

TAGE 2®

TAGE 2[®]

LES 100 QUESTIONS INCONTOURNABLES

PLUS DE 700 EXERCICES CORRIGÉS

Ouvrage édité sous licence FNEGE[®]. La FNEGE[®], propriétaire des marques TAGE 2[®] et TAGE MAGE[®], ne peut être tenue responsable des contenus de l'ouvrage. Ceux-ci n'engagent que les seuls auteurs.

DUNOD

Droits réservés : malgré nos efforts, il nous a été impossible de joindre certains éditeurs ou ayants-droits pour solliciter leur autorisation de reproduction, mais nous avons naturellement réservé en notre comptabilité des droits usuels.

Conception de la couverture : Ici et ailleurs

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
--	--



© Dunod, 2013, 2015
5 rue Laromiguière, 75005 Paris
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-073785-7

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Remerciements

En premier lieu, je souhaite remercier Mustapha Benkalfate et Sylvain Vuillen qui m'ont confié la mission de proposer aux étudiants un livre leur permettant de se préparer le plus efficacement possible les exigeantes épreuves du test d'aptitude de la FNEGE, niveau post bac 1 à bac +2.

Cet ouvrage doit infiniment aux supports sans cesse perfectionnés par toute l'équipe enseignante de PGE-PGO. Je tenais à remercier toute cette équipe, de même que les éditions Dunod, pour la confiance dont ils ont témoigné en me confiant la rédaction de cet ouvrage.

Une vigilance constante a été demandée à nos relecteurs, étudiants comme professeurs. Qu'ils soient ici chaleureusement remerciés de s'être acquittés de leur mission avec flexibilité et professionnalisme. Merci en particulier à Imen Belhadj, Malek Dekimeche, Anatole Hutin, Clémence Maurel, Édouard Paviot, Aymen Souihli et Romdhane Younsi.

Je tiens aussi à remercier tout particulièrement Guillaume Dupéret qui a su mener à bien la coordination de ce travail d'envergure avec rigueur et efficacité.

Enfin, je n'oublie pas ma femme Souhila, mon frère Iman, ma sœur Avissa Hedayati-Dezfouli et Pierre-Marc Revel-Mouroz pour leurs précieux conseils, ainsi que mes parents qui ont su rester proches et patients durant toute la rédaction du manuscrit. Je remercie enfin Déborah Ohana pour son soutien indéfectible, ainsi que les familles Teze et de la Forest Divonne d'Ormesson sans qui ma vocation n'aurait sans doute pas vu le jour.

Navid Hedayati

Table des matières

Introduction 1

Partie 1 Calcul

1. Opérateurs inconnus 6
2. Identités remarquables 9
3. Puissances 12
4. Factorisations simples 15
5. Racines carrées 16
6. Fractions 18
7. Quel est le plus grand, quel est le plus petit ? 20
8. Résoudre une équation du premier degré 22
9. Résoudre la moitié du quart du tiers du carré... 24
10. Opérations à trous 26
11. Fractions à trous 28
12. Plan de table et rangement par tas 30
13. Calcul de ratios 32
14. Trouver le nombre de couples tel que... 34
15. Si..., alors calculer... 36
16. Partager un héritage... 38
17. Problèmes de fractions 40
18. Décomposition d'une somme en pièces et billets 42
19. Quelle est la meilleure offre ? 44
20. Produits en croix 47
21. Méthode des écarts :
à quelle heure ces deux avions vont-ils se croiser ? 50
22. Méthode des écarts :
à quelle heure la voiture rattrapera-t-elle la moto ? 53
23. Aller-retour 57
24. Tours de circuit 60
25. Calculer une distance, un temps 63
26. Mise en équation d'un problème à plusieurs inconnues (système) 66
27. Quel est mon âge ? 69
28. Quelle heure est-il ? 71
29. Résoudre une inéquation 74
30. Résoudre une équation du second degré 76
31. Problèmes d'arithmétique 80
32. Trouver des diviseurs communs et le PGCD 82
33. Trouver des multiples communs et le PPCM 85

34.	Thalès et Pythagore	.87
35.	Calculer le périmètre	.90
36.	Calculer l'aire	.93
37.	Histoire de volumes	.96
38.	Problèmes d'angles	.98
39.	Rapport d'aires	.102
40.	Problèmes à géométrie variable	.105
41.	Agrandissement ou réduction	.107
42.	Volume après agrandissement ou réduction	.110
43.	Combien y a-t-il de carrés dans ce carré ?	.112
44.	La moyenne dans tous ses états	.114
45.	Suites arithmétiques	.116
46.	Suites géométriques	.188
47.	HT ou TTC ?	.120
48.	Taux d'évolution : calcul d'un prix initial ou final	.122
49.	Taux d'évolution : pourcentage d'augmentation / diminution	.124
50.	20 % de 40 %	.126
51.	Intérêts composés	.128
52.	Trouver un chiffre	.130
53.	Pair ou impair ?	.132
54.	Quel jour sommes-nous ?	.134
55.	Le rendement : calcul de la vitesse de travail à plusieurs	.136
56.	Productivité et nombre de travailleurs	.139
57.	Proportionnalité multiple	.141
58.	Le débit : calcul du temps de remplissage	.144
59.	Combien d'étudiants sont anglicistes et latinistes ?	.146
60.	Les combinaisons : choisir trois personnes parmi cinq	.151
61.	Les arrangements : tiercés dans l'ordre	.154
62.	Combinaisons de codes secrets	.157
63.	Anagrammes	.159
64.	Nombre de poignées de main	.161
65.	Nombre de matchs	.164
66.	Probabilités simples	.166
67.	Probabilité et géométrie	.170
68.	Arbres de probabilité	.173
69.	Statistiques	.176
70.	Réponses dépendant d'inconnues	.179
71.	Qui suis-je ?	.182
72.	Suis-je premier ?	.184
73.	Nombre de bonnes réponses	.186
74.	Bénéfices	.188
75.	J'ai deux fois plus de billes que toi	.191
76.	Exercices niveau expert (1/2)	.193
77.	Exercices niveau expert (2/2)	.195

Partie 2 Logique : séries doubles

78. Séries simples avec des critères de concordance élémentaires	198
79. Séries simples avec des critères classiques	201
80. Séries simples avec un critère double	203
81. Séries simples avec des nombres élevés	205
82. Séries simples avec des lettres	207
83. Application des méthodes précédentes sur des séries doubles	211
84. Séries doubles	212
85. Séries doubles niveau expert	214

Partie 3 Logique : séries visuelles

86. Série visuelle simple avec des valeurs numériques (1/2)	218
87. Série visuelle simple avec des nombres (2/2)	220
88. Série visuelle simple figures/chiffres	222
89. Série visuelle simple avec des lettres	224
90. Série visuelle simple avec des symboles	226
91. Série visuelle lettres/figures	228
92. Série visuelle lettres/chiffres	230

Partie 4 Aptitudes verbales

93. Lexique : Synonymes	234
94. Lexique : Antonyme, Polysémie	237
95. Intrus	239
96. Phrase : Orthographe (1/2)	243
97. Phrase : Orthographe (2/2)	247
98. Phrase à trous	250
99. Paratexte : Paragraphe	252
100. Paratexte : Texte	255

Partie 5 Examens blancs

Test blanc 1	262
Corrigé 1	277
Test blanc 2	290
Corrigé 2	304
Test blanc 3	317
Corrigé 3	332

Formulaire

Ce livre a pour objectif de vous préparer efficacement au TAGE 2[®] (niveau post-bac à bac +2) en balayant l'ensemble des notions indispensables à la réussite de ce test.

Vous disposez d'un délai de quelques mois pour vous préparer ? Parfait ! C'est le temps que nous avons prévu pour vous entraîner.

Chaque année lors de nos stages préparatoires, les mêmes questions se font entendre :

- Dois-je reprendre mes cours du collège et du lycée afin de me remettre à niveau ?
- Dois-je m'entraîner le plus possible pour espérer avoir le « déclic » sur les exercices ?
- Dois-je faire l'impasse sur certains sous-tests que je maîtrise moins en faveur des autres afin de m'y assurer un bon score ?
- Dois-je persévérer alors que je ne comprends strictement rien aux questions de logique ?

Au risque d'en décevoir certains, la réponse unique à ces questions n'existe pas. Les étudiants étant issus de formations différentes, certains ont eu la possibilité de s'exercer tout au long de leur cursus post-bac, tandis que d'autres n'ont pas eu l'occasion de revoir l'ensemble du programme de mathématiques depuis l'obtention de leur baccalauréat.

Évidemment, les impasses sont à proscrire car vous passez un concours et non un examen. Vous êtes donc en concurrence avec des personnes préparant l'ensemble des sous-tests avec au moins autant de rigueur et de détermination que vous !

État des lieux

Nous avons remarqué chez les étudiants des lacunes récurrentes.

Recensons leurs bêtes noires :

- les priorités dans les calculs ;
- les divisions avec virgule ;
- les puissances ;
- les conversions ;
- les degrés ;
- la géométrie, notamment nos amis Thalès et Pythagore.

Une erreur très fréquente est de négliger l'entraînement pour le sous-test paratexte. Si les étudiants sont souvent persuadés de pouvoir, dès le premier exercice, utiliser leur bon sens, ils s'aperçoivent très rapidement qu'un travail régulier sur la concentration est pourtant indispensable pour ce sous-test.

Vous ne pouvez pas commencer les révisions sans le minimum vital. Se lancer sur une piste noire sans entraînement préalable permet-il de devenir un skieur chevronné ?

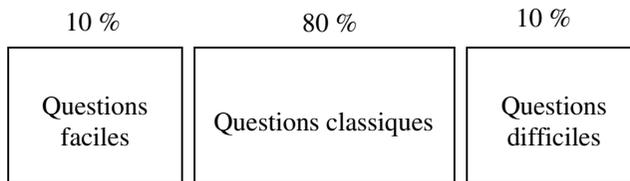
L'ensemble des notions, élémentaires ou techniques, dont vous aurez besoin sera listé avec les questions les plus classiques. Vous pourrez ainsi les travailler et vous perfectionner à la résolution des questions inspirées du TAGE 2®

Ce livre est conçu avec un principe d'exercices type permettant de comprendre en profondeur la notion présentée, puis des variantes pour parer à toute éventualité. Nous avons essayé de dresser la liste la plus exhaustive possible des questions classiques, celles qui reviennent de manière récurrente et d'élargir ensuite afin d'envisager les questions les plus inattendues.

Gestion du temps lors du concours

En moyenne pour les questions de calculs, vous avez (selon les sous-tests) entre 1 et 3 minutes. Cependant, des questions semblent parfois infaisables en 3 minutes, et vous êtes les premiers à soupirer et à vous révolter contre le manque de temps. Pourtant, ces questions sont accessibles en temps limité.

Le test peut être représenté sous forme du schéma suivant :



Généralement, 80 % des questions sont faisables en trois minutes si les méthodes sont bien maîtrisées, 10 % sont assez simples et nécessitent peu de temps (moins de trois minutes voire moins d'une minute pour certaines). On en déduit la clé de la gestion du temps : faire rapidement les questions simples et reporter ce crédit de temps sur les 10 % de questions difficiles restants. Vous aurez ainsi 4 à 5 minutes à consacrer à la résolution des énoncés les moins évidents.

Par ailleurs, il peut être tentant de ne pas lire un énoncé dans son intégralité, en pensant que cela pourrait faire gagner du temps. La réalité est toute autre car on finit par le relire bien malgré soi, et du temps précieux a été perdu.

Présentation du test d'aptitude (format 2015)

Le TAGE 2® est un test de sélection aux études supérieures de management spécialement conçu pour des étudiants de niveau Bac + 1 à Bac + 2. Il dure 1 h 55 sans compter les pauses entre les différents sous-tests et les explications données en préambule du test. Il s'agit d'un QCM divisé en six sous-tests.

<i>Épreuves</i>	<i>Nombre de questions</i>	<i>Durée</i>	<i>Score</i>
<i>Sous-test 1 Lexiphrase</i>	15	15 mn	45
<i>Sous-test 2 Calcul</i>	10	30 mn	30
<i>Sous-test 3 Logique (données verbales et numériques)</i>	10	15 mn	30
<i>Sous-test 4 Paratexte</i>	15	15 mn	45
<i>Sous-test 5 Calcul</i>	10	30 mn	30
<i>Sous-test 6 Logique (données spatiales)</i>	10	10 mn	30
<i>TOTAL</i>	70	1 h 55	210 points

Il évalue les candidats selon trois critères :

- La capacité d'utiliser la langue française précisément (sous-tests 1 et 4)
- La capacité à résoudre des **problèmes mathématiques** (sous-tests 2 et 5)
- La capacité de **raisonnement logique** (sous-tests 3 et 6)

Comment calculer son score ?

Pour chacune des 70 questions, 4 réponses sont proposées.

Une seule réponse est juste.

Toute mauvaise réponse est sanctionnée.

L'absence de réponse ne retire pas de point.

Combien de fois peut-on passer le test d'aptitude durant l'année ?

Le test peut être passé deux fois par an (du 1^{er} janvier au 31 décembre de l'année suivante) :

- 1 fois au cours du premier semestre de janvier à juin,
- 1 fois au cours du deuxième semestre de juillet à décembre.

Astuce pour le passer deux fois consécutivement : vous passez le test une première fois avant le 31 décembre de l'année en cours pour avoir un aperçu du concours (comme une forme d'entraînement), puis vous vous inscrivez dans le courant de l'année suivante pour le passer une deuxième fois.

Où s'inscrire pour passer le test d'aptitude ?

Vous devez vous inscrire sur le site <http://www.tage2.fr/> rubrique inscription.

Peut-on choisir sa date ?

Différentes sessions sont proposées durant l'année. À vous de vous y prendre à l'avance pour avoir la date de votre choix.

Jour J

Qu'a-t-on besoin de poser sur sa table d'examen lors du test ?

Vous devez vous munir d'un stylo à bille noire. Il est formellement interdit d'utiliser une calculatrice.

Fournissent-ils des brouillons ?

Aucun brouillon n'est distribué lors des épreuves. Cependant, vous pouvez utiliser les espaces sur le livret de questions que l'on vous distribuera pour poser vos calculs.

En finissant en avance un sous-test, ai-je le droit de revenir au sous-test précédent ?

Même en finissant 10 minutes avant la fin d'un sous-test, vous ne pouvez ni reprendre les sous-tests précédents, ni entamer les sous-tests suivants.

Les sous-parties sont visuellement discernables pour permettre aux surveillants de repérer rapidement les candidats qui travailleraient sur la mauvaise partie.

Derniers conseils et astuces lors de l'épreuve

Même si plusieurs méthodes sont parfois possibles, il est important de ne pas perdre de temps et d'opter dès les dix premières secondes pour l'une d'entre elles.

Différentes techniques qu'il faut avoir le réflexe d'appliquer :

- *Backsolving* : il est conseillé, quand l'énoncé le permet, de tester la solution que l'on a trouvée.
- Si les écarts entre les solutions proposées sont importants, il est conseillé d'approximer certaines données (ex : $\pi \approx 3$; $4,93 \rightarrow 5$).
- Pour les différentes inconnues du problème, il est recommandé de les remplacer par des variables (x , y , N , ...) pour plus de clarté.
- Il est important de convertir judicieusement. Par exemple, si les réponses sont en secondes, il est indispensable de convertir les vitesses en m/s.

Partie



Calcul

1 Opérateurs inconnus

Les 4 opérations de base (+, −, ×, :) doivent être parfaitement maîtrisées. On peut, à partir de celles-ci, définir d'autres opérations qui seront notées avec d'autres symboles (Δ , ∇ ou \blacksquare par exemple).

Exemple

L'opération Δ définie par $a\Delta b = a^2 + b^3$

Cette nouvelle opération consiste à élever le premier terme au carré, le deuxième terme au cube, puis à additionner les deux résultats.

Par exemple, si $a = 2$ et $b = 3$, on obtient aisément :

$$2\Delta 3 = 2^2 + 3^3 = 4 + 27 = 31$$

Exercices

Exercice 1

On définit l'opération comme suit : $a\nabla b = \frac{a^b}{b^a}$

Combien vaut $4\nabla 3$?

- A) 64/81 B) 81/64 C) 81/27 D) 64/27

Exercice 2

On définit l'opération comme suit : $a\blacksquare b = b(a - 1) - 2ab$.

Combien vaut $1\blacksquare(-2)$?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4

Exercice 3

On définit l'opération θ comme suit : $a\theta b = \frac{ab}{a+b}$. Combien vaut $(4\theta 1)\theta(2\theta 3)$?

- A) 2/25 B) 17/30 C) 12/25 D) 3/25

Exercice 4

On définit l'opération \otimes comme suit : $a\otimes b = (a^2 + b^2)a^4$ et on considère les propositions suivantes :

$$(1) \quad -a \otimes -b = a \otimes b$$

$$(2) \quad a \otimes 0 = a^6$$

$$(3) \quad \sqrt{a^2 \otimes b^2} = a \otimes b$$

A) (1) et (3) sont vraies

B) seule (2) est vraie

C) (2) et (3) sont vraies

D) (1) et (2) sont vraies

Exercice 5

Si l'opération Φ est définie par : $\Phi(a) = a^3 - 17$, calculer $\Phi(\Phi(3))$?

A) 568

B) 790

C) 834

D) 983

Corrigés

Corrigé 1 : Réponse A.

En calculant le numérateur, on obtient $a^b = 4^3 = 64$.

Puis en calculant le dénominateur, on obtient $b^a = 3^4 = 81$.

Le résultat est donc $64/81$.

Corrigé 2 : Réponse D.

En remplaçant a par 1 et b par -2 , on obtient :

$$1 \blacksquare - 2 = -2 \times (1 - 1) - 2 \times 1 \times (-2) = 0 + 4 = 4$$

Corrigé 3 : Réponse C.

Il faut, comme avec les opérations de base, respecter les priorités. On commence donc par évaluer $(4\theta 1)$ puis $(2\theta 3)$:

$$(4\theta 1) = \frac{4 \times 1}{4 + 1} = \frac{4}{5}$$

$$(2\theta 3) = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = \frac{6}{5}$$

$$(4\theta 1)\theta(2\theta 3) = \frac{4}{5} \theta \frac{6}{5}$$

Une fois ces deux termes calculés, on peut ensuite mener le calcul demandé :

$$(4\theta 1)\theta(2\theta 3) = \frac{\frac{4}{5} \times \frac{6}{5}}{\frac{4}{5} + \frac{6}{5}} = \frac{\frac{24}{25}}{\frac{10}{5}} = \frac{\frac{24}{25}}{2} = \frac{24}{25} \times \frac{1}{2} = \frac{12}{25}$$

Corrigé 4 : Réponse D.

Il faut vérifier chaque proposition :

$$(1) \quad -a \otimes -b = ((-a^2) + b^2)(-a)^4 = (a^2 + b^2)a^4 = a \otimes b.$$

Donc la proposition (1) est vraie.

$$(2) \quad a \otimes 0 = (a^2 + 0^2)a^4 = a^2a^4 = a^6.$$

Donc la proposition (2) est vraie.

$$(3) \quad \sqrt{a^2 \otimes b^2} = \sqrt{(a^4 + b^4)a^8} = \sqrt{(a^4 + b^4)}a^4 \neq a \otimes b.$$

Donc la proposition (3) est fausse.

En choisissant simplement $a = 1$ et $b = 2$, nous pouvons aussi prouver que cette proposition est fausse :

$$\sqrt{a^2 \otimes b^2} = \sqrt{1^2 \otimes 2^2} = \sqrt{1 \otimes 4} = \sqrt{17}$$

$$a \otimes b = 1 \otimes 2 = 5$$

Seules les propositions 1 et 2 sont vraies.

Corrigé 5 : Réponse D.

Dans un premier temps, nous calculons $\Phi(3)$:

$$\Phi(3) = 3^3 - 17 = 27 - 17 = 10.$$

$$\text{Donc } \Phi(\Phi(3)) = \Phi(10) = 10^3 - 17 = 1\,000 - 17 = 983.$$

Identités remarquables

2

Les questions sur les identités remarquables font appel à des notions qui ne doivent en aucun cas vous être étrangères. Ce sont des points gagnés facilement, à condition de connaître son cours et de faire attention aux erreurs d'étourderie (sur les signes, par exemple).

Les identités remarquables à retenir sont les suivantes :

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x + y) \times (x - y) = x^2 - y^2$$

Sont aussi utiles les deux formules suivantes qui découlent des équations précédentes :

$$(F1) \quad x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$(F2) \quad x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

Exercices

Exercice 1

Deux entiers naturels positifs m et p sont tels que :

$$m \times p = 1$$

$$m + p = 13$$

Quelle est la valeur de $m^2 + p^2$?

- A) 170 B) 171 C) 167 D) 175

Exercice 2

Deux entiers naturels positifs m et p sont tels que :

$$m \times p = 7$$

$$m - p = 17$$

Quelle est la valeur de $m^2 + p^2$?

- A) 275 B) 301 C) 302 D) 303