

Ingénierie mécanique

Transmission de puissance

Tome 2. Du moteur au récepteur

Transmissions par engrenages – Embrayages – Limiteurs de couple – Boîte de vitesses manuelles et automatiques – Réducteurs – Freins – Ressources complémentaires

4^e ÉDITION

Francis Esnault

Agrégé de mécanique et diplômé du Conservatoire national des arts et métiers.
Il a d'abord enseigné en STS au lycée Ozanam (Cesson-Sévigné)
et en CPGE au lycée l'Assomption (Rennes) avant de dispenser ses cours
à l'ECAM Rennes, dont il a bâti la structure des enseignements du génie mécanique.

David Coquard

Diplômé de l'École normale supérieure de Cachan, il est agrégé en sciences de l'ingénieur,
spécialité ingénierie mécanique. Il enseigne en CPGE au lycée Marcel Callo (Redon)
et à l'ECAM Rennes.

DUNOD

Illustration de couverture : adventtr/istockphoto.com

| | | |
|--|---|--|
| <p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p> |  <p>DANGER LE PHOTOCOPIAGE TUE LE LIVRE</p> | <p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p> |
|--|---|--|

© Dunod, 2018
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-078280-2

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Préface

Cet ouvrage s'inscrit dans un projet pédagogique de deux auteurs dont le principal objectif est de proposer au lecteur mécanicien l'usage des outils numériques (modélisations 3D interactives disponibles en ligne) aidant à la compréhension des systèmes de transmission de puissance modernes. Grâce à un accompagnement visuel via des vidéos de démonstration, le lecteur apprenant sera fortement sollicité pour réaliser un nombre significatif d'études et d'exercices pratiques.

Les auteurs ont intégré dans leur ouvrage un nouveau chapitre où sont notamment présentées deux applications de transmissions d'automobiles. La première traite de la technologie d'un groupe motopropulseur hybride, la seconde de celle d'un groupe motopropulseur électrique. Ces analyses, rédigées en collaboration avec les groupes automobiles Toyota et Renault-Nissan, abordent la problématique sous l'angle particulier des préoccupations actuelles que sont la réduction de la consommation énergétique et des rejets dans l'atmosphère.

Par ces quelques mots, je tenais à rendre hommage aux auteurs, Francis Esnault et David Coquard, mes collègues de l'ECAM-Rennes, pour leur pugnacité à vouloir transmettre avec une démarche pédagogique innovante, les dernières avancées du domaine.

Jean-Marie Malhaire
Chef du département Génie industriel et Mécanique, ECAM-Rennes

Avant-propos

Ce second tome, issu d'une collection de trois ouvrages, constitue la suite logique du premier de la série. Alors que le tome 1 présente de manière transversale la construction mécanique dans ses principes, celui-ci analyse un à un les organes communément installés dans une chaîne de transmission de puissance entre le moteur et le récepteur.

Ainsi, après un préambule sur les trains d'engrenages, sont successivement présentés les embrayages, les limiteurs de couple, les boîtes de vitesses, les réducteurs et les freins. Chacun de ces organes apparaît en deux chapitres dissociés : un premier – traitant des « principes » – où l'analyse se base exclusivement sur une illustration schématique afin d'affranchir le lecteur d'une éventuelle difficulté de lecture de plans parfois complexes, et un deuxième – traitant des « réalisations » – présentant cette fois des mécanismes sous la forme de dessins industriels.

Cette quatrième édition enrichit la précédente à double titre. En effet, un nombre important d'exercices corrigés a été ajouté (relatifs aux réducteurs et aux freins), et un chapitre (chapitre 11) a été ajouté en fin d'ouvrage. Ce dernier, intitulé « Ressources complémentaires », a pour vocation d'aider le lecteur à la compréhension du fonctionnement de chacun des organes analysés dans les chapitres précédents. Dans les compléments numériques de cet ouvrage, l'apprenant a en effet la possibilité de visionner une animation 3D, ou de démonter virtuellement un mécanisme. Une aide significative y est donc offerte aux étudiants non rompus à la lecture de plans.

Nous tenons à remercier ici Benjamin Sauvager et Ahmad Al khatib, professeur à l'ECAM, pour leur relecture et la pertinence de leurs remarques. Nos remerciements vont aussi à David Mazuir, chef de Projet Moteurs et Batteries de véhicules électriques au Technocentre Renault, pour nous avoir fourni les informations sur le moteur électrique R110.

Les auteurs

Table des matières

| | |
|---|-----------|
| CHAPITRE 1 • TRANSMISSIONS PAR ENGRENAGES | 1 |
| 1.1 Pourquoi modifier la fréquence de rotation ? | 1 |
| 1.2 Train ordinaire | 4 |
| 1.3 Train épicycloïdal plan | 7 |
| 1.4 Train épicycloïdal sphérique | 14 |
| 1.5 Exemples de calculs | 17 |
| <i>À savoir</i> | 20 |
| CHAPITRE 2 • EMBRAYAGES. ÉNONCÉ DES PRINCIPES | 29 |
| 2.1 Situation - Fonction (<i>fig. 2.1</i>) | 29 |
| 2.2 Classification | 30 |
| 2.3 Principes mis en œuvre pour assurer l'existence de « l'entraînement » | 31 |
| 2.4 Étude mécanique | 38 |
| <i>À savoir</i> | 49 |
| CHAPITRE 3 • EMBRAYAGES. RÉALISATIONS | 51 |
| 3.1 Étude particulière d'un embrayage monodisque pour véhicule automobile | 51 |
| 3.2 Réalisations d'embrayages à usages divers | 56 |
| <i>À savoir</i> | 65 |
| 3.3 Exercices corrigés | 67 |
| CHAPITRE 4 • LIMITEURS DE COUPLE. RÉALISATIONS | 73 |
| 4.1 Classification des limiteurs de couple | 73 |
| 4.2 Exemples de réalisations de limiteurs de couple | 75 |
| <i>À savoir</i> | 82 |
| 4.3 Exercice corrigé | 83 |
| CHAPITRE 5 • BOÎTES DE VITESSES. ÉNONCÉ DES PRINCIPES | 87 |
| 5.1 Fonction | 87 |
| 5.2 Conception d'une boîte de vitesses d'automobile | 88 |
| 5.3 Étude des mécanismes propres aux boîtes de vitesses à trains ordinaires | 96 |
| <i>À savoir</i> | 102 |

| | |
|---|------------|
| CHAPITRE 6 • BOÎTES DE VITESSES À COMMANDE MANUELLE. RÉALISATIONS | 103 |
| 6.1 Classification (Tab. 6.1) | 103 |
| 6.2 Organes communs aux boîtes de vitesses à deux et trois arbres | 104 |
| 6.3 Boîtes de vitesses à deux et trois arbres à commande manuelle | 111 |
| <i>À savoir</i> | 119 |
| 6.4 Exercices corrigés | 120 |
| | |
| CHAPITRE 7 • BOÎTES DE VITESSES AUTOMATIQUES | 125 |
| 7.1 Introduction | 126 |
| 7.2 Classification des boîtes de vitesses automatiques | 126 |
| 7.3 Présentation particulière des boîtes de vitesses à trains épicycloïdaux | 127 |
| 7.4 Présentation particulière des boîtes de vitesses robotisées à rapports fixes | 136 |
| 7.5 Présentation particulière des boîtes de vitesses robotisées à variation continue | 144 |
| 7.6 Présentation particulière des boîtes de vitesses robotisées, à trois arbres, sans rupture de couple | 149 |
| <i>À savoir</i> | 153 |
| 7.7 Exercices corrigés | 155 |
| | |
| CHAPITRE 8 • RÉDUCTEURS | 163 |
| 8.1 Définition - Fonction (<i>fig. 8.1</i>) | 163 |
| 8.2 Positions relatives (arbre primaire 1 – arbre secondaire 2) | 164 |
| 8.3 Réducteurs élémentaires montés en série. Réducteurs élémentaires montés en parallèle | 167 |
| 8.4 Évaluation des rendements d'un réducteur | 169 |
| 8.5 Critères de dimensionnement d'un réducteur | 170 |
| 8.6 Dispositions constructives diverses | 171 |
| <i>À savoir</i> | 179 |
| 8.7 Exercices corrigés | 179 |
| | |
| CHAPITRE 9 • FREINS. ÉNONCÉ DES PRINCIPES | 189 |
| 9.1 Fonction – Situation | 189 |
| 9.2 Classification | 189 |
| 9.3 Étude mécanique | 192 |
| <i>À savoir</i> | 213 |
| | |
| CHAPITRE 10 • FREINS. RÉALISATIONS | 215 |
| 10.1 Présentation générale d'une installation de freinage sur un véhicule automobile | 215 |
| 10.2 Servo-frein pour installation hydraulique | 217 |
| 10.3 Maître-cylindre | 221 |
| 10.4 Répartiteur de freinage | 224 |
| 10.5 Dispositions constructives pour freins à tambour | 227 |

| | |
|--|------------|
| 10.6 Dispositions constructives pour freins à disque | 231 |
| 10.7 Matériaux Contre-matériaux | 233 |
| 10.8 Canalisations | 237 |
| 10.9 Réalisations de dispositifs de freinage à usages divers | 237 |
| <i>À savoir</i> | 247 |
| 10.10 Exercices corrigés | 247 |
| | |
| CHAPITRE 11 • RESSOURCES COMPLÉMENTAIRES | 255 |
| 11.1 Actionneur linéaire | 255 |
| 11.2 Batteur mélangeur | 261 |
| 11.3 Motorisation hybride | 264 |
| 11.4 Moteur électrique | 268 |
| 11.5 Réducteur différentiel de voiture | 273 |
| 11.6 Embrayage de voiture | 273 |
| 11.7 Actionneur de boîte de vitesses | 273 |
| 11.8 Boîte de vitesses automatiques | 274 |
| 11.9 Frein à disque, tambour et sabot | 274 |
| | |
| INDEX | 277 |

Transmissions par engrenages

Introduction

Les raisons qui conduisent à devoir modifier la vitesse angulaire en sortie d'un mécanisme, à partir d'une vitesse angulaire d'entrée donnée, diffèrent selon les applications. Le plus souvent, elles sont d'ordre cinématique ou énergétique. De nombreux dispositifs existent pour assurer cette fonction. Nous allons nous limiter ici à la présentation des engrenages pour lesquels on va analyser deux modes d'installation, en trains ordinaires ou en trains épicycloïdaux. Dans le tome 3 de cette même collection, nous présenterons les autres dispositifs assurant la même fonction.

Nous invitons ici le lecteur à associer la lecture de ce présent chapitre à celle du chapitre 11 où les mécanismes sont présentés en 3D avec possibilité d'interactivité pour le livre numérique, et aussi avec animation vidéo (voir paragraphes 11.1 à 11.5 en pages 255 à 273).

1.1 POURQUOI MODIFIER LA FRÉQUENCE DE ROTATION ?

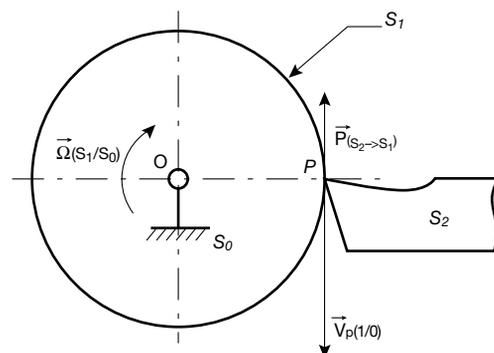
1.1.1 Raison d'ordre cinématique

L'enlèvement de copeaux en usinage (tournage, ou fraisage par exemple) nécessite une vitesse de coupe relative pièce/outil qui dépend essentiellement de la nature des matériaux concernés (pièce à usiner et outil). Le respect de cette vitesse de coupe, dont les valeurs sont expérimentales, conditionne la qualité du résultat en ce qui concerne, par exemple, l'état de surface obtenu, et la durée de vie de l'outil. La figure 1.1 illustre le cas du tournage.

Le tableau 1.1 donne quelques valeurs courantes de vitesse de coupe en fonction des matériaux concernés.

Ainsi, la boîte de vitesses installée en aval du mandrin porte-pièce (sur un tour), ou de la broche porte-fraise (sur une fraiseuse), doit-elle permettre le choix d'une vitesse angulaire $\vec{\Omega}(S_1/S_2)$ indépendamment de considérations d'ordre énergi-

que. Celles-ci pourraient, par exemple, avoir comme finalité la modification du couple disponible appliqué à S_1 afin d'augmenter, ou diminuer l'effort de coupe $\vec{P}(S_2 \rightarrow S_1)$ nécessaire à l'arrachement du copeau. Notons que dans le cas d'un usinage, la puissance motrice au départ de la chaîne cinématique, est prévue pour satisfaire à toutes les configurations (fig. 1.2).



- S_0 : bâti fixe de la machine (tour)
- S_1 : pièce à usiner
- S_2 : outil
- $\vec{V}_P(1/0)$ = vitesse de coupe (en m/s ou m/min)
- $\vec{\Omega}(S_1/S_0)$ = vitesse angulaire (en rd/s)

Figure 1.1

TABLEAU 1.1

| Métal à usiner S_1 | Outil S_2 | $\ V_p(S_1/S_0)\ $ en m/mn |
|-------------------------|----------------|-------------------------------|
| Laiton (Cu + Zn) | Acier | de 22 à 62 |
| Bronze (Cu + Sn) | Acier | de 19 à 54 |
| Fonte grise | Acier | de 13 à 36 |
| Acier doux | Acier | de 11 à 31 |
| Acier | Carbure | jusqu'à 300 |
| Aluminium | Carbure | jusqu'à 2 000 |

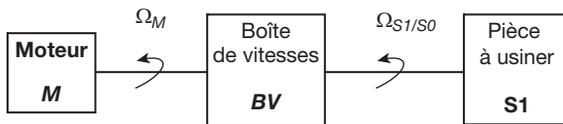


Figure 1.2

Posons $\|\vec{V}_p(S_1/S_0)\| = v$

$$\vec{\Omega}(S_1/S_0) = \omega$$

$$d = 2 \cdot OP.$$

Alors $v = \omega \cdot \frac{d}{2}$

ou $\omega = \frac{2v}{d}$ avec $\omega = \frac{\pi N}{30}$

$$N = \frac{v}{\pi \cdot d}$$

N : fréquence de rotation idéale de S_1 , en tr/min. ;
 v : vitesse de coupe fonction des matériaux, en m/min. ;

d : diamètre de la pièce à usiner S_1 , en m.

Nous nous sommes intéressés ici au calcul de la fréquence de rotation d'une pièce à usiner dont on a vu qu'elle était conditionnée par la vitesse de coupe. De nombreux autres cas existent où seules des considérations d'ordre cinématique interviennent pour ajuster la fréquence de rotation d'un organe à une contrainte fonctionnelle. On peut, par exemple, citer les trois applications suivantes :

- la fréquence de rotation des essuie-glaces, conditionnée par la vitesse de déplacement du véhicule, ou l'importance des précipitations (pluie, neige...);

- la fréquence de rotation des rouleaux entraîneur de tapis roulants sur chaînes de montage, conditionnée par la vitesse linéaire du tapis dont on souhaite qu'elle soit susceptible de permettre aux opérateurs d'exécuter leur tâche dans le temps imparti prévu ;
- la fréquence de rotation du galet entraîneur de fermeture de porte, conditionnée par la nécessité de protéger les usagers franchissant ladite porte (sécurité).

1.1.2 Raison d'ordre énergétique

Toute chaîne cinématique comprend à son départ un moteur délivrant une puissance P_M à une vitesse angulaire ω_M , et en sortie un récepteur consommant, à un instant donné, une puissance P_R pour une vitesse angulaire ω_R (fig. 1.3).

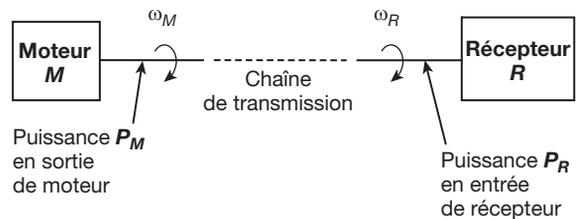


Figure 1.3

a) *Variation du couple moteur C_M et de la puissance motrice P_M en sortie de moteur*

Le couple moteur C_M délivré est donné par la relation :

$$P_M = C_M \cdot \omega_M \text{ soit } C_M = \frac{P_M}{\omega_M}.$$

Remarque

Il est important de noter que pour les moteurs thermiques ou électriques, la puissance motrice P_M et le couple moteur C_M délivrés varient avec la vitesse angulaire de l'arbre moteur, comme le montrent les figures 1.4 et 1.5 relatives à un type de moteur thermique donné.

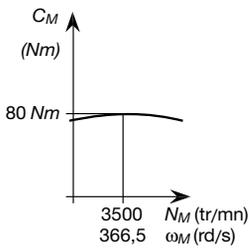


Figure 1.4

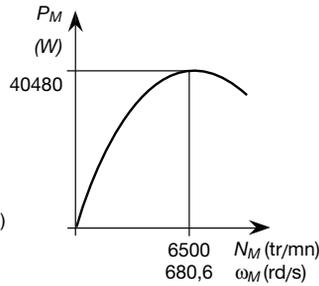


Figure 1.5

Remarquons que les couple et puissance atteignent des valeurs maximales pour des régimes moteur différents.

Un calcul simple montre qu'à $N_M = 3\ 500$ tr/min, la puissance délivrée est (fig. 1.5) :

$$P_M = C_M \cdot \omega_M = 80 \times 366,5 = 29\ 320\ \text{W}$$

alors que la puissance maximum est de 40 480 W.

De même, à $N_M = 6\ 500$ tr/min, le couple délivré est (voir fig. 1.6) :

$$C_M = \frac{P_M}{\omega_M} = \frac{40\ 480}{680,6} = 59,4\ \text{N.m}$$

alors que le couple maximum est de 80 N.m.

b) Nécessité de faire varier la vitesse angulaire du récepteur

Les actions mécaniques et les inerties qui s'opposent à la mise en mouvement du récepteur varient pendant le fonctionnement dans la plupart des transmissions. Elles sont largement développées dans le chapitre 5 de ce présent ouvrage, dans le cas particulier où le récepteur est une roue motrice d'automobile. De natures diverses (déformation des pneumatiques, pente à gravir, etc.), elles peuvent varier avec la vitesse angulaire, donc avec la vitesse linéaire du véhicule. Le couple appliqué à cette roue motrice se doit d'être en mesure d'assurer le déplacement du véhicule en toutes conditions. Aussi doit-il être supérieur au couple résistant. Cela est rendu possible en abaissant la vitesse angulaire de l'arbre de roue : c'est le rôle de la boîte de vitesses.

Poursuivons avec cet exemple en négligeant le rendement global de la transmission, donc en

admettant l'égalité $P_M = P_R$. La possibilité de mouvement de l'automobile est conditionnée par la vérification, à chaque instant, de l'inéquation ci-dessous (fig. 1.6) :

$C_R >$ Couple résistant ;

soit $P/w_R >$ Couple résistant ;

ou encore $C_M (w_M/w_R) >$ Couple résistant ;

Posons $k = w_R/w_M$;

k étant le rapport de transmission entre le moteur M et le récepteur R .

La condition de mouvement de l'automobile s'écrit finalement :

$C_M (1/k) >$ Couple résistant.

Pour un régime moteur donné, et donc pour un couple moteur C_M établi, l'inéquation précédente montre l'intérêt de diminuer le rapport k pour permettre le déplacement de l'automobile en toutes circonstances.

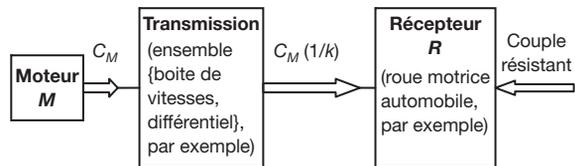


Figure 1.6

1.1.3 Conclusion

Nous venons de montrer, au travers de deux exemples, que le changement de vitesse angulaire dans une transmission de puissance peut obéir à des considérations d'ordre cinématique (usinage d'une pièce) ou énergétique (déplacement du véhicule). Les organes essentiels participant à la réalisation de ce qu'il est convenu d'appeler la boîte de vitesses, sont des engrenages définis dans le tome 1 de cette collection. Les réducteurs et multiplicateurs de vitesses sont des cas particuliers de boîtes de vitesses où un seul rapport est possible. D'une façon générale, les engrenages sont installés dans ces mécanismes, en **trains ordinaires**, ou en **trains épicycloïdaux**. Il convient de définir maintenant chacune de ces deux conceptions d'un point de vue cinématique.

1.2 TRAIN ORDINAIRE

1.2.1 Rapport de transmission

Une boîte de vitesses, un réducteur ou un multiplicateur de vitesses peuvent être considérés comme des mécanismes disposant d'un arbre d'entrée et d'un arbre de sortie. Nous appelons E , l'arbre d'entrée solidaire du moteur, et S , l'arbre de sortie solidaire du récepteur (fig. 1.7).



Figure 1.7

Définition. Dans le cas où les axes d'entrée, ΔE , et de sortie, ΔS , sont parallèles, le rapport de transmission est le suivant :

$$r = \frac{\bar{\omega}_S}{\bar{\omega}_E}$$

$$\text{avec } \vec{\Omega}_E = \bar{\omega}_E \cdot \vec{u}$$

$$\vec{\Omega}_S = \bar{\omega}_S \cdot \vec{u}$$

($\bar{\omega}$: valeur algébrique de ω)

1.2.2 Spécificité d'un train ordinaire

Un train d'engrenages est dit **ordinaire** quand, pendant le fonctionnement, toutes les roues dentées tournent autour d'un axe géométrique définitivement fixe par rapport au carter principal, lui-même lié au bâti 0 de l'installation. La figure 1.8 montre un agencement possible de roues dentées (à denture droite ou hélicoïdale) en train ordinaire.

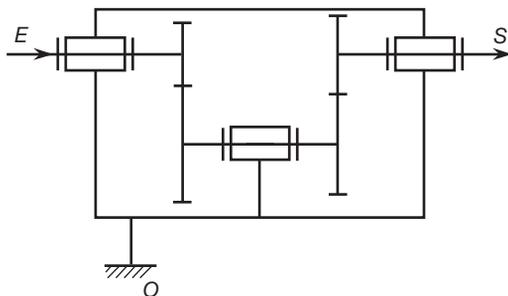


Figure 1.8

Les engrenages utilisés peuvent être à axes parallèles ou non. D'autre part, le type de denture mis en œuvre varie de sorte que la position relative de l'arbre de sortie par rapport à l'arbre d'entrée peut être celle proposée par le tableau 1.2.

TABLEAU 1.2

| Position relative des axes ΔE et ΔS | Type de denture | Configuration |
|--|--|---------------|
| ΔS et ΔE parallèles | Roues cylindriques : – à denture droite ; – à denture hélicoïdale. | |
| ΔS et ΔE perpendiculaires et concourants | Roues cônes : – à denture droite pyramidale ; – à denture oblique pyramidale (hélicoïdale) ; – à denture spirale. | |
| ΔS et ΔE perpendiculaires et non concourants | – Roues et vis sans fin ; – Roues à denture hélicoïdale ; – Engrenages hypoides. | |

1.2.3 Expression du rapport de transmission pour un train ordinaire

Soit le schéma suivant d'une chaîne cinématique à train ordinaire (fig. 1.10) page 6 où A est le point de contact commun aux roues dentées 1 et 2.

Soit le repère $R (O_1, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ défini sur la figure tel que le point A soit sur l'axe (O_1, \vec{y}) . La condition de non glissement en A s'écrit :

$$\vec{V}_A(1/2) = \vec{0}$$

$$\text{soit, avec } \vec{V}_A(1/0) = \vec{V}_A(1/2) + \vec{V}_A(2/0)$$

$$\vec{V}_A(1/0) = \vec{V}_A(2/0)$$

$$\text{ou, en posant : } \vec{\Omega}(1/0) = \bar{\omega}(1/0) \vec{x}$$

$$\text{et } \vec{\Omega}(2/0) = \bar{\omega}(2/0) \vec{x}$$

$$\vec{AO}_1 \wedge \vec{\Omega}(1/0) = \vec{AO}_2 \wedge \vec{\Omega}(2/0)$$

Posons $\vec{AO}_1 = r_1 \vec{y}$ et $\vec{AO}_2 = r_2 \vec{y}$

($r_1 > 0, r_2 > 0$)

Il vient $-r_1 \bar{\omega}(1/0) \vec{z} = r_2 \bar{\omega}(2/0) \vec{z}$

soit
$$\frac{\bar{\omega}(2/0)}{\bar{\omega}(1/0)} = -\frac{r_1}{r_2} \text{ ou } -\frac{d_1}{d_2}$$

($d_1 = 2r_1, d_2 = 2r_2$)

Cette relation montre que les roues **1** et **2** tournent en sens inverse dans le rapport :

$$\frac{r_1}{r_2} \text{ (fig. 1.9).}$$

En faisant la même analyse aux points d'engrènement *B* et *C*, un calcul simple conduit à :

$$r = \frac{\bar{\omega}_S}{\bar{\omega}_E} = (-1)^3 \frac{d_1 \cdot d_3 \cdot d_5}{d_2 \cdot d_4 \cdot d_6}$$

Dans le coefficient $(-1)^3$, **3** correspond au **nombre de contacts extérieurs** (dans cet exemple, les contacts en *A*, *B* et *C* sont extérieurs) (fig. 1.11).

Généralisons le résultat que nous venons d'obtenir à un nombre *n* de roues dentées

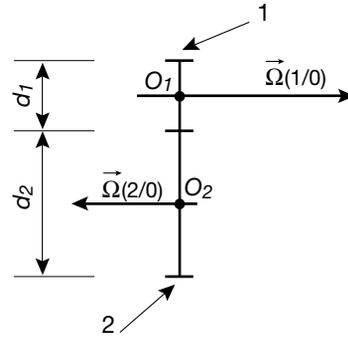


Figure 1.9

(*n* nécessairement pair). La chaîne cinématique est composée de *n/2* roues menantes, et de *n/2* roues menées, sachant que la roue dentée liée à l'arbre d'entrée *E* est qualifiée de «menante» et que la roue dentée liée à l'arbre de sortie *S* est qualifiée de «menée».

Remarque

Dans le cas particulier d'emploi d'une roue dentée intermédiaire (voir § 1.2.4), le nombre *n* est impair.

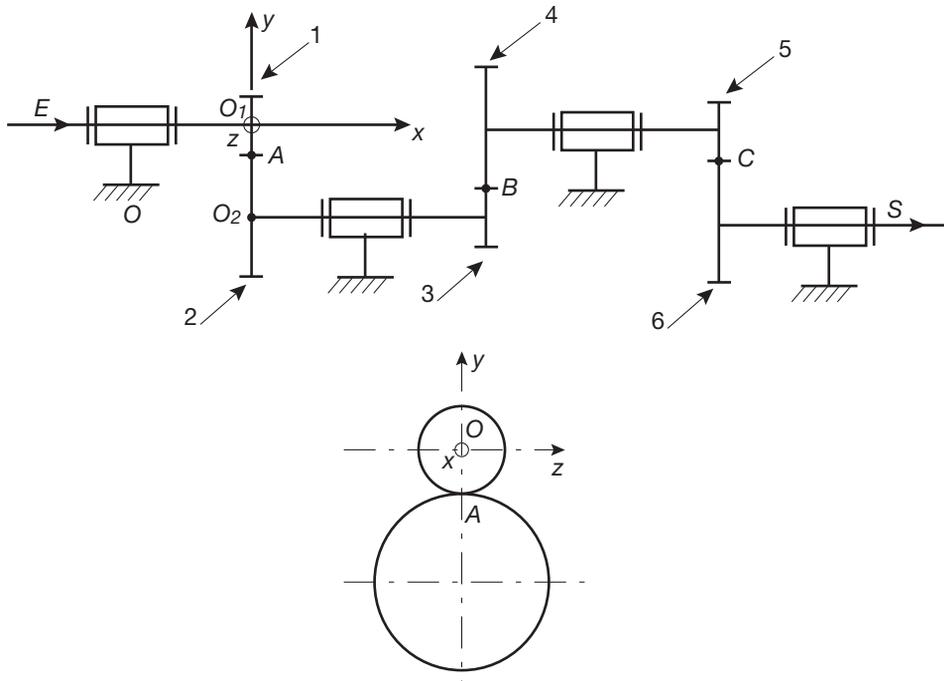


Figure 1.10 CHAÎNE CINÉMATIQUE À TRAIN ORDINAIRE

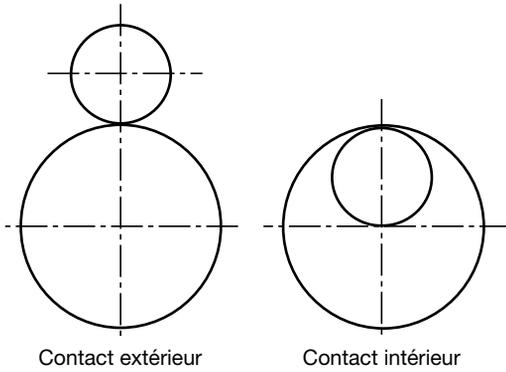


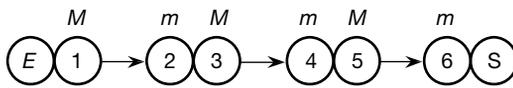
Figure 1.11

Utilisons la représentation symbolique suivante définie dans le tableau 1.3 :

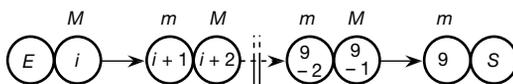
TABEAU 1.3

| Symbolisation | Signification |
|--|--|
| $\begin{matrix} M & m \\ \textcircled{i} & \textcircled{i+1} \end{matrix}$ | Les roues \textcircled{i} et $\textcircled{i+1}$ sont solidaires du même arbre, donc $\omega_i = \omega_{i+1}$ |
| $\begin{matrix} M & m \\ \textcircled{i} \rightarrow & \textcircled{i+1} \end{matrix}$ | La roue \textcircled{i} engrène sur la roue $\textcircled{i+1}$ |
| $\begin{matrix} M & m \\ \textcircled{i} & \textcircled{i+1} \end{matrix}$ | \textcircled{i} roue menante de rang i $\textcircled{i+1}$ roue menée de rang $i+1$ |

Par exemple, la représentation symbolique de la chaîne cinématique de la figure 1.10 serait :



Pour une chaîne cinématique à 9 roues dentées, la représentation symbolique est :



Et le rapport a pour expression :

$$r = (-1)^n \frac{\prod d_M}{\prod d_m} = \frac{\bar{\omega}_S}{\bar{\omega}_E}$$

$\prod d_M$: produit des diamètres primitifs des roues menantes ;

$\prod d_m$: produit des diamètres primitifs des roues menées ;

n : nombre de contacts extérieurs.

Sur une roue dentée, le nombre de dents est proportionnel au diamètre primitif. Le rapport a donc aussi pour expression :

$$r = (-1)^n \frac{\prod Z_M}{\prod Z_m} = \frac{\bar{\omega}_S}{\bar{\omega}_E}$$

Remarque

La représentation symbolique que nous venons de définir prend toute son importance dans les calculs relatifs aux trains épicycloïdaux que nous allons développer (voir § 1.3). Elle offre l'avantage de rendre l'analyse systématique et évite ainsi les erreurs trop souvent commises dans l'utilisation de la formule de Willis.

1.2.4 Remarque concernant l'emploi d'une roue intermédiaire

L'emploi d'une roue dentée intermédiaire change le signe du rapport de transmission d'un train engrenage. En aucun cas, il ne modifie la valeur absolue de ce rapport (fig. 1.12).

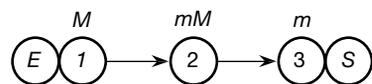
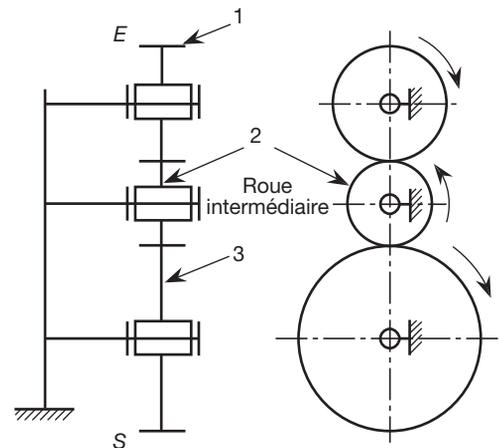


Figure 1.12

$$r = (-1)^2 \frac{d_1 d_2}{d_2 d_3} = \frac{d_1}{d_3}$$

La roue dentée intermédiaire 2 est à la fois menante et menée.

Notons que dans beaucoup de boîtes de vitesses d'automobiles, la première vitesse en marche avant et la marche arrière utilisent les mêmes

roues dentées **1** et **3**. En première, la chaîne cinématique est (fig. 1.13) :

Configuration (a) :

$$\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{3} \text{ et } r = -\frac{d_1}{d_3}.$$

En marche arrière, elle devient :

Configuration (b) :

$$\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2} \rightarrow \textcircled{3} \text{ et } r = +\frac{d_1}{d_3}.$$

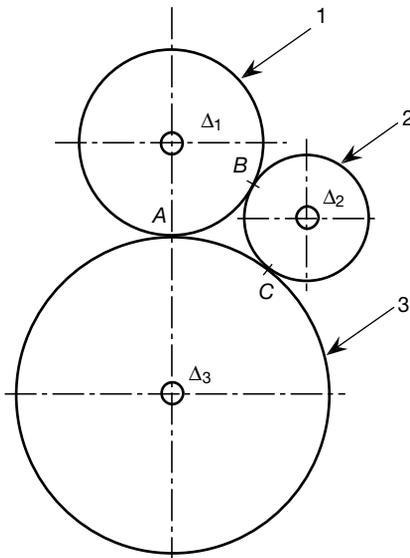


Figure 1.13

Précisons que dans cette application, les axes Δ_1 , Δ_2 et Δ_3 ne sont pas coplanaires. Par ailleurs, les dispositions constructives sont telles qu'elles empêchent toute possibilité de simultanéité des deux configurations (a) et (b) : la translation des roues **2** et **3** suivant leurs axes respectifs Δ_2 et Δ_3 autorise soit les contacts en *B* et *C* (sans le contact en *A*), soit le contact en *A* (sans les contacts en *B* et *C*).

1.2.5 Réalisation imposée par un cahier des charges

Il est difficile, en pratique, de faire rigoureusement coïncider la valeur d'un rapport imposée par un cahier des charges avec celle d'une construction qui doit tenir compte des réalités de la fabrication et des contraintes de fonctionnement liées à la nature même des engrenages.

Rappelons, par exemple, que le rapport r d'un couple d'engrenages est tel que :

$$\frac{1}{7} \leq r \leq 7.$$

D'autre part, le nombre de dents Z de chacune des roues dentées, est limité :

$$12 \leq Z \leq 150$$

Deux cas peuvent se présenter :

- Le rapport r est un nombre entier ;
- Le rapport r est un nombre réel.

Nous développerons les techniques de calcul qui permettent d'approcher un rapport imposé par un cahier des charges.

1.3 TRAIN ÉPICYCLOÏDAL PLAN

1.3.1 Présentation

a) Définition (cas général)

Définition. Un train d'engrenages est qualifié d'épicycloïdal plan quand, pendant le fonctionnement, une ou plusieurs roues dentées tournent autour d'un axe géométrique Δ mobile par rapport au carter principal.

Par ailleurs, cet axe demeure parallèle aux autres roues dentier.

Ce dernier tourne autour d'un axe Δ_0 solidaire de la masse de l'installation. Tous les axes coïncident avec l'axe Δ_0 , sauf l'axe mobile Δ qui lui reste parallèle (fig. 1.14).

La configuration proposée par la figure 1.17 est une conception possible dans le cas général où le carter principal **4** est en rotation autour de l'axe fixe Δ_0 (dans cet exemple, cette rotation provient de l'engrènement avec une roue dentée extérieure **6**). L'engrenage {**2**, **3**} tourne autour de l'axe Δ , lui-même mobile par rapport au carter **4**.

Remarque

Pour des raisons d'équilibrage, l'engrenage {**2**, **3**} est au nombre de trois, chacun tournant respectivement autour des axes Δ_a , Δ_b et Δ_c angulairement décalés de 120° (fig. 1.14). Dans la suite de l'étude, nous ne ferons apparaître qu'un engrenage {**2**, **3**}.

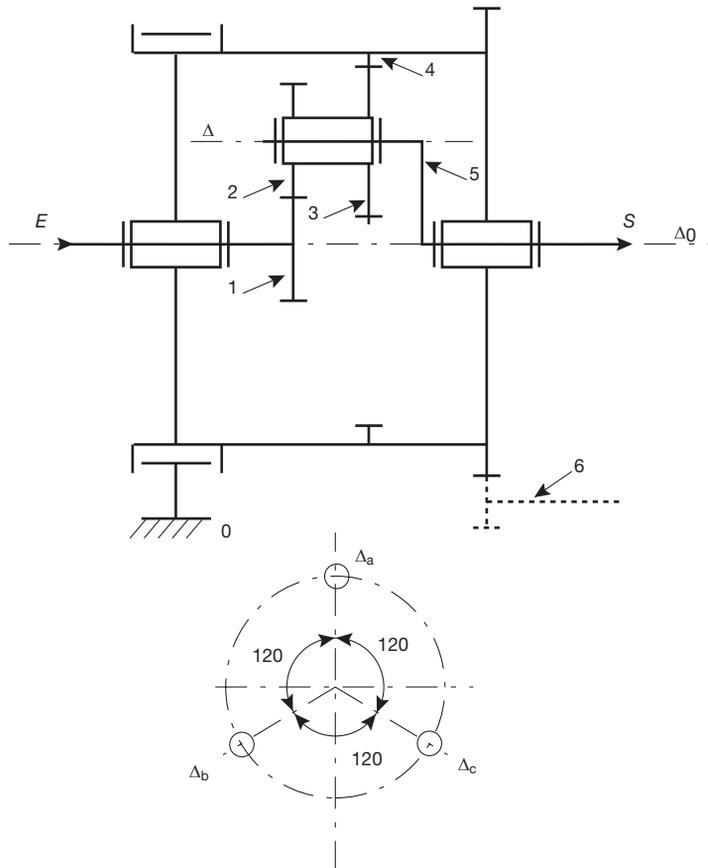


Figure 1.14 TRAIN ÉPICYCLOÏDAL PLAN

b) Cas particulier

Dans un nombre important de réalisations, le carter principal **4** est définitivement lié à la masse de l'installation **0**. Ainsi, le schéma général de la figure 1.14 devient-il celui de la figure 1.15.

c) Terminologie

Pendant le fonctionnement, l'engrenage **{2, 3}** roule sans glisser à l'intérieur de la roue dentée **4** (couronne) dans laquelle il engrène (fig. 1.15). Tout point *M* appartenant à la périphérie de l'engrenage **{2, 3}** décrit dans un repère lié à **0**, une courbe appelée **hypocycloïde**. L'engrènement **3/4** est ici à contact intérieur.

De la même façon, dans l'hypothèse d'un engrènement **3/4** extérieur (fig. 1.16, page 10),

ce point *M* décrit, dans un repère lié à **0**, une courbe appelée **épicycloïde**.

La figure 1.17 montre le tracé d'une hypocycloïde (engrènement **3/4** intérieur) et celui d'une épicycloïde (engrènement **3/4** extérieur). Le qualificatif «épicycloïdal» s'applique à ce type de transmission quelle que soit la configuration retenue (fig. 1.15 ou 1.16).

L'engrenage (ici **{2, 3}**) décrivant la courbe hypocycloïdale ou épicycloïdale porte le nom de **satellite**.

L'élément (ici **5**) portant l'axe Δ autour duquel tourne le satellite, porte le nom de **bras porte-satellite** ou, plus simplement, de bras.

Les autres engrenages (ici **1** et **4**), dont les axes sont fixes par rapport au bâti **0**, portent le nom de **planétaires**.

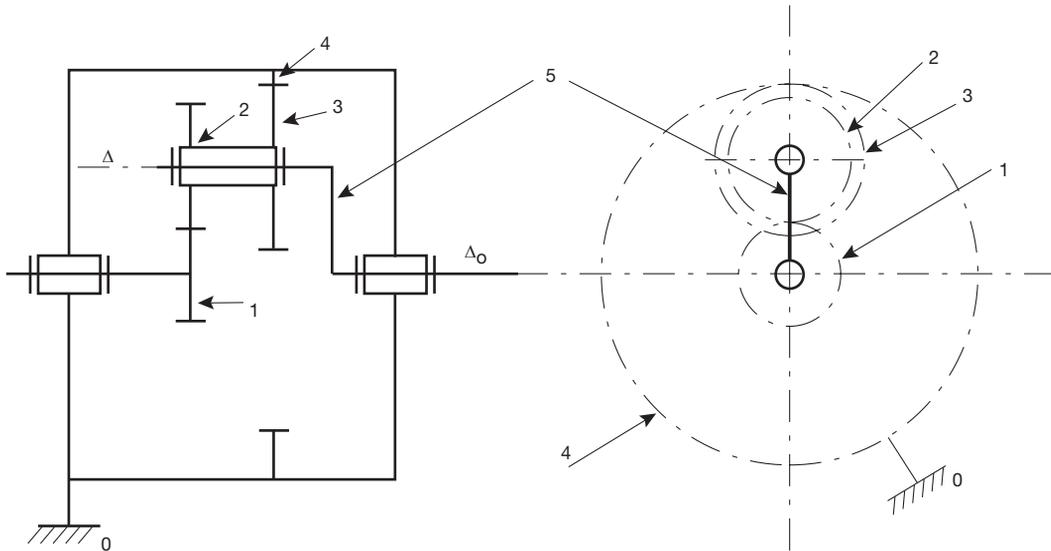


Figure 1.15 TRAIN ÉPICYCLOÏDAL PLAN, COURONNE FIXE

1.3.2 Expression du rapport de transmission

a) Introduction (fig. 1.16)

Soient E et S respectivement les arbres d'entrée et de sortie de la transmission à train épicycloïdal.

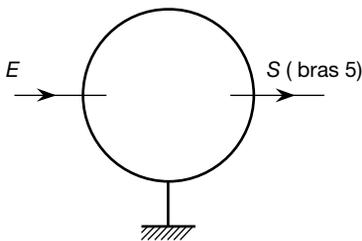


Figure 1.16

Le rapport qu'il importe de connaître, est le rapport de transmission global, que nous nommons r_g , tel que :

$$r_g = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{\omega_{bras}}{\omega_E}$$

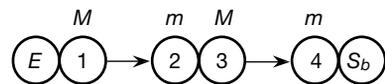
Nous allons voir que ce rapport global ne peut pas être calculé directement. La détermination d'un autre rapport, dit **basique**, que nous nommerons r_b , doit précéder ce calcul.

b) Définition et expression du rapport basique r_b

Les explications qui suivent se rapportent à une transmission dont la configuration est celle de la

figure 1.19. Les calculs que nous allons développer se généralisent et s'appliquent à des configurations différentes.

Soit E l'arbre d'entrée solidaire de la roue dentée **1**, et S l'arbre de sortie constitué par le bras **5**. On appelle rapport basique r_b de la transmission, la rapport correspondant à la chaîne cinématique symbolique suivante :



Cette chaîne cinématique correspond à la transmission transformée en train ordinaire, c'est-à-dire en considérant le bras **5** lié à la masse **0**. Le satellite {**2, 3**} devient alors planétaire. La configuration fictive correspondante est celle de la figure 1.20. La sortie de ce train ordinaire (ici la roue dentée **4**), ou **train basique**, se note S_b .

Le rapport basique s'écrit donc :

$$r_b = (-1)^n \frac{\prod d_M}{\prod d_m} = \frac{\omega_{S_b}}{\omega_E}$$

Dans cet exemple, $n = 1$ (un contact extérieur en A, un contact intérieur en B)

et
$$r_b = -\frac{d_1 \times d_3}{d_2 \times d_4}$$

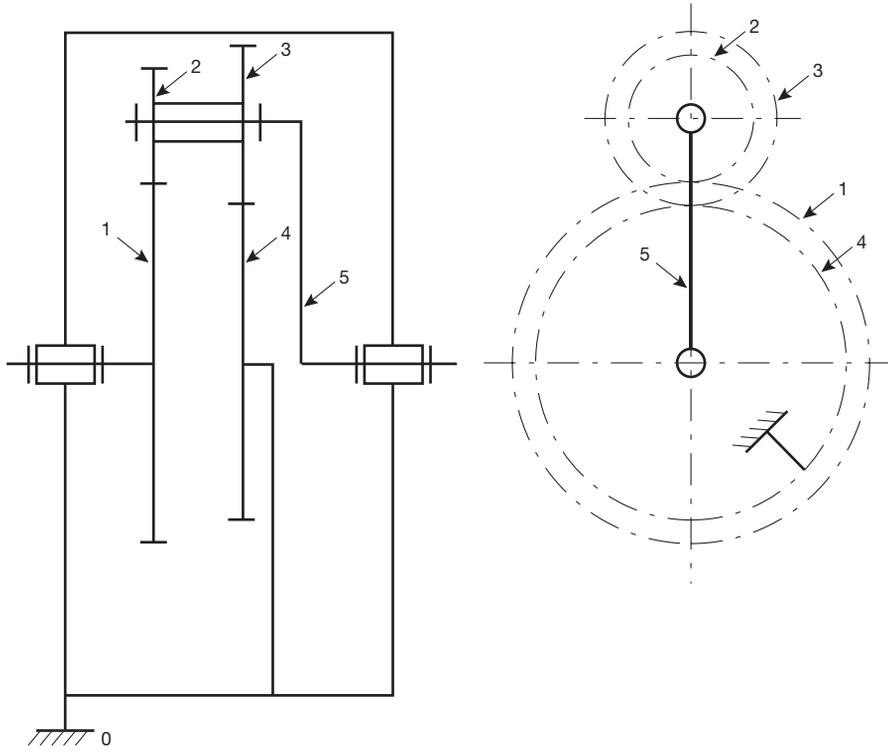


Figure 1.17

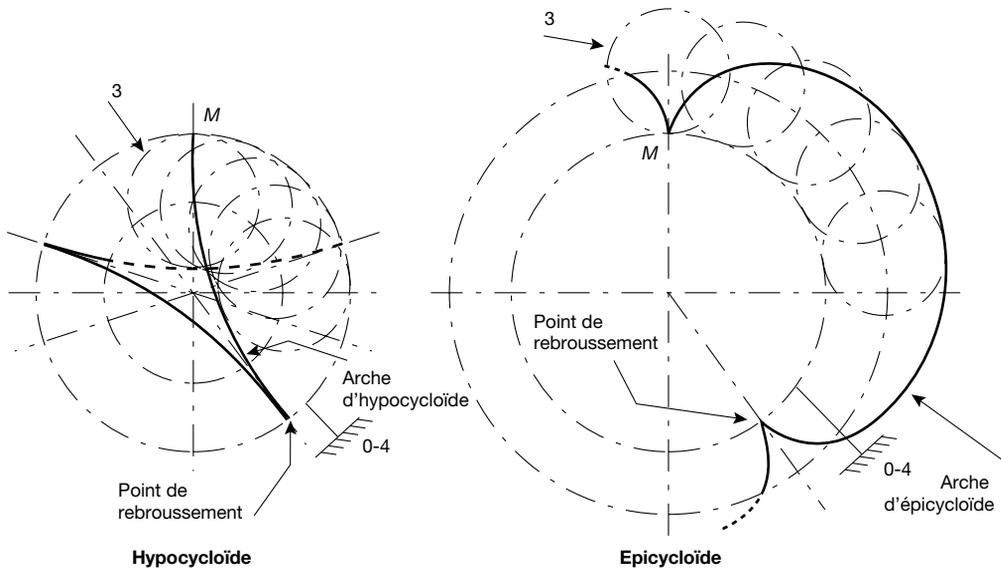


Figure 1.18 TRACÉS D'UNE HYPOCYCLOÏDE ET D'UNE ÉPICYCLOÏDE

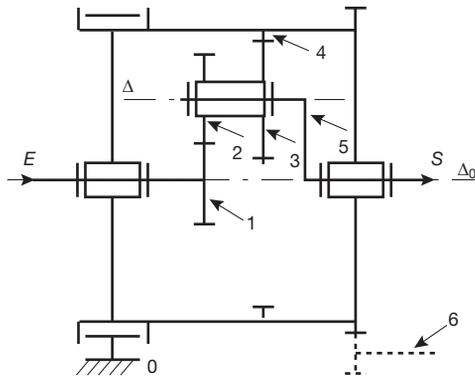


Figure 1.19

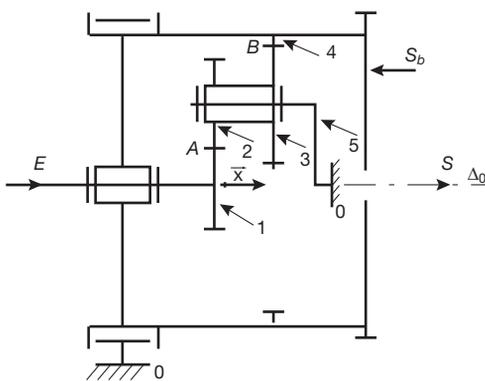


Figure 1.20

Remarquons qu'en considérant un repère fixe lié à l'ensemble $\{0, 5\}$, le rapport basique peut s'exprimer ainsi :

$$r_b = \frac{\omega_{S_b}}{\omega_E} = \frac{\omega_{4/5}}{\omega_{1/5}}$$

Remarque

Cet rapport basique, que nous savons maintenant calculer, permet l'utilisation de la formule de Willis qui, elle, conduit à l'ultime résultat cherché, à avoir

$$r_g = \frac{\omega_S}{\omega_E}$$

c) Formule de Willis

Soit \vec{x} le vecteur unitaire orientant l'axe Δ_0 (fig. 1.20). La vitesse angulaire de chacun des éléments mobiles de la transmission peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{\Omega} = \omega \vec{x}$$

La propriété de composition des vecteurs vitesse angulaire permet d'écrire :

$$\omega_{4/5} = \omega_{4/0} + \omega_{0/5}$$

$$\omega_{1/5} = \omega_{1/0} + \omega_{0/5}$$

soit

$$\omega_{4/5} = \omega_{4/0} - \omega_{5/0}$$

$$\omega_{1/5} = \omega_{1/0} - \omega_{5/0}$$

soit encore
$$\frac{\omega_{4/5}}{\omega_{1/5}} = \frac{\omega_{4/0} - \omega_{5/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{5/0}} \tag{1}$$

Nous savons que le rapport $\frac{\omega_{4/5}}{\omega_{1/5}}$ représente le rapport basique r_b .

Par ailleurs $\omega_{4/0} = \omega_{S_b}$

$$\omega_{5/0} = \omega_{bras}$$

$$\omega_{1/0} = \omega_E$$

La relation (1) peut donc finalement s'écrire :

$$r_b = \frac{\omega_{S_b} - \omega_{bras}}{\omega_E - \omega_{bras}}$$

Cette dernière relation porte le nom de **formule de Willis**. Notons qu'elle ne donne pas explicitement la rapport global de la transmission

$$r_g = \frac{\omega_{bras}}{\omega_E}$$

Il est clair, cependant, que la connaissance du rapport basique r_b , et de la vitesse angulaire ω_{S_b} permettent de la calculer facilement.

Dans le cas particulier où $\omega_{S_b} = 0$ (correspondant à un nombre important de réalisations), la formule de Willis s'écrit :

$$r_b = \frac{-\omega_{bras}}{\omega_E - \omega_{bras}}$$

soit

$$\frac{1}{r_b} = 1 - \frac{\omega_E}{\omega_{bras}}$$

d'où

$$r_g = \frac{\omega_{bras}}{\omega_E} = \frac{r_b}{r_b - 1}$$

1.3.3 Possibilités cinématiques d'un train épicycloïdal plan

a) Formule de Ravignaux

La formule de Willis $r_b = \frac{\omega_{4/0} - \omega_{5/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{5/0}}$ peut s'écrire sous la forme :

$$r_b \omega_{1/0} - \omega_{4/0} + (1 - r_b) \omega_{5/0} = 0$$

Cette dernière relation porte le nom de **formule de Ravignaux**. Elle montre que le train épicycloïdal est un dispositif à deux degrés de liberté, la connaissance de deux vitesses angulaires permettant le calcul de la troisième.

$$f(\omega_{1/0}, \omega_{4/0}, \omega_{5/0}) = 0$$

b) Différents cas possibles

Soit un train épicycloïdal du rapport basique r_b . Il peut être assimilé à un mécanisme à trois arbres **1**, **4** et **5** tournant respectivement aux vitesses angulaires $\omega_{1/0}$, $\omega_{4/0}$ et $\omega_{5/0}$ (fig. 1.22).

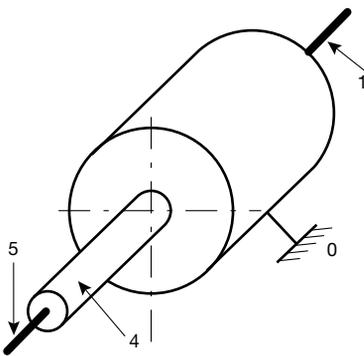


Figure 1.21

En immobilisant successivement chacun de ces trois arbres par rapport au bâti **0**, trois cas peuvent se présenter (fig. 1.22, 1.23, 1.24 et tableau 1.4).

Les courbes de la figure 1.25 donnent une image, pour chacun de ces trois cas, de la variation du rapport global r_g en fonction du rapport basique, soit $r_g = f(r_b)$.

On remarque que dans les trois cas, le mécanisme peut fonctionner en **inverseur**, **réducteur** ou **multiplicateur de vitesse**, selon la valeur du rapport basique r_b , le rapport global r_g de chaque configuration varie ainsi :

$$r_b \rightarrow \pm \infty \Rightarrow r_{g5} \rightarrow \pm \infty$$

$$r_b \rightarrow 0 \Rightarrow r_{g4} \rightarrow \pm \infty$$

$$r_b \rightarrow 1 \Rightarrow r_{g1} \rightarrow \pm \infty$$

c) Avantage cinématique d'un train épicycloïdal plan

Le graphe de la figure 1.25 montre que le rapport global r_g du train épicycloïdal tend vers plus ou moins l'infini quand le rapport basique r_b tend vers des valeurs particulières. Cela signifie qu'il est possible d'obtenir une très grande multiplication (ou démultiplication) de la vitesse angulaire entre l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie du mécanisme, en choisissant convenablement les diamètres primitifs des planétaires. Cette performance cinématique, mise en œuvre par un nombre réduit de roues dentées, est de surcroît atteinte dans un encombrement limité (ce qui n'est pas le cas pour les mécanismes utilisant en cascade des trains ordinaires). Par ailleurs, l'inversion du sens de rotation, entre l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie, ne dépend que du rapport basique. Ajoutons que la colinéarité des axes d'entrée et de sortie présente aussi un intérêt certain dans le cadre d'assemblage de sous-ensembles mécaniques.

TABLEAU 1.4 TROIS AGENCEMENTS POSSIBLES

| | Entrée E sur | Sortie S sur | Rapport global $r_g = \frac{v_S}{v_E}$ | Le train est |
|--------------------|--------------|--------------|--|--------------|
| $\omega_{5/0} = 0$ | 1 | 4 | $r_{g5} = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = r_b$ | ordinaire |
| $\omega_{4/0} = 0$ | 5 | 1 | $r_{g4} = \frac{\omega_{1/0}}{\omega_{5/0}} = \frac{r_b - 1}{r_b}$ | épicycloïdal |
| $\omega_{1/0} = 0$ | 4 | 5 | $r_{g1} = \frac{\omega_{5/0}}{\omega_{4/0}} = \frac{1}{1 - r_b}$ | épicycloïdal |

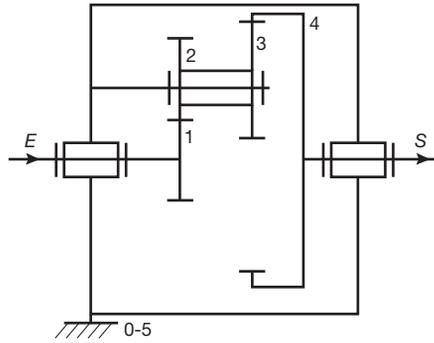


Figure 1.22

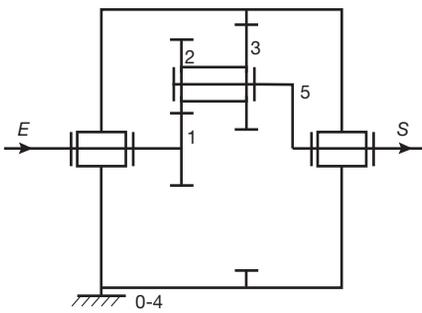


Figure 1.23

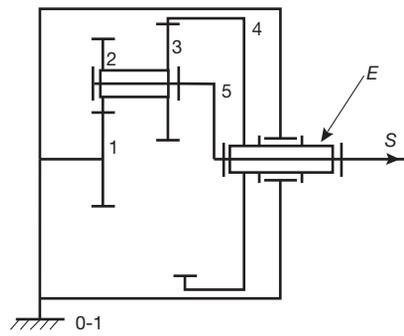


Figure 1.24

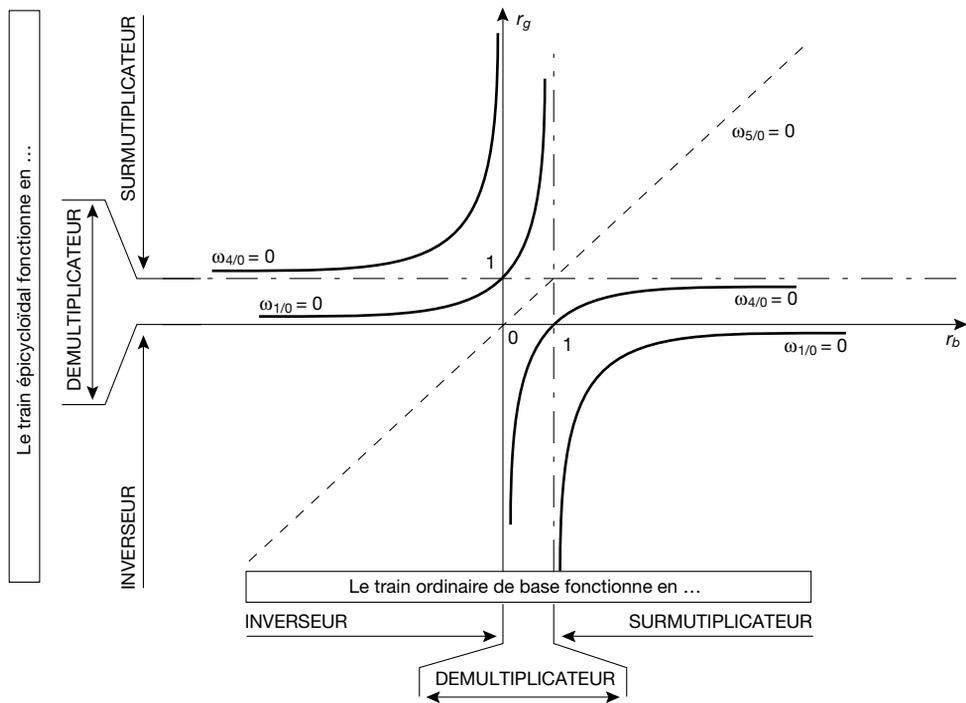


Figure 1.25

1.4 TRAIN ÉPICYCLOÏDAL SPHÉRIQUE

1.4.1 Présentation

a) Définition (cas général)

Définition. Un train épicycloïdal est qualifié de sphérique quand l'axe Δ de l'engrenage satellite n'est pas parallèle à l'axe principal Δ_0 des planétaires de la transmission.

La configuration proposée (fig. 1.27) est une conception possible dans le cas général où les axes Δ_0 et Δ forment un angle α quelconque. Ce train épicycloïdal sphérique peut être, comme le train épicycloïdal plan, assimilé à un mécanisme à trois arbres **1**, **3** et **4** tournant respectivement aux vitesses angulaires $\omega_{1/0}$, $\omega_{3/0}$ et $\omega_{4/0}$ de telle sorte qu'il existe une relation de type :

$$g(\omega_{1/0}, \omega_{3/0}, \omega_{4/0}) = 0.$$

b) Cas particulier : le différentiel

Quand les axes Δ et Δ_0 sont perpendiculaires, le train épicycloïdal sphérique porte le nom de **différentiel** (fig. 1.28).

Le différentiel est le mécanisme qui, sur un véhicule automobile, permet aux roues motrices de tourner à des vitesses angulaires différentes. Cette différence de vitesses angulaires est rendue nécessaire pour les raisons suivantes :

- lors d'un virage, la vitesse angulaire de la roue située à l'intérieur de la courbe est nécessairement inférieure à celle de la roue située à l'extérieur de la courbe.
- en ligne droite, une égalité rigoureuse des vitesses angulaires impose une parfaite égalité des diamètres des roues. Cette condition n'est pas réalisable avec des pneumatiques compte tenu de leur déformation et usure.

Pour un véhicule automobile dont les roues motrices sont situées à l'arrière, les positions relatives moteur/embrayage/boîte de vitesses/différentiel/roues motrices, sont celles de la figure 1.26.

En réalité, l'architecture du différentiel est celle de la figure 1.29, où la mise en rotation du bras

4 est assurée par un couple cône (ou engrenage hypoïde, ou système roue et vis sans fin), ce qui permet l'orthogonalité (arbre de transmission **5**/arbres de roues **1**, **3**).

D'autre part, pour des raisons d'équilibrage dynamique, un deuxième satellite **2'** est installé sur l'axe Δ . Il est le symétrique du satellite **2** par rapport à l'axe Δ_0 (il n'a évidemment aucune incidence d'ordre cinématique).

Remarque

L'élément **4** porte le nom de boîtier de différentiel.

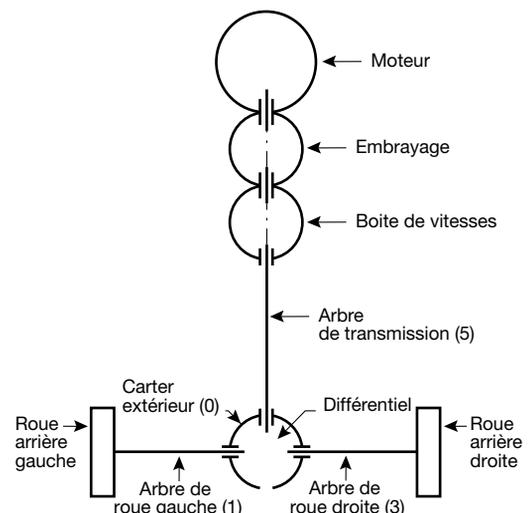


Figure 1.26

1.4.2 Calcul du rapport global pour un différentiel

Les explications qui font l'objet des paragraphes 1.3.2.b. et 1.3.2.c. à propos des trains épicycloïdaux plans restent vraies. Seule change l'expression du rapport basique r_b qui s'écrit, pour un différentiel :

$$r_b = -1.$$

En effet, la chaîne cinématique symbolique associée au train ordinaire (ou train basique) est celle de la figure 1.30.

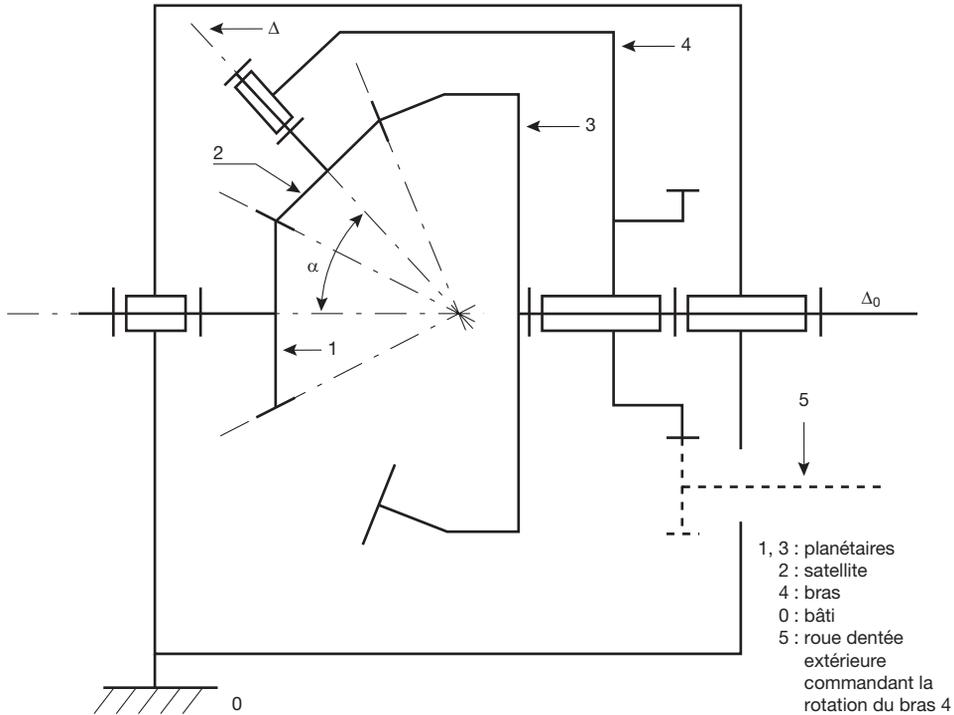


Figure 1.27 TRAIN ÉPICYCLOÏDAL SPHÉRIQUE

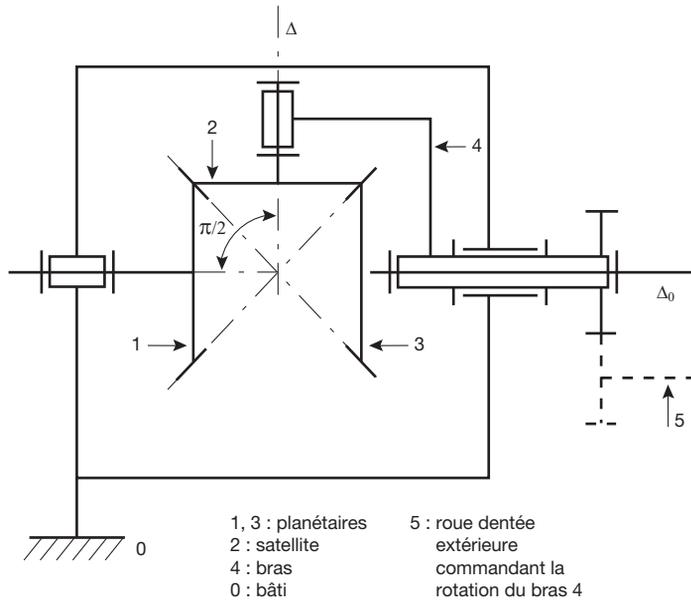


Figure 1.28

Remarque

Rappelons que la chaîne cinématique basique est celle qui correspond à une configuration fictive de la transmission où le bras 4 est lié au bâti 0.

Dans la relation $r_b = (-1)^n \frac{\Pi d_M}{\Pi d_m}$, le coeffi-

cient $(-1)^n$ n'a pas de sens pour un train épicycloïdal sphérique.

Il est évident que l'entrée E et la sortie du train ordinaire basique S_b tournent en sens inverse.