, tout au long des présentations qui accompagnent cette question, nous rencontrons les divers paradoxes qui justifient cette conclusion.

Si ces chapitres considèrent un milieu de grains secs où les interactions de contact sont dominantes, le livre s'ouvre vers les milieux humides ou immergés

dont l'étude doit prendre en compte les forces capillaires et de viscosité qui n'ont pas fait encore l'objet d'autant d'études fondamentales avec des problèmes ouverts (la compréhension des sables mouvants par exemple).

La dernière partie concerne quelques applications qui portent ici essentiellement sur les sciences de la terre, objets de programmes de recherche qu'ont conduit les auteurs avec des géophysiciens et qui illustrent bien les études de base précédentes. Ainsi sont abordés les formations naturelles de reliefs telles que dunes ou rides résultats de couplage hydro ou aérodynamiques, les écoulements sous gravité (glissements de terrains, avalanches...), l'érosion des sols ou la formation des méandres. . .

L'ouvrage est impressionnant par les analyses en profondeur et les traitements mathématiques qui complètent une présentation détaillée des observations et des expériences et qu'accompagnent les simulations sur ordinateur.

Ce livre princeps sera, à coup sur, à la base d'autres ouvrages issus d'autres communautés. La recherche actuelle a suivi une démarche centripète, en s'efforçant de décrire de façon unifiée les propriétés communes des systèmes matériels de la matière en grains à partir d'un modèle aussi simple et pauvre en paramètres ajustables (un sac de billes dures de même diamètre ne fait intervenir aucun paramètre dimensionnel). Il importe aujourd'hui d'utiliser ces descriptions au service des autres communautés. Ainsi, les opérations du génie civil qui ont fait l'objet de nombreux travaux communs ; la révolution technologique des bétons actuels qui a bénéficié de ces études de base, mais il reste beaucoup à faire sur le broyage et, plus généralement, la préparation et le tri de milieux granulaires. La pédologie – la science des sols – ou le génie alimentaire par exemple, commencent à donner lieu à des études en commun. . .

Ce riche ouvrage de référence sera sans doute à l'avenir un outil de travail pour tous les autres domaines d'application des milieux granulaires

Étienne GUYON.

# Table des matières

<b>Préface</b>	<b>iii</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Définition et exemples de milieux granulaires . . . . .	1
1.2 Entre fluide et solide : les spécificités de la matière en grains . .	4
1.3 Objectif et plan de l'ouvrage . . . . .	9
<b>Encadré 1.1 : Granulométrie d'un matériau granulaire</b>	<b>10</b>
<b>Encadré 1.2 : Une brève histoire de grains</b>	<b>13</b>
<b>2 Interactions à l'échelle du grain</b>	<b>17</b>
2.1 Forces de contact solide . . . . .	17
2.1.1 Contact élastique de Hertz . . . . .	18
2.1.2 Friction solide . . . . .	20
2.1.3 Collisions entre deux particules . . . . .	28
2.2 Autres interactions . . . . .	32
2.2.1 Interaction électrostatique . . . . .	33
2.2.2 Adhésion . . . . .	33
2.2.3 Cohésion capillaire . . . . .	37
2.2.4 Cas des surfaces réelles, rôle de la rugosité . . . . .	38
2.2.5 Ponts solides . . . . .	40
2.3 Forces en écoulement . . . . .	47
2.3.1 Force sur un grain dans un écoulement stationnaire et uniforme . . . . .	48
2.3.2 Force dans les écoulements instationnaires et inhomogènes	52
2.3.3 Forces hydrodynamiques entre grains : lubrification . . .	56
<b>Encadré 2.1 : Contact électrique entre grains et effet Branly</b>	<b>27</b>
<b>Encadré 2.2 : Origine physique du coefficient d'inélasticité   et lois d'échelle</b>	<b>30</b>
<b>Encadré 2.3 : Méthodes de simulations numériques discrètes   des milieux granulaires</b>	<b>42</b>

<b>3</b>	<b>Le solide granulaire : statique et élasticité</b>	<b>61</b>
3.1	Les empilements granulaires . . . . .	61
3.1.1	Fraction volumique . . . . .	62
3.1.2	Empilements monodisperses de sphères . . . . .	62
3.1.3	Empilements de sphères de différentes tailles . . . . .	64
3.1.4	Compaction . . . . .	68
3.2	Forces dans les empilements . . . . .	74
3.2.1	Détermination des forces dans un empilement : rôle de la friction et isostaticité . . . . .	74
3.2.2	Statistique de la répartition de forces . . . . .	76
3.3	Des forces aux contraintes . . . . .	87
3.3.1	Définition des contraintes dans un milieu granulaire . . . . .	87
3.4	Distribution des contraintes à l'équilibre . . . . .	91
3.4.1	Contraintes dans un silo : calcul de Janssen . . . . .	92
3.4.2	Contraintes sous un tas . . . . .	95
3.5	Élasticité d'un milieu granulaire . . . . .	97
3.5.1	Élasticité d'une chaîne de billes unidimensionnelle . . . . .	98
3.5.2	Modules élastiques d'un empilement granulaire . . . . .	99
3.5.3	Relation constitutive . . . . .	101
3.5.4	Acoustique des milieux granulaires . . . . .	107
<b>Encadré 3.1 : Méthodes de mesure de la fraction volumique</b>		<b>66</b>
<b>Encadré 3.2 : Approches théoriques de la compaction granulaire</b>		<b>72</b>
<b>Encadré 3.3 : Le <math>q</math>-modèle, un modèle simple de propagation des forces dans un empilement granulaire</b>		<b>79</b>
<b>Encadré 3.4 : Rappels sur les milieux continus</b>		<b>83</b>
<b>Encadré 3.5 : Une démonstration de l'expression du tenseur des contraintes</b>		<b>90</b>
<b>Encadré 3.6 : Transition de blocage et limite de rigidité</b>		<b>105</b>
<b>Encadré 3.7 : Vitesse de propagation des ondes longitudinale et transverse dans un milieu granulaire</b>		<b>112</b>
<b>Encadré 3.8 : Le silo chantant</b>		<b>115</b>
<b>Encadré 3.9 : Le chant des dunes</b>		<b>118</b>
<b>4</b>	<b>Le solide granulaire : plasticité</b>	<b>123</b>
4.1	Phénoménologie . . . . .	124
4.1.1	Le tas de sable . . . . .	124
4.1.2	La cellule de cisaillement . . . . .	125
4.1.3	La cellule triaxiale . . . . .	128
4.2	Les différents niveaux de descriptions : approche scalaire . . . . .	129
4.2.1	Premier niveau de description : un milieu frottant . . . . .	129

4.2.2	Second niveau de description : prise en compte des variations de fraction volumique . . . . .	133
4.2.3	Vers des niveaux de description plus fine . . . . .	137
4.3	Modèle de Mohr-Coulomb . . . . .	138
4.3.1	Critère de rupture . . . . .	138
4.3.2	Déformations plastiques . . . . .	149
4.3.3	Conclusion sur le modèle de Mohr-Coulomb/Drücker-Prager . . . . .	151
4.4	Rôle de la fraction volumique : théorie des états critiques . . . . .	152
4.4.1	Modèle de Drücker-Prager dilatant . . . . .	153
4.4.2	Modèle Cam-Clay . . . . .	155
4.5	Aller plus loin dans les modélisations plastiques . . . . .	159
4.5.1	Prise en compte de l'élasticité . . . . .	159
4.5.2	Chemins de chargement plus complexes . . . . .	161
4.5.3	Phénomènes de localisation . . . . .	162
4.5.4	Vers les écoulements granulaires . . . . .	165
4.6	Plasticité des milieux cohésifs . . . . .	166
4.6.1	Phénoménologie des milieux granulaires cohésifs . . . . .	166
4.6.2	Modèle de Mohr-Coulomb cohésif . . . . .	169
4.6.3	Estimation de la cohésion macroscopique . . . . .	170
<b>Encadré 4.1 : La dilatance de Reynolds</b>		<b>133</b>
<b>Encadré 4.2 : Comment résoudre numériquement un problème élasto-plastique</b>		<b>160</b>
<b>Encadré 4.3 : Analyse microscopique de la plasticité</b>		<b>163</b>
<b>Encadré 4.4 : Effet d'humidité</b>		<b>168</b>
<b>5</b>	<b>Gaz granulaires</b>	<b>173</b>
5.1	Analogies et différences avec un gaz . . . . .	173
5.2	Théorie phénoménologique : modèle de Haff (1983) . . . . .	175
5.2.1	Équations de conservation . . . . .	176
5.2.2	Coefficients de transport . . . . .	177
5.2.3	Un mot sur les conditions aux limites . . . . .	182
5.3	Une approche plus complète . . . . .	185
5.3.1	Équation de Enskog-Boltzmann inélastique . . . . .	185
5.3.2	Lois de conservation . . . . .	190
5.3.3	Relations constitutives (Lun <i>et al.</i> , 1984) . . . . .	195
5.3.4	Vers des modèles plus complexes . . . . .	198
5.4	Applications . . . . .	200
5.4.1	Cisaillement plan : loi de Bagnold . . . . .	200
5.4.2	Auto-convection granulaire . . . . .	203
5.4.3	Les anneaux de Saturne . . . . .	204
5.4.4	Boîte vibrée et démon de Maxwell . . . . .	208
5.4.5	Refroidissement homogène et instabilité d'amas . . . . .	212



5.5	Limites de la théorie cinétique . . . . .	217
5.5.1	Problème de séparation d'échelle micro/macro . . . . .	217
5.5.2	Effondrement inélastique . . . . .	218
5.5.3	Vers le régime d'écoulement dense . . . . .	219
<b>Encadré 5.1 : Calcul du terme de collision de l'équation de Boltzmann</b>		<b>187</b>
<b>Encadré 5.2 : Calcul du terme de collision dans l'équation de transport de Maxwell-Boltzmann</b>		<b>192</b>
<b>Encadré 5.3 : Fonction de distribution des vitesses d'un gaz granulaire isolé</b>		<b>215</b>
<b>Encadré 5.4 : Instabilités dans les milieux vibrés, oscillons</b>		<b>221</b>
<b>6</b>	<b>Le liquide granulaire</b>	<b>225</b>
6.1	Introduction . . . . .	225
6.2	Rhéologie . . . . .	231
6.2.1	Cisaillement simple : analyse dimensionnelle . . . . .	232
6.2.2	Loi constitutive . . . . .	237
6.2.3	Applications . . . . .	244
6.2.4	Au-delà de la rhéologie $\mu(I)$ . . . . .	256
6.2.5	Conclusion sur la rhéologie des écoulements denses . . . . .	261
6.3	Équations de Saint-Venant . . . . .	266
6.3.1	Dérivation des équations . . . . .	267
6.3.2	Choix de la loi de friction . . . . .	271
6.3.3	Exemples d'applications . . . . .	275
6.3.4	Limites et extensions des équations de Saint-Venant . . . . .	282
6.4	Ségrégation sous écoulement . . . . .	286
6.4.1	Ségrégation sur pente . . . . .	291
6.4.2	Ségrégation sur tas et en tambour tournant . . . . .	293
6.4.3	Approches théoriques . . . . .	295
<b>Encadré 6.1 : Mesure de vitesse dans les écoulements granulaires</b>		<b>229</b>
<b>Encadré 6.2 : Rhéologie : vers des milieux granulaires plus complexes</b>		<b>240</b>
<b>Encadré 6.3 : Prédiction de la rhéologie <math>\mu(I)</math> pour le cisaillement plan sous gravité</b>		<b>254</b>
<b>Encadré 6.4 : Une bille sur un plan incliné : le Tac-Tac</b>		<b>262</b>
<b>Encadré 6.5 : Ségrégation sous vibrations</b>		<b>287</b>
<b>Encadré 6.6 : La neige : un exemple de milieu granulaire polydisperse</b>		<b>301</b>

<b>7</b>	<b>Milieux granulaires immergés</b>	<b>303</b>
7.1	Équations diphasiques . . . . .	304
7.1.1	Conservation de la masse . . . . .	304
7.1.2	Définition des contraintes effectives . . . . .	304
7.1.3	Équations du mouvement . . . . .	305
7.1.4	Limite diluée . . . . .	307
7.1.5	Limite dense . . . . .	308
7.2	Rôle du fluide sur les empilements statiques . . . . .	309
7.2.1	Équilibre statique . . . . .	309
7.2.2	Écoulement dans un poreux . . . . .	310
7.2.3	Lit fluidisé . . . . .	311
7.3	Rôle du fluide lors de la compaction ou de la dilatation d'un milieu granulaire . . . . .	313
7.3.1	Consolidation d'un sol : un aperçu de la poroélasticité . . . . .	314
7.3.2	Liquéfaction des sols . . . . .	316
7.3.3	Conséquence pour les glissements de terrain . . . . .	318
7.4	Rôle du fluide dans les écoulements granulaires . . . . .	323
7.4.1	Milieux granulaires ou suspensions ? . . . . .	323
7.4.2	Cisaillement à contrainte normale imposée . . . . .	325
7.4.3	Rhéologie à fraction volumique imposée : lien avec les suspensions denses . . . . .	329
<b>Encadré 7.1 : Rôle de l'air dans les milieux granulaires vibrés</b>		<b>312</b>
<b>Encadré 7.2 : Les sables mouvants</b>		<b>320</b>
<b>8</b>	<b>Érosion et transport sédimentaire</b>	<b>331</b>
8.1	Introduction . . . . .	331
8.2	Seuil statique de transport . . . . .	333
8.2.1	Nombre de Shields . . . . .	334
8.2.2	Détermination du seuil de transport à l'échelle du grain . . . . .	339
8.2.3	Influence de la pente longitudinale . . . . .	343
8.2.4	Influence de la cohésion . . . . .	344
8.3	Description du transport . . . . .	346
8.3.1	Interface entre le lit sédimentaire et le fluide . . . . .	346
8.3.2	Flux et conservation de la matière . . . . .	346
8.3.3	Flux saturé . . . . .	348
8.3.4	Longueur de saturation . . . . .	350
8.4	Charriage . . . . .	352
8.4.1	Description qualitative . . . . .	352
8.4.2	Description discrète du charriage . . . . .	353
8.4.3	Exemple de l'ensablement de l'estuaire de la Loire . . . . .	362

8.5	Transport éolien : saltation et reptation . . . . .	363
8.5.1	Description qualitative . . . . .	363
8.5.2	Seuil dynamique de transport . . . . .	365
8.5.3	Flux saturé . . . . .	366
8.5.4	Longueur de saturation . . . . .	370
8.5.5	Influence d'un gradient de vent transverse . . . . .	373
8.5.6	Exemple de l'ensablement d'une route saharienne . . . . .	373
8.6	Suspension turbulente . . . . .	375
8.6.1	Description qualitative . . . . .	375
8.6.2	Flux saturé . . . . .	377
8.6.3	Longueur de saturation . . . . .	380
8.6.4	Exemple de la rupture d'une digue par élargissement d'un renard . . . . .	380
<b>Encadré 8.1 : Détermination du seuil de transport dans une description diphasique continue</b>		<b>337</b>
<b>Encadré 8.2 : Couche limite turbulente</b>		<b>341</b>
<b>Encadré 8.3 : Charriage dans une description continue</b>		<b>360</b>
<b>9</b>	<b>Géomorphologie sédimentaire</b>	<b>383</b>
9.1	Processus de pentes et écoulements gravitaires . . . . .	383
9.1.1	Typologie . . . . .	384
9.1.2	Longueur de « <i>run-out</i> » . . . . .	390
9.2	Rides et dunes . . . . .	395
9.2.1	Classifications naturaliste et physique . . . . .	395
9.2.2	Instabilité d'un lit sédimentaire : dunes éoliennes et rides aquatiques . . . . .	399
9.2.3	Dunes barkhanes . . . . .	406
9.2.4	Méga-dunes et effets de taille finie . . . . .	410
9.2.5	Rides éoliennes . . . . .	412
9.3	Processus côtiers . . . . .	417
9.3.1	Faire des vagues . . . . .	417
9.3.2	Transport et instabilité côtière . . . . .	422
9.3.3	Instabilité de plage . . . . .	425
9.3.4	Rides de bord de mer . . . . .	427
9.4	Rivières . . . . .	430
9.4.1	Auto-organisation des bassins versants . . . . .	430
9.4.2	Morphologie des rivières . . . . .	435
9.4.3	Profil d'équilibre d'une rivière . . . . .	441
9.4.4	Rides, dunes, anti-dunes, barres et méandres . . . . .	444

<b>Encadré 9.1 : Migration de grains dans un sol gelé ou « Comment se forment les cercles de cailloux ? »</b>	<b>386</b>
<b>Encadré 9.2 : Origine naturelle des milieux granulaires</b>	<b>393</b>
<b>Encadré 9.3 : Hydrodynamique des vagues</b>	<b>419</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>453</b>
<b>Index</b>	<b>491</b>

**Vj ku' r ci g' k p v g p v k p p c m { ' i g h v' d r e p m**

# Avant-propos

Sable, gravier, riz, sucre... La matière en grains nous est familière et abonde autour de nous. Pourtant, la physique des milieux granulaires reste mal comprise et continue de fasciner scientifiques et profanes, plus de trois siècles après les travaux fondateurs de Coulomb sur la stabilité des talus. Les milieux granulaires présentent en effet une variété de comportements et de propriétés exceptionnelles. Assez solides pour soutenir le poids d'un immeuble, ils peuvent couler comme de l'eau dans un sablier ou être transportés par le vent pour sculpter les dunes et les déserts. Pendant longtemps, l'étude de la matière en grains est restée l'apanage des ingénieurs et des géologues. Des concepts importants sont ainsi nés de la nécessité de bâtir des ouvrages sur un sol solide, de stocker des grains dans un silo ou de prédire l'histoire d'un sédiment. Depuis une vingtaine d'années, l'étude des milieux granulaires a investi le champ de la physique, à la croisée de la physique statique, de la mécanique et de l'étude des milieux désordonnés. L'alliance entre expériences de laboratoire sur des matériaux modèles, simulations numériques discrètes et approches théoriques issues d'autres domaines de la physique a ainsi contribué à enrichir et renouveler notre compréhension des matériaux granulaires.

C'est dans ce contexte que nous avons écrit cet ouvrage. Notre objectif est d'offrir une introduction à la physique des milieux granulaires qui tienne compte des avancées récentes dans ce domaine, tout en décrivant les outils et concepts de base utiles dans de nombreuses applications industrielles et géophysiques. Ce livre s'adresse essentiellement aux étudiants, aux chercheurs et aux ingénieurs désireux de se familiariser avec les propriétés fondamentales de la matière en grains. Ce faisant, nous privilégierons autant que possible l'approche physique des phénomènes et les raisonnements basés sur l'analyse dimensionnelle plutôt que les longs développements mathématiques. Des encadrés permettront tout au long de l'ouvrage d'ouvrir certaines perspectives et de détailler les calculs les plus compliqués. En ce sens, l'étude des milieux granulaires participe d'une certaine école de la Physique, chère au regretté Pierre-Gilles de Gennes, qui fut un pionnier et un passeur en ce domaine. Armé d'un seau, d'un peu de sable et de quelques observations soigneuses, nous croiserons des domaines aussi variés que l'élasticité, la plasticité, la théorie cinétique, la mécanique des fluides, la rhéologie, les instabilités ou la physique non-linéaire. Souvent aussi, nous nous heurterons à des questions

encore ouvertes à la frontière de nos connaissances actuelles... Là réside certainement, au-delà des nombreuses applications, l'attrait profond qu'exerce la physique des milieux granulaires.

Ce livre est issu de cours sur les milieux granulaires que nous avons donné pendant plusieurs années à des étudiants de Master et d'école d'ingénieur à l'ENSTA (Paris), à Polytech' Marseille (Université de Provence), à l'ENS (Paris) et à l'Université Paris-Diderot. Il a ainsi bénéficié des nombreuses questions et suggestions des étudiants, ainsi que des innombrables discussions avec nos collègues français ou étrangers de passage dans nos laboratoires. Nous tenons tout particulièrement à remercier l'ensemble de la communauté du GDR MiDi qui, à travers de nombreuses rencontres à Paris, Carry-Le-Rouet ou Porquerolles, a joué un rôle essentiel dans cette aventure des milieux granulaires. Cet ouvrage leur doit beaucoup.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Définition et exemples de milieux granulaires

On appelle généralement milieu granulaire une collection de particules solides<sup>1</sup> macroscopiques, typiquement de taille supérieure à 100  $\mu\text{m}$  (Brown & Richards, 1970; Nedderman, 1992; Guyon & Troadec, 1994; Duran, 1997; Rao & Nott, 2008). Comme nous le verrons dans le chapitre 2, cette limite basse sur la taille des particules correspond en fait au type d'interaction existant entre les grains : nous nous intéresserons à des assemblées de grains non browniens qui interagissent essentiellement par contact. Pour des particules plus fines, typiquement entre 1  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$ , on parle plutôt de poudre. Dans ce cas, les interactions de van der Waals, les effets d'humidité et le rôle de l'air sont souvent prépondérants. Enfin, pour des particules encore plus petites (entre 1 nm et 1  $\mu\text{m}$ ), on entre dans le monde des colloïdes où l'agitation thermique n'est plus négligeable (Russel *et al.*, 1989) (figure 1.1). Notons que la dénomination « milieu granulaire » et « poudre » s'applique en général aux grains *secs*, c'est-à-dire sans fluide environnant, ou pour lesquels l'effet du fluide qui environne les grains peut être négligé (c'est souvent le cas des grosses particules dans l'air). Pour des particules plongées dans un liquide, on parle de milieux granulaires « mouillés », ou plus généralement de « suspensions » dès que les interactions hydrodynamiques sont importantes.

Sable au bord d'une plage, céréales dans un bol, éboulements rocheux, troncs d'arbre transportés le long des fleuves... Les milieux granulaires

---

1. Nous considérerons essentiellement le cas de particules solides « rigides » ou très peu déformables, au sens où la pression de confinement sera toujours faible par rapport au module d'Young élastique ou à la résistance mécanique des grains. Notre définition exclut donc les particules très molles ou celles qui se fragmentent lors d'un écoulement. *A contrario*, une assemblée de gouttes liquides ou de bulles pourra parfois être assimilée à un milieu granulaire, si la pression de confinement est suffisamment faible devant la pression capillaire pour ne pas les déformer.



forment une famille extrêmement vaste, dont les échelles de taille peuvent s'étendre sur plusieurs ordres de grandeur, avec des grains de forme et de matière variées, le tout baignant dans un liquide ou situé à l'air libre (figure 1.2). Pourtant, malgré ces différences, nous verrons qu'il émerge de ces milieux un certain nombre de propriétés communes fondamentales qui justifient leur regroupement au sein d'une même classe de matériaux (désordre des contacts et des forces, existence d'une friction macroscopique, avalanches, phénomène de ségrégation. . .).

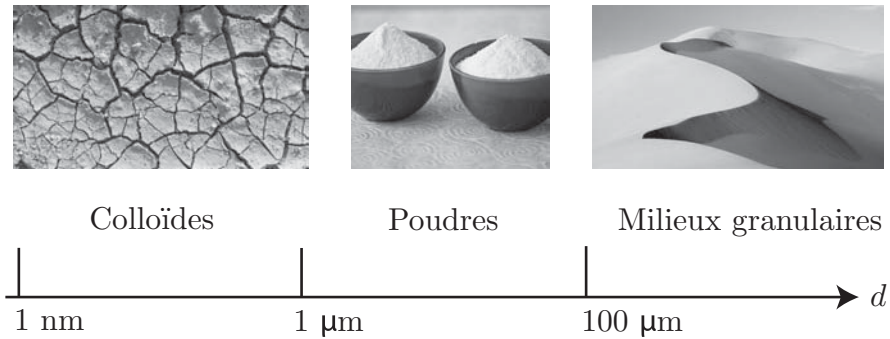


FIG. 1.1 – Une classification physique des milieux divisés en fonction du diamètre des particules : colloïdes (ex. : boue), poudres (ex. : farine), milieux granulaires.

L'une des principales motivations de l'étude des milieux granulaires est leur présence dans de nombreux secteurs industriels ou phénomènes naturels en géophysique. Il suffit d'observer, sur le bord d'une route, une carrière à ciel ouvert pour se convaincre de l'importance des milieux granulaires dans l'industrie : plans inclinés, tapis roulant et conduites se conjuguent pour extraire et transporter les granulats vers les sites de transformation (sable, graviers, charbon, minerais). De façon générale, on estime que plus de 50 % des produits vendus dans le monde mettent en jeu des matériaux granulaires, soit dans leur élaboration soit dans leur forme finale (Bates, 2006). La matière en grains représente ainsi le deuxième matériau le plus utilisé dans l'industrie après l'eau (Duran, 1997). Parmi les principaux secteurs manipulant des granulats, on peut citer l'activité minière (extraction des minerais, transport, broyage), le bâtiment et le génie civil (béton, bitume, asphalte, remblais, ballast de train, stabilité des sols), l'industrie chimique (les combustibles et catalyseurs sont souvent sous forme de grains pour maximiser les surfaces d'échange), l'industrie pharmaceutique (manipulation des poudres pour la fabrication des médicaments, manipulation des médicaments), l'industrie agroalimentaire (céréales, aliments pour animaux), l'élaboration du verre (dont le sable est la matière première), etc. Dans tous ces secteurs se posent des problèmes de stockage (figure 1.3a), de transport, d'écoulement, de mélange et

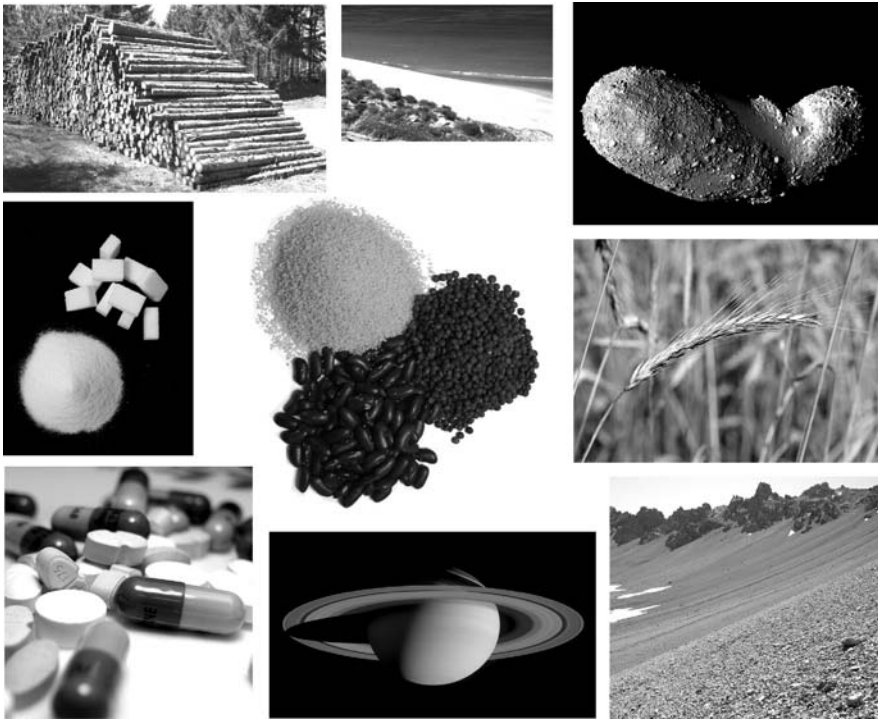


FIG. 1.2 – Les milieux granulaires forment une famille extrêmement vaste.

de transformation, auxquels les industriels ont répondu par des procédés astucieux mais souvent empiriques.

L'autre grand domaine où les matériaux granulaires sont omniprésents est la géophysique, le sol étant principalement formé de grains. La nature offre ainsi les exemples les plus spectaculaires de phénomènes et de structures où interviennent les milieux granulaires : dunes de sable, plages s'étirant le long des côtes, éboulis, écoulements pyroclastiques (figure 1.3b), avalanches de neige (nous verrons que la neige est un milieu granulaire particulier, qui peut de plus subir des changements de phase), figures d'érosion, banquise en fragmentation, etc. Ces exemples ne se limitent d'ailleurs pas à la terre. Les dunes Martiennes, les astéroïdes – véritables boules de grains compacts – ou les anneaux de Saturne constitués de blocs et de poussières de glace illustrent l'ampleur des situations faisant intervenir la matière en grains (figure 1.2). Notons que la compréhension de tous ces phénomènes naturels est d'autant plus importante qu'ils interagissent souvent avec l'activité humaine. Une part importante des efforts consacrés aux milieux granulaires est ainsi motivée par la nécessité de prévenir les risques d'avalanche, de glissements de terrain, d'engorgement ou d'avancée du désert.

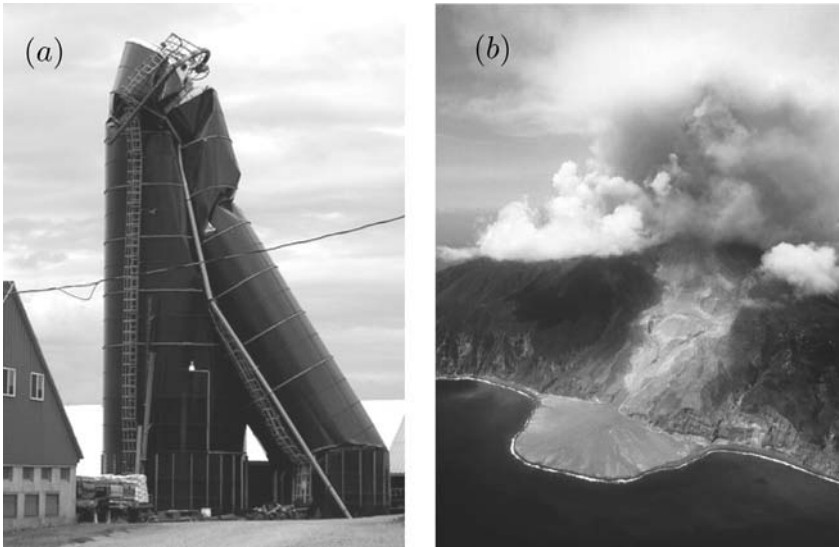


FIG. 1.3 – Les milieux granulaires sont présents dans de nombreuses activités industrielles ainsi qu'en géophysique. (a) Effondrement d'un silo. (b) Écoulement pyroclastique (volcan de la Soufrière, Montserrat, Antilles Anglaises) (photographie de Steve O'Meara, Volcano Watch International).

## 1.2 Entre fluide et solide : les spécificités de la matière en grains

Malgré leurs nombreuses applications industrielles et géophysiques, les milieux granulaires résistent encore sur bien des points à notre compréhension, et leur description fait l'objet d'intenses recherches. Ainsi, nous ne possédons pas à l'heure actuelle de théorie qui permette de décrire l'ensemble des comportements observés avec ces matériaux, même dans le cas idéal d'un milieu constitué de particules sphériques toutes identiques interagissant uniquement par contact solide. Cette situation peut sembler surprenante, à l'époque des nano-technologies et des ordinateurs quantiques, et plus d'un siècle après les grandes révolutions de la physique moderne ! Après tout, les lois de la mécanique régissant le comportement individuel d'un grain n'ont pas beaucoup changé depuis les travaux de Newton et Coulomb. Pourquoi la physique d'un tas de sable est-elle donc si complexe ? Nous pouvons tenter de dresser une liste (non exhaustive) des difficultés que pose la description d'un tel milieu.

- *Le grand nombre de particules.* Considérons une simple cuillère à café remplie de sucre. Pour des grains de diamètre  $100 \mu\text{m}$  et un volume de l'ordre du centimètre cube, on peut estimer le nombre de grains de sucre dans la cuillère à  $(10^{-2} \text{ m})^3 / (10^{-4} \text{ m})^3$ , soit environ un million

de particules<sup>2</sup> ! Ce nombre n'est pas très éloigné du nombre maximal de particules que l'on est capable de simuler aujourd'hui sur un super-calculateur, et encore, dans le cas de particules sphériques idéales. Il semble donc irréaliste d'espérer suivre le mouvement individuel de chaque grain pour un événement de taille importante, comme la vidange d'un silo ou une avalanche de roche. Notre objectif sera plutôt de décrire des quantités moyennes et de tenter de modéliser l'ensemble des grains comme un milieu continu.

- *Les fluctuations thermiques sont négligeables.* Au premier abord, le nombre élevé de particules ne devrait pas être un obstacle insurmontable, si l'on se réfère au nombre bien plus élevé de molécules présentes dans un verre d'eau ou une bonbonne de gaz, et qui sont en moyenne très bien décrites par des équations de type Navier-Stokes. Cependant, dans le cas d'un liquide ou d'un gaz, c'est la présence de fluctuations thermiques qui permet en physique statistique de passer de l'échelle microscopique des molécules à l'échelle macroscopique. Ces fluctuations permettent au système d'explorer différentes configurations, sur lesquelles on moyenne pour trouver les quantités macroscopiques. Pour un milieu granulaire, les fluctuations thermiques sont négligeables : les grains sont trop gros pour présenter un mouvement brownien significatif. En l'absence de forçage extérieur, les grains restent donc piégés dans une multitude d'états métastables et n'atteignent pas l'état d'énergie minimale. C'est ce qui explique en particulier la stabilité d'un tas. Pour s'en convaincre, on peut comparer les énergies mises en jeu pour une bille de verre de densité  $\rho_p = 2500 \text{ kg m}^{-3}$  et de diamètre  $d = 1 \text{ mm}$ , placée dans le champ de pesanteur et à la température  $T = 300 \text{ K}$ . Dans ce cas, l'énergie thermique est  $E_{\text{th}} \sim k_B T = 4.10^{-21} \text{ J}$ . L'énergie potentielle typique donnée par un déplacement vertical de l'ordre de la taille de la particule est  $E_p \sim mgd = 8.10^{-10} \text{ J}$ . L'énergie thermique est bien complètement négligeable devant l'énergie potentielle de pesanteur. En ce sens, les milieux granulaires font partie de la classe des systèmes dits *athermiques*, c'est-à-dire des milieux désordonnés contenant un grand nombre de particules et pour lesquels les sources de fluctuation sont purement géométriques et mécaniques<sup>3</sup>. Il est intéressant d'estimer la taille  $d_c$  en dessous de laquelle les fluctuations thermiques jouent un rôle. En prenant une température  $T = 300 \text{ K}$ , on trouve

---

2. Pour calculer cet ordre de grandeur, on estime le volume d'un grain à  $d^3$ , où  $d$  est son diamètre, et on assimile le volume total de l'empilement au volume réel occupé par les grains (en réalité, nous verrons au chapitre 3 que les grains dans un empilement occupent un volume plus faible, de l'ordre de 60 %, du volume total de l'empilement).

3. Cela ne veut pas dire que la température thermodynamique ne joue strictement aucun rôle pour une assemblée granulaire. Au niveau des contacts entre grains, des phénomènes de vieillissement activés par la température peuvent avoir lieu (fluage, condensation capillaire, oxydation, etc.), qui dans certains cas affectent les propriétés globales de l'empilement (angle d'avalanche, propriétés électriques, etc.).