

INTRO UNE INTRODUCTION À DUCTION TION

LES RELATIVITÉS : ESPACE, TEMPS, GRAVITATION

Michel Le Bellac

Préface de Thibault Damour

edp sciences

Les relativités : espace, temps, gravitation

Michel Le Bellac



17, avenue du Hoggar
Parc d'activités de Courtabœuf, BP 112
91944 Les Ulis Cedex A, France

Dans la même collection

Le monde quantique

Michel Le Bellac, préface d'A. Aspect

Le laser

Fabien Bretenaker et Nicolas Treps, préface de C.H. Townes

Naissance, évolution et mort des étoiles

James Lequeux

La fusion thermonucléaire contrôlée

Jean-Louis Bobin

Le nucléaire expliqué par des physiciens

Bernard Bonin, préface d'É. Klein

Mathématiques des marchés financiers

Mathieu Le Bellac et Arnaud Viricel, préface de J.-Ph. Bouchaud

Physique et biologie

Jean-François Allemand et Pierre Desbiolles

La cryptologie

Philippe Guillot

L'aventure du grand collisionneur LHC

Daniel Denegri, Claude Guyot, Andreas Hoecker et Lydia Roos, préface de C. Rubbia

Le climat : la Terre et les hommes

Jean Poitou, Pascale Braconnot et Valérie Masson-Delmotte, préface de J. Jouzel

Aux origines de la masse : particules élémentaires et symétrie fondamentales

Jean Iliopoulos, préface de F. Englert

Retrouvez tous nos ouvrages et nos collections sur
<http://laboutique.edpsciences.fr>

Illustration de couverture : Vue d'artiste d'une étoile à neutrons en rotation, ou pulsar. L'axe de rotation est vertical et la direction d'émission des ondes radio est indiquée par les deux flèches.

© 2015, EDP Sciences, 17, avenue du Hoggar, BP 112, Parc d'activités de Courtabœuf,
91944 Les Ulis Cedex A

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays. Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle). Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 01 43 26 95 35.

ISBN 978-2-7598-1294-3

Table des matières

Préface	ix
Avant-Propos	xi
1 L'espace-temps	1
1.1 Espace	1
1.2 Temps	4
1.3 Lignes d'univers	6
1.4 Plus vite que la lumière?	9
1.5 Temps propre	12
1.6 Espace-temps de Minkowski	17
1.7 Bibliographie	22
2 Principe de relativité	23
2.1 Forces d'inertie	23
2.2 Référentiels d'inertie	26
2.3 Principe de relativité	29
2.4 Transformations de Lorentz	31
2.5 Référentiels d'inertie dans l'espace-temps	35
2.6 Observateurs accélérés	39
2.7 Bibliographie	42
3 Le temps relativiste	43
3.1 Paradoxe des jumeaux	43
3.2 Vérifications expérimentales	46
3.3 Usain Bolt sprinter relativiste?	47
3.4 L'effet Doppler	48
3.5 Bibliographie	51

4	Masse et énergie	53
4.1	Collisions en physique newtonienne	53
4.2	Conservation de l'énergie-impulsion	57
4.3	Applications simples	61
4.4	Bibliographie	65
5	Principe d'équivalence et relativité générale	67
5.1	Principe d'équivalence	67
5.2	Application au GPS	72
5.3	Espaces courbes	77
5.4	Déviations géodésiques	81
5.5	Équations d'Einstein	86
5.6	Métrie de Schwarzschild	92
5.7	Bibliographie	96
6	Vérifications dans le système solaire	97
6.1	Théorie de Newton des orbites planétaires	98
6.2	Particules massives	102
6.3	Photons	106
6.4	L'effet Shapiro	107
6.5	Précession géodésique	109
6.6	Bibliographie	110
7	Trous noirs	111
7.1	À l'extérieur du rayon de Schwarzschild	112
7.2	À l'intérieur du rayon de Schwarzschild	114
7.3	Trous noirs en rotation	120
7.4	Trous noirs astrophysiques	127
7.5	Rayonnement de Hawking et thermodynamique	131
7.6	Bibliographie	135
8	Ondes gravitationnelles	137
8.1	Ondes électromagnétiques	138
8.2	Description des ondes gravitationnelles	144
8.3	Génération d'ondes gravitationnelles	145
8.4	Détection des ondes gravitationnelles	151
8.5	Bibliographie	154

9	Cosmologie	155
9.1	Description qualitative de l'Univers	156
9.2	Décalage vers le rouge gravitationnel	160
9.3	Distances dans l'Univers et problème de l'horizon	170
9.4	Évolution temporelle du facteur d'échelle	175
9.5	Une brève histoire du Big Bang	181
9.6	Bibliographie	191
10	Conclusion	193
11	Annexes	195
11.1	Notation exponentielle	195
11.2	Ondes électromagnétiques et photons	197
11.3	L'énergie-impulsion relativiste	199
11.4	Invariance et covariance	201
11.5	Géodésiques et déviation géodésique	202
11.6	Espaces courbes en cosmologie	207
	References	211
	Index	215

Vj ku'r ci g'kpvqpcmf 'igh'dicpm

Préface

Au sein de la physique, les deux théories de la relativité (relativité restreinte et relativité générale) jouissent d'une aura particulière, liée à leur création quasiment *ex nihilo* par le scientifique le plus célèbre du XX^e siècle : Albert Einstein. Malgré cette aura, et l'attrance qu'elle entraîne chez les jeunes, les programmes actuels de l'enseignement secondaire ne prévoient que très peu de place pour introduire les idées fondamentales de ces théories. C'est pourquoi j'applaudis à la belle initiative de Michel Le Bellac d'écrire un livre d'initiation aux deux théories de la relativité qui soit accessible aux lycéens, et plus généralement à toute personne curieuse des fondements de la science d'aujourd'hui. En le lisant, j'ai eu plaisir à imaginer la joie intellectuelle de tous ses lecteurs à découvrir, sous la houlette bienveillante de Michel Le Bellac, la profondeur des concepts de base de la relativité, et à en appréhender les structures essentielles, sans se perdre dans trop de détails mathématiques. En outre, l'exposé des théories est fait d'une façon très vivante, et en prise avec l'univers conceptuel et technologique dans lequel nous baignons tous aujourd'hui. Plus important encore, l'auteur a réussi, en un nombre restreint de pages, à couvrir une très large gamme de sujets liés aux théories de la relativité, allant de résultats récents de physique des particules obtenus au CERN (Genève) à certains des derniers résultats en cosmologie relativiste (inflation, masse noire, énergie noire. . .), en passant par l'importance des effets relativistes dans le système GPS, une introduction à la physique des trous noirs (et notamment au phénomène quantique du rayonnement de Hawking) et une initiation aux ondes gravitationnelles et à leurs projets actuels de détection.

J'espère que ces remarques liminaires, indicatives de la nouveauté et de la richesse de ce livre, donneront envie à beaucoup de lecteurs de découvrir la beauté intellectuelle et l'importance majeure dans la physique et l'astrophysique actuelles, des théories de la relativité.

Thibault Damour

Professeur à l'Institut des Hautes Études Scientifiques,
Membre de l'Académie des Sciences.

Vj ku'r ci g'kpvqpcmf 'igh'drcpm

Avant-propos

En 1905, avec la relativité restreinte, Einstein bouleverse nos conceptions de l'espace et du temps. En particulier, il montre qu'il n'existe pas de temps universel et que deux événements simultanés pour un observateur ne le sont pas en général pour un autre. Une des conséquences est le célèbre paradoxe des jumeaux : si l'un des deux jumeaux effectue à très grande vitesse un voyage aller-retour dans notre galaxie, il sera plus jeune à son retour que son frère ou sa sœur resté(e) sur Terre. Cet effet est vérifié quotidiennement par le système GPS : une horloge voyageant dans un satellite est décalée par rapport à une horloge terrestre après avoir effectué une révolution complète autour de la Terre. Dix années après la relativité restreinte, Einstein présente une théorie de la gravitation, la relativité générale. La nouveauté introduite par cette théorie est la courbure de l'espace-temps. La gravitation n'est plus une force, mais une propriété géométrique : les trajectoires dans l'espace-temps des particules massives et des photons sont déterminées par des courbes particulières fixées par sa géométrie, les géodésiques. Il n'existe plus d'espace absolu où l'on pourrait disposer étoiles et galaxies, et l'espace-temps est déformé au voisinage d'objets astrophysiques compacts comme les naines blanches ou les étoiles à neutrons. Cette déformation est très faible dans notre environnement quotidien, mais malgré tout suffisamment forte pour que le système GPS doive en tenir compte : au décalage des horloges dû à la vitesse des satellites s'ajoute un décalage dû à la gravitation. La déformation de l'espace-temps est importante dans le voisinage des étoiles compactes et, en un sens qui sera précisé au chapitre 7, elle est même infinie dans celui des trous noirs. Dans un environnement de gravité très forte, le temps n'a plus rien à voir avec notre temps usuel et il peut arriver que la lumière fasse du surplace ou se retrouve piégée.

Ce livre a deux objectifs :

1. exposer les concepts fondamentaux introduits par Einstein ;
2. confronter ces concepts aux expériences les plus récentes en physique des particules élémentaires et surtout en astrophysique.

Le lecteur sera invité à découvrir la façon dont la relativité générale décrit les objets étranges et fascinants que sont les étoiles à neutrons, les trous noirs ou les ondes gravitationnelles, et il verra pourquoi cette théorie est à la base de la cosmologie moderne, l'histoire de l'Univers.

Il est important de bien comprendre la différence entre les deux relativités. La relativité restreinte fixe le cadre conceptuel général de la physique classique, c'est-à-dire non quantique, *lorsque l'on peut négliger les forces de gravitation*. Elle est par exemple indispensable pour la conception des accélérateurs de particules comme le LHC (Large Hadron Collider), l'accélérateur le plus puissant du monde situé à Genève, qui accélère des protons à une vitesse très proche de celle de la lumière et a permis en juillet 2012 la découverte du boson BEH (le terme correct pour boson de Higgs). Des accélérateurs moins puissants, comme les synchrotrons SOLEIL à Saclay ou l'ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) à Grenoble, utilisent un effet relativiste, le rayonnement synchrotron, afin d'analyser par exemple la structure de cristaux ou de molécules biologiques, ou même celle de tableaux de maîtres. De nombreux processus astrophysiques font aussi intervenir des particules dont la vitesse est proche de celle de la lumière, et la théorie de ces processus ne peut être développée sans prendre en compte la relativité restreinte. Afin d'éviter toute confusion, je précise que la relativité restreinte ne rend pas caduque la mécanique newtonienne, mais qu'en fait elle l'englobe : elle se réduit à celle-ci lorsque les vitesses typiques dans un processus physique sont faibles par rapport à la vitesse de la lumière, ce qui est le cas de la plupart des phénomènes usuels où l'approximation de la physique classique newtonienne est suffisante. En d'autres termes, on obtient l'approximation newtonienne en faisant tendre la vitesse de la lumière vers l'infini, car cette limite n'est pas singulière. Par contraste, la limite newtonienne de la mécanique quantique ne s'obtient pas nécessairement en faisant tendre la constante de Planck vers zéro, car dans ce cas la limite est singulière.

La relativité restreinte se combine à la physique quantique pour donner la théorie relativiste des champs quantiques, dont un exemple est l'électrodynamique quantique, la théorie de l'interaction entre électrons et photons. Cette théorie reproduit l'expérience avec un accord allant jusqu'à douze chiffres significatifs, ce qui est de très loin le meilleur résultat obtenu par une théorie physique. Une autre théorie relativiste des champs quantiques est celle du modèle standard des particules élémentaires, qui est en accord avec l'expérience avec une précision de l'ordre de 0,1 %. On ne saurait trop souligner le rôle de la relativité restreinte comme cadre conceptuel fondamental d'une grande partie de la physique. Cependant, lorsque l'on veut prendre en compte la gravitation en allant au-delà de l'approximation newtonienne, il faut élargir ce cadre conceptuel et passer à celui de la relativité générale.

La relativité générale est, nous l'avons mentionné, de dix ans postérieure à la relativité restreinte : son article fondateur date de 1915. La relativité générale est le résultat de dix années d'un travail intellectuel acharné, pendant lequel Einstein se retrouva le plus souvent seul en dépit du soutien d'amis fidèles comme Michele Besso ou Marcel Grossmann. La relativité générale se substitue à la théorie newtonienne de la gravitation lorsque le champ gravitationnel devient fort, par exemple lorsque l'on se trouve au voisinage d'une étoile compacte. En fait, si l'on place autour de cette étoile une particule massive sur une orbite circulaire, sa vitesse croît quand le rayon de l'orbite décroît, et on peut atteindre une situation où la vitesse sur l'orbite n'est plus petite par rapport à celle de la lumière. Il peut arriver que l'on doive prendre en compte des vitesses proches de celle de la lumière en l'absence de gravitation, par exemple si l'on pratique la physique des particules élémentaires, mais en revanche l'inverse n'est pas possible : gravitation forte implique vitesses élevées. La relativité générale inclut simultanément vitesses proches de celle de la lumière et champ de gravitation intense. Naturellement, la relativité générale a pour limite la théorie newtonienne de la gravitation en champ faible.

L'article d'Einstein sur la relativité générale fut publié en plein conflit mondial, mais malgré tout quelques scientifiques importants comme Schwarzschild, Eddington ou Lorentz en prirent connaissance. Une fois la guerre de 1914–1918 terminée, les activités scientifiques retrouvèrent le niveau d'avant la guerre, et Einstein fut transformé en icône médiatique lorsque la mesure de la déviation des rayons lumineux par le Soleil se trouva en accord avec la prédiction théorique. Puis la relativité générale connut une longue traversée du désert de près de 40 ans, même si un certain nombre de résultats théoriques importants, comme la métrique de Friedmann-Lemaître décrivant l'expansion de l'Univers (chapitre 9) ou la théorie des étoiles à neutrons de Tolman-Oppenheimer-Volkoff, furent obtenus dans cette période. En effet, la technologie de l'époque ne permettait pas la confrontation de la théorie avec l'observation en dehors de deux cas particuliers, alors que dans le cas de la théorie quantique développée à partir de 1925, les résultats expérimentaux étaient légion, d'où la préférence affichée par les physiciens en faveur de recherches en physique quantique. C'est seulement vers 1960, sous l'impulsion de physiciens comme John Wheeler, que la relativité générale retrouva un rôle majeur en physique et en astrophysique, compte tenu de progrès importants dans la théorie et de progrès spectaculaires dans l'observation de l'Univers. Dans ce livre, j'accorderai une place importante à la confrontation entre théorie et expérience.

J'ai supposé que le lecteur possédait un bagage mathématique minimum, qu'il connaissait par exemple la notion de vecteur, de coordonnées d'un point, de puissance fractionnaire et les fonctions trigonométriques élémentaires. Dans

le texte principal, j'ai préféré utiliser quelques équations algébriques simples, plutôt que des périphrases : « $E = mc^2$ » au lieu de « l'énergie est égale à la masse fois le carré de la vitesse de la lumière ». Les encadrés contiennent parfois des équations algébriques un peu plus longues que celles du texte principal. J'y ferai ponctuellement appel, mais il est tout à fait possible de les omettre en première lecture. Les annexes sont un peu plus exigeantes en connaissances mathématiques, mais un niveau L1 devrait suffire pour les aborder. Elles pourront éviter au lecteur, qui souhaite vérifier par lui-même un résultat du texte, de se plonger dans un manuel de relativité générale, sauf bien sûr s'il désire approfondir encore le sujet. Il existe d'excellents manuels récents, dont certains sont cités dans la bibliographie du chapitre 5.

Remerciements. Je remercie Hubert Doubre (trop tôt disparu), Thierry Grandou, Franck Laloë, Jean-Pierre Lasota, Michèle Leduc, Jean-Marc Lévy-Leblond, Fabrice Mortessagne, Alain Omont et Jean-Pierre Romagnan pour leur lecture critique du manuscrit et pour leurs suggestions. Je remercie tout particulièrement Thibault Damour et Éricourgoulhon pour leur lecture extrêmement minutieuse de l'ensemble du texte et pour leurs très nombreuses suggestions. Enfin, je suis très reconnaissant à Thibault Damour qui a bien voulu préfacier ce livre.

1

L'espace-temps

Le principe de relativité et la relativité restreinte sont le plus souvent introduits à partir de la notion de référentiel d'inertie. Dans ce livre, j'ai choisi au départ un point de vue géométrique, s'appuyant directement sur le concept d'espace-temps, qui me semble plus général et plus aisément transposable à la relativité générale. Cela dit, la notion de référentiel d'inertie reste bien évidemment très fondamentale, et je la développerai en détail au chapitre suivant. Après un bref rappel dans la section 1.1 du concept sur lequel repose notre perception de l'espace ordinaire, le concept d'espace euclidien, j'introduis dans les deux sections suivantes la mesure du temps et les lignes d'univers dans l'espace-temps, illustrées par un exemple élémentaire. Cela me permet d'énoncer le postulat fondamental de la relativité, à savoir l'existence d'une vitesse limite, qui coïncide avec la vitesse de la lumière dans le vide et donc avec celle des « particules de lumière », les photons. La validité de ce postulat est examinée dans la section 1.4. Un observateur transportant une horloge le long d'une ligne d'univers mesure son temps propre, qui n'est pas en général celui d'un autre observateur (section 1.5). Dans la section 1.6, je montre comment l'échange de photons permet de définir la notion de simultanéité de deux événements, et j'introduis la métrique de Minkowski qui définit une « distance » sur l'espace-temps.

1.1 Espace

Imaginons un voyageur venu d'une galaxie lointaine qui traverse le système solaire à très grande vitesse, par exemple le dixième de la vitesse de la lumière. Ce voyageur transporte avec lui une horloge, et il dispose aussi d'un radar qui

lui permet d'explorer l'espace autour de sa trajectoire. Comment ce voyageur percevra-t-il l'espace qui l'entoure, et cette perception sera-t-elle conforme à celle que nous enseignons notre expérience quotidienne ?

Avant de répondre à cette question, il est utile de revenir sur quelques notions élémentaires. Nous avons une excellente intuition de l'espace dans lequel nous vivons et nous ne doutons pas qu'il s'agit d'un espace à trois dimensions : il faut trois nombres, ou *coordonnées*, pour repérer, ou étiqueter, un point dans l'espace. À l'occasion, nous ferons aussi appel aux espaces à deux dimensions, comme la surface d'une sphère, ou même aux espaces à une dimension, une simple ligne. Dans le cas de la sphère, il suffit de deux coordonnées pour repérer un point, par exemple sa latitude et sa longitude s'il s'agit de la surface de la Terre, et une seule coordonnée est suffisante pour repérer un point sur une ligne, par exemple sa distance à un point fixé sur celle-ci. Si nous voulons repérer le sommet d'une montagne, il nous faut son altitude en plus de sa latitude et sa longitude, soit à nouveau trois coordonnées, étant donné que nous avons quitté la surface de la sphère pour revenir à l'espace à trois dimensions.

Pour les mathématiciens, notre espace est d'abord un espace de points, repérés par trois coordonnées. Mais les mathématiciens aiment les définitions précises, et ils attribuent à notre espace deux qualificatifs, qui peuvent sembler abstraits, mais sont en fait très intuitifs : notre espace est d'abord un *espace affine*, et c'est ensuite un *espace euclidien*. Espace affine veut dire que les points de l'espace peuvent être reliés par des vecteurs obéissant à la loi d'addition usuelle (figure 1.1)

$$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}. \quad (1.1)$$

Un *vecteur* est un segment de droite *orienté*, comme \vec{AB} dans la figure 1.1. Un exemple de vecteur est la vitesse : pour définir la vitesse d'une fusée par

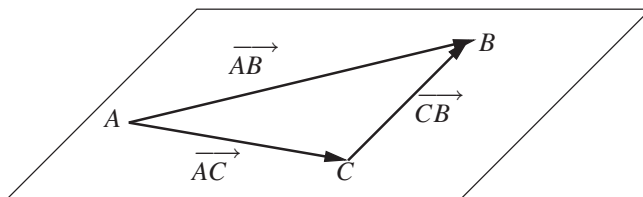


FIGURE 1.1. Espace affine et loi d'addition des vecteurs : $\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}$. Un marcheur peut aller en ligne droite directement de A à B, mais il peut aussi marcher d'abord en ligne droite de A à C, puis de C à B, avec le même point d'arrivée.

rapport à la Terre, il faut non seulement donner sa valeur absolue, en km/s par exemple, mais aussi son orientation dans l'espace.

Ensuite notre espace est euclidien, ce qui veut dire que l'on peut définir une distance à partir du théorème de Pythagore, ainsi que nous le verrons dans un instant. Des espaces qui ne sont ni affines, ni euclidiens, interviennent en relativité générale, et ils seront introduits au chapitre 5. Afin d'en donner dès à présent un exemple, mentionnons que la surface d'une sphère est un espace qui n'est ni affine, ni euclidien : si l'on essaie de joindre deux points sur la surface par un vecteur, alors ce vecteur « sort » de cette surface, et si l'on trace un triangle sur la surface en joignant un sommet à l'autre par une ligne correspondant au plus court chemin sur la sphère, alors la somme des trois angles est supérieure à 180° , ou π si l'on mesure les angles en radians.

Pour repérer un point dans notre espace euclidien, il est commode, mais non indispensable, de se donner un *système d'axes orthogonaux*, ou *système de coordonnées orthogonales* : imaginons que nous voulions repérer la position dans une pièce d'une ampoule électrique M suspendue au plafond. Nous allons choisir par exemple un axe horizontal Ox dessiné sur le plancher le long d'un mur, un axe horizontal Oy le long d'un mur perpendiculaire et un axe vertical Oz placé à la jonction des deux murs (figure 1.2). La position de

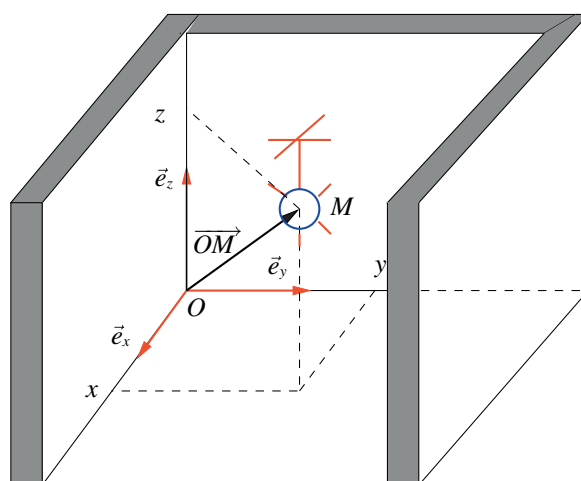


FIGURE 1.2. Repérage d'une ampoule localisée au point M dans l'espace euclidien à trois dimensions à l'aide d'un système d'axes orthogonaux $Oxyz$; O est l'origine des coordonnées, \vec{e}_x , \vec{e}_y et \vec{e}_z trois vecteurs de base orthogonaux et de longueur unité. La position de M est étiquetée par les trois nombres, ou coordonnées, x , y et z , qui peuvent être positifs ou négatifs. On a aussi représenté le vecteur $\vec{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$.

l'ampoule est donnée par ses deux coordonnées horizontales x et y et par sa coordonnée verticale z . Naturellement, il existe une infinité de systèmes d'axes orthogonaux équivalents : on peut déplacer l'origine des coordonnées O , faire tourner les axes, etc. La distance entre O et M n'est autre que la longueur du segment OM , mesurée par exemple en mètres, c'est la *distance euclidienne*, et c'est aussi la longueur $\|\overrightarrow{OM}\|$ du vecteur \overrightarrow{OM} , le segment de droite orienté joignant le point O au point M , longueur souvent appelée la *norme du vecteur*. Enfin, cette longueur se calcule en fonction des coordonnées grâce au *théorème de Pythagore* : $\overline{OM}^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

La correspondance entre notre espace usuel et l'espace euclidien des mathématiciens est sous-tendue par l'idée que nous vivons dans un espace absolu, qui existe indépendamment de la matière qui s'y trouve et s'étend à l'infini. Si l'on enlève cette matière, on obtient un cadre vide et infini, une sorte de scène désertée après le départ des acteurs. Ainsi que nous le verrons à partir du chapitre 5, ces idées intuitives doivent être corrigées, car l'espace et le temps sont déformés au voisinage d'objets comme les étoiles compactes ou les trous noirs, et il faut prendre quelques précautions pour décrire ce qui se passe à des milliards d'années lumière de la Terre en raison de l'expansion de l'Univers. L'idée newtonienne d'un espace statique et immuable jusqu'à l'infini est une vue de l'esprit. Toutefois, cette idéalisation euclidienne est une excellente approximation dans la plupart des situations courantes, et nous nous y tiendrons pour l'instant. Une façon de se repérer dans cet espace est de le quadriller par un système de règles rigides disposées suivant les axes de coordonnées : ce quadrillage permet de spécifier la position d'un objet.

1.2 Temps

Lorsqu'un événement se produit, par exemple l'ampoule de la figure 1.2 éclate en raison d'une surtension, il ne suffit pas de connaître le lieu où l'événement s'est produit, la position de l'ampoule dans la pièce, nous voulons aussi savoir à quel moment il est arrivé. En d'autres termes, nous ne nous contentons pas de poser la question « où ? », nous posons aussi la question « quand ? » La datation de l'événement est donnée par sa *coordonnée de temps*, ou *date*, t . En idéalisant quelque peu, car les mesures de position et de temps sont toujours entachées d'une certaine erreur, nous allons appeler *événement* un point défini dans l'espace par ses coordonnées x, y, z et dans le temps par sa coordonnée t , soit un point dans *l'espace-temps* de coordonnées t, x, y, z . Un point de l'espace-temps repérant un événement est donc un ensemble de quatre nombres

t, x, y, z , et par la suite, nous identifierons point de l'espace-temps et événement : *point de l'espace-temps et événement sont des synonymes*.

L'espace-temps de la relativité restreinte, que nous allons examiner en détail dans les chapitres 1 à 4, est un espace affine à quatre dimensions : il est formé de points qui peuvent être reliés par des vecteurs, obéissant à la loi d'addition usuelle (figure 1.1), comme dans la figure 1.1. Observons dès à présent que c'est cet énoncé qui fait la différence entre la relativité restreinte et la relativité générale (chapitres 5 à 9), où les points d'espace-temps ne peuvent pas être reliés par des vecteurs : l'espace-temps de la relativité générale n'est pas un espace affine, c'est ce que les mathématiciens appellent une *variété*, et les vecteurs ne sont définis que dans l'espace tangent en chaque point de la variété, espace qui varie avec le point choisi. Nous y reviendrons au chapitre 5, et nous nous concentrons pour l'instant sur l'espace-temps de la relativité restreinte. Nous introduirons bientôt une différence essentielle entre l'espace euclidien et l'espace-temps : ce dernier n'est pas euclidien.

Un ensemble de règles rigides permet de mesurer la position d'un événement dans l'espace, mais comment mesure-t-on le temps ? Le fonctionnement d'une horloge repose toujours sur un phénomène périodique, par exemple l'oscillation périodique du balancier de l'horloge de nos grands-mères. Aujourd'hui, les montres à quartz sont fondées sur les vibrations périodiques d'un cristal, et les horloges les plus précises, celles dont nous allons faire un usage intensif par la suite, sont les *horloges atomiques*, où la vibration périodique est celle d'un rayonnement électromagnétique défini par deux niveaux d'énergie spécifiques d'un atome ou bien d'un *ion* – un atome ayant perdu un ou plusieurs électrons. De fait, la seconde est *définie* aujourd'hui par la vibration d'un rayonnement électromagnétique particulier de l'atome de césium : par définition de la seconde, cette vibration effectue 9 192 631 770 cycles dans une seconde, environ dix milliards, ou 10^{10} cycles par seconde ; le lecteur qui n'est pas familier avec la notation exponentielle pour les très grands ou très petits nombres peut se reporter à l'annexe 11.1. Autrement dit, la fréquence de la vibration est de 9 192 631 770 Hz. Le *hertz* (Hz) est l'unité de fréquence, familière en radio : par exemple à Nice, France Culture émet sur une fréquence de 101,9 MHz (mégahertz), soit environ 10^8 Hz. La précision des horloges à césium est d'environ 10^{-13} , ce qui correspond à une dérive d'une seconde tous les 300 000 ans. C'est une variante de ces horloges, l'horloge à rubidium, qui est embarquée dans les satellites du GPS. En refroidissant les atomes, on arrive à une précision de 10^{-15} , soit une dérive d'une seconde tous les 30 millions d'années. Il existe des horloges encore plus précises que nous introduirons au chapitre 3 lorsque nous aborderons les vérifications de la relativité.

Une question importante est celle de la fiabilité des horloges lorsqu'elles sont soumises à des influences brutales. Que se passe-t-il par exemple quand on les met dans une fusée qui accélère ? Il est évident que le fonctionnement d'une horloge à balancier serait profondément perturbé si elle était embarquée dans une fusée ou une station spatiale : en impesanteur, le balancier n'oscillerait plus ! Pour estimer la fiabilité d'une horloge atomique, il faut comparer l'accélération des électrons sur leur orbite dans un atome, à l'origine de la structure des niveaux d'énergie, avec celle d'une fusée : on trouve que l'accélération des électrons sur leur orbite l'emporte par un facteur de l'ordre de 10^{22} , même si l'accélération de la fusée vaut 10 fois celle de la pesanteur. Les horloges atomiques sont donc insensibles aux accélérations usuelles et fonctionneront sans problème même si leur parcours est un peu chahuté. Nous insistons sur l'idée que c'est le *mécanisme* des horloges qui n'est pas affecté par les accélérations, car nous verrons bientôt l'influence de la vitesse ou de la gravité sur les *indications* des horloges telles qu'elles peuvent être lues par différents observateurs.

1.3 Lignes d'univers

Le cadre naturel de la description relativiste, l'objet de ce chapitre et des suivants, est l'espace-temps qui combine les coordonnées d'espace et de temps des événements. Rappelons que nous identifions événement et point de l'espace-temps. Considérons une particule ponctuelle se déplaçant dans l'espace-temps. Elle décrit alors une *ligne d'univers*. Ce concept peut sembler abstrait, mais il est en fait absolument élémentaire et peut être illustré par un exercice d'école primaire. Le type de graphique que nous introduisons dans la figure 1.3 était familier aux agents de la SNCF, avant que les ordinateurs ne relèguent ces graphiques tracés à la main au rayon des souvenirs. Prenons l'exemple d'un TGV Paris-Bordeaux quittant Paris à 12 h 00 avec une vitesse de 300 km/h et un TER Bordeaux-Paris quittant Bordeaux à 12 h 30 avec une vitesse de 200 km/h. La distance Paris-Bordeaux étant de 400 km, et admettant que les deux trains roulent toujours à vitesse constante, à quelle heure vont-ils se croiser ? Sur la figure 1.3, on a représenté la distance parcourue en fonction du temps, et dans les deux cas on obtient un segment de droite en raison de la vitesse constante. Cependant, contrairement à l'usage courant, et afin de suivre l'usage habituel en relativité, nous avons porté le temps t suivant l'axe vertical (ordonnées) et la distance x suivant l'axe horizontal (abscisses). Les segments de droite PM et BN sont les *lignes d'univers* respectives du TGV Paris-Bordeaux et du TER Bordeaux-Paris. L'événement E « croisement des deux trains » a pour

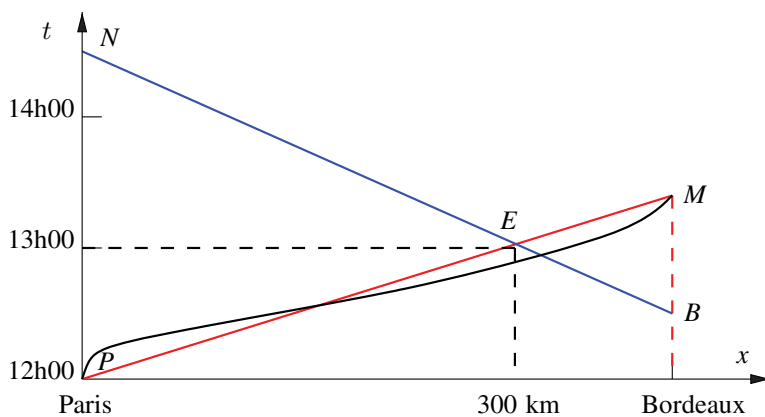


FIGURE 1.3. Diagramme d'espace-temps : lignes d'univers du TGV Paris-Bordeaux (rouge) et du TER Bordeaux-Paris (bleu). Les deux trains se croisent à 13 h 00, à 300 km de Paris. L'événement E « croisement des deux trains » a pour coordonnée de temps $t = 13$ h 00 et pour coordonnée d'espace $x = 300$ km. Comme le TGV va plus vite que le TER, la pente de sa ligne d'univers est plus faible en valeur absolue que celle du TER. Une ligne d'univers plus réaliste, tenant compte de l'accélération au départ de Paris et du freinage à l'arrivée à Bordeaux, est tracée en noir pour le TGV.

coordonnée de temps $t = 13$ h 00 et pour coordonnée d'espace $x = 300$ km, sa distance de Paris. En fait, la vitesse des trains n'est pas constante et les lignes d'univers sont des courbes, et non des droites : figure 1.3. Le diagramme tracé sur cette figure porte un nom savant, c'est un *diagramme d'espace-temps*, mais le concept est élémentaire.

La figure 1.3 illustre un point très important : étant donné que nous avons porté le temps en ordonnées, la pente des lignes d'univers rectilignes du TER et du TGV est l'inverse de leur vitesse en km/h. Plus la pente des lignes d'univers est grande en valeur absolue, et plus la vitesse est faible. Comme le TGV va plus vite que le TER, la pente de sa ligne d'univers en rouge est plus faible que celle du TER en bleu. La ligne d'univers d'un train stationné en gare à Paris est l'axe des temps, qui possède la plus grande pente possible, en fait une pente infinie.

En règle générale, les lignes d'univers des objets massifs, dont les « observateurs » sont un cas particulier, ne seront pas des droites, mais des courbes (figure 1.3). Toutefois ces lignes d'univers sont soumises à une restriction cruciale, qui est contenue dans l'énoncé du postulat fondamental de la relativité.

de luminosité 174, 210
de Minkowski 35

E

effet de marée 27, 82
effet Doppler 48, 70
effet Shapiro 107
effondrement gravitationnel 118
énergie cinétique 56, 99
énergie de liaison 62
énergie-impulsion 60
énergie sombre 177
énergie thermonucléaire 63
entropie d'un trou
noir 134
équation d'Einstein 91
équation de Friedmann 178
ergorégion 123
ergosphère 123
espace affine 2
espace euclidien 2
espace-temps 4
de Minkowski 19
plat 71, 83, 163
étoile à neutrons 128
étoile compacte 111
événement 4
expansion de l'Univers 158

F

facteur de Lorentz 34
facteur de dilatation
(ou d'échelle) 163
flèche du temps 14
fond diffus cosmologique 157,
185
force de marée 27, 84, 118

force d'inertie 24
fréquence angulaire 138, 198

G

géodésique 79, 204
GPS (Global Positioning
System) 72
gravité faible 95, 104

H

hertz 5, 198
horizon des événements 116, 122
horizon des particules 170
horloge atomique 5
hypersurface de simultanéité 17, 36

I

impulsion 54, 199
inflation 190
instabilité de Jeans 186
intervalle de temps propre 34
invariant de Lorentz 22, 35
ion 5, 25, 48

L

lentille gravitationnelle 107
ligne d'univers 5
loi de Boltzmann 182
loi de conservation 53, 204
longueur d'onde 138, 198
luminosité 64, 159

M

masse gravitationnelle 25, 68
masse inertielle 25, 68

matière sombre 156
 métrique 20, 88, 202
 asymptotiquement plate 93
 de Friedmann-Lemaître 163, 167, 207
 de Kerr 121
 de Minkowski 20, 83, 144, 201
 de Schwarzschild 93
 sur la sphère 79
 sur l'espace-temps 88
 modèle de concordance (ou Λ CDM) 191
 moment angulaire 100, 120
 moment dipolaire 142
 moment monopolaire 142
 moment quadrupolaire 142
 mouvement rectiligne uniforme 24
 mouvement circulaire uniforme 24, 141

N

naine blanche 128
 nanoseconde 9, 196
 neutrino 10, 44, 54, 63, 183
 non-relativiste 61
 norme d'un vecteur 4
 nucléosynthèse primordiale 184

O

observateur 14
 ondes
 électromagnétiques 138, 197
 gravitationnelles 144
 sonores primordiales 187
 orbite ISCO 105, 205
 orbites planétaires 100

P

paradoxe des jumeaux 16, 46
 paradoxe d'Olbers 155
 paramètre de compacité 111
 paramètre de Hubble 169
 paramètre de Kerr 120
 paramètre d'impact 106, 205
 parsec 196
 particule test 27
 pic acoustique 188
 photon 8, 198
 plan tangent 78
 point de l'espace-temps 4
 polarisation 138
 positron 9, 62
 potentiel effectif 100
 potentiel gravitationnel 75
 précession du périhélie 104
 précession géodésique 109
 principe cosmologique 157
 principe d'équivalence 69, 86
 principe de relativité 30
 processus de Penrose 123, 206
 processus virtuel 132
 produit scalaire 39, 88, 201
 pulsar 149

Q

quadri-impulsion 123
 quadrivecteur 20, 58
 quadrivitesse 40, 203
 quantité de mouvement 54
 quark 183
 quasar 107, 131

R

radian 97
 rayon de Hubble 158