Les chiffres, les nombres

Les chiffres sont au nombre de dix : de 0 à 9 comme suit 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
Avec ces dix chiffres et seulement dix, on va pouvoir écrire tous les nombres, appelés comme tels à partir de 10, le premier nombre, que l'imagination permettra de concevoir.

0,0000000000000000000000012
1234245676543678865444566778
1,414
3,14116….

Les nombres possibles sont en quantité infinie.
Même entre deux chiffres ou deux nombres donnés, c'est-à-dire entre deux bornes finies ou encore dans un intervalle fini, on peut loger une quantité infinie de nombres intermédiaires.

Par exemple, entre 0 et 1 il y a une infinité possible de nombres intermédiaires.

0,00000000000000000000000000000000000000000000000000001
0,00000000000000000000000000000000000000000000000000011
0,00000000000000000000000000000000000000000000000000111
…….

Le premier nombre tend vers zéro mais peut ne pas l'atteindre, le nombre de zéros après la virgule peut s'étendre à l'infini !
Devant une telle myriade de nombres, il faut les classer, les ranger en familles comme on classerait des fleurs ou des papillons et comme pour ces deux exemples pour savoir de quoi on parle.
On inventa donc des classes de nombres imbriquées les unes dans les autres et on leur donna un nom et on les représenta par des lettres.

Encore que classer des ensembles infinis croissants n'a pas beaucoup de sens. Pour évacuer cette embarrassante question, disons que nous allons classer des ensembles finis par leurs bornes de plus en plus larges mais contenant un nombre infini d'éléments.

Ils sont notés N, Z, D, Q, R…

N- est l'ensemble des nombres entiers naturels, des nombres non décimaux.
1, 2, 3 etc. 1 patate, 2 choux, 3 carottes pas 0,125 patate 1,971 chou…

Z- ce sont les nombres relatifs, les mêmes que précédemment mais affublés d'un signe + ou - .
Parce qu'il a été introduit un repère, le zéro. Avant le zéro, c'est négatif, après c'est positif.

-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3 etc.

D- regroupe les nombres décimaux, ils ont une virgule et un nombre fini de chiffres après la virgule

0,175 ; 6,750 ; 12,5 etc.

On peut se demander ce que ces trois nombres ont à voir avec dix (origine de décimal). C'est tout simple et vrai pour tous les nombres décimaux. Ils peuvent s'écrire divisés par une puissance de10: 100, 1000, 10000…

Exemple:
$6{,}75 = 675/10^2$ ou $675/100$ $0{,}175 = 175/1000$ et $12{,}5 = 125/10$

Q- ce sont les nombres rationnels, toujours des nombres avec une virgule mais cette fois-ci, le nombre de chiffres après la virgule est infini et périodique.
Q comme quotient pour ne pas confondre l'ensemble des nombres rationnels avec l'ensemble des nombres réels qui suivent: 0, 333333 ou encore 0,666666

R- ce sont les nombres réels, en clair, tous les nombres sauf bien sûr les nombres imaginaires.

Pour passer des rationnels aux réels, il faut ajouter les irrationnels. Rationnels et irrationnels n'ont rien à voir avec la raison mais avec la notion de ratio, de quotient…

Les nombres irrationnels ont un nombre infini de chiffres après la virgule mais ce nombre n'est pas périodique.
Tous ces ensembles de nombres sont inclus les uns dans les autres dans cet ordre :

$N \subset Z \subset D \subset Q \subset R$

$$\sqrt{2} = 1{,}414213562$$

$$\sqrt{3} = 1{,}732050808$$

$$\pi = 3{,}141592653$$

$\subset$: est le signe d'inclusion de la théorie des ensembles.

Les opérations

Nous voici avec dix chiffres de 0 à 9 à la source d'une infinité de nombres, classés en familles d'une infinité d'éléments.

On va pouvoir combiner, assembler ces chiffres et nombres pour calculer n'importe quoi, et ce avec quatre opérations principales, l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Cela paraît indigent, mais avec cela on peut tout faire.

Dénombrer des objets ou tout ce que vous voulez, calculer une surface simple ou complexe, calculer un volume, une distance parcourue en fonction d'une vitesse et d'un temps, une accélération etc. tout ce que vous voulez. Il suffit d'organiser sa pensée, de raisonner et d'écrire la bonne formule ou équation.

Par exemple, est-ce qu'à partir du rayon d'un petit pois, je peux en calculer la masse dans un camion ?
Réfléchissons : avec le rayon d'un petit pois je peux en calculer le volume
Avec la densité « d » du petit pois, environ 1 comme l'eau référence pour simplifier, j'obtiens la masse « m » d'un petit pois avec le calcul « v x d ».

Dans une boîte de petits pois, je connais leur nombre « n », avec leur nombre par boîte, et le nombre de boîtes dans un carton « c_1 » et le nombre de cartons dans un camion « c_2 », j'obtiens le nombre total de petits pois dans un camion, je multiplie ce nombre par le poids d'un petit pois, j'obtiens la masse totale « M » en petits pois du camion.

Cela s'écrit : $M = m \times c_1 \times c_2$ ou encore $m.c_1.c_2$ ou le calcul détaillé complet.

$$M = (\frac{4}{3}\pi r^3 \times d) \times (c_1 \times c_2)$$

Ce calcul peut-il me servir pour un bateau d'abricots ? Oui bien sûr, il suffit de remplacer dans l'équation ce qui concerne les petits pois par ce qui concerne les abricots !
Volume d'un abricot, densité, nombre par carton, nombre de cartons par bateau…

L'équation plus-haut va exprimer la manière générale de faire un tel calcul, c'est un modèle.
Nous venons de modéliser le calcul de la masse d'une marchandise sphérique transportée !
Petits pois, abricots, boules de pétanque, ballons…pour s'amuser bien sûr.

On modélise des choses bien plus sérieuses, chez Airbus Industrie, de très nombreux modèles mathématiques ont tourné longtemps sur des ordinateurs très puissants et un jour l'A380 a fait son premier vol en entrant dans toutes les normes et limites calculées, cela sert aussi à cela, les mathématiques, la prévision tirée de l'expérience.

Nous voyons qu'avec l'équation pensée puis écrite pour nos petits pois, on peut la « parcourir » dans les deux sens : une cascade de multiplications nous permet de calculer une masse à partir d'un rayon, à l'inverse une cascade de divisions nous mènerait de la masse à ce rayon !

Et s'il venait à manquer une des variables, on pourrait la calculer aisément.

Imaginons qu'il nous manque le nombre de petits pois par boîte « c_1 ».
Nous pourrions écrire ceci : « c_1 » devient l'inconnue « x »

Ceci est vrai pour n'importe quelle valeur de l'équation.

Il pourrait même y avoir deux inconnues…mais plus tard…crescendo !

Justement, passons aux équations, un terme qui effraie bien des gens…
Voyons cela.

$$M = (\frac{4}{3}\pi r^3 \times d) \times (x \times c_2)$$

$$M = \frac{4}{3}\pi r^3 \times d \times x \times c_2$$

$$x = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi r^3 \times d \times c_2}$$