TD

PIERRE MÉDAN

MICRO ÉCONOMIE

- QCM et exercices corrigés
- 16 sujets d'examen corrigés
- Avec rappels de cours

6e ÉDITION

DUNOD

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.
Le Code de la propriété intellectuelle du 1er juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.
Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).

© Dunod, 2020

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-078881-1

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

TD Sommaire

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

Avant-propos

La microéconomie est fréquemment perçue par les étudiants comme un domaine d'études théoriques et abstraites. Cette vision est à la fois exacte et fausse. Exacte car **la microéconomie s'appuie sur une modélisation rigoureuse**, qui semble parfois éloignée de la réalité, surtout en premier cycle, lorsque les hypothèses posées sont volontairement simplificatrices. Cet élément, qui pourrait paraître comme un défaut, est en réalité une **force**, car ainsi, la microéconomie permet de résoudre un très grand nombre de problèmes.

Mais la microéconomie peut aussi s'avérer très concrète. En effet, la fixation du prix de nombreux biens et services (barils de pétrole, billets d'avion, communications téléphoniques, etc.), la détermination des primes d'assurance, le calcul des impôts, ou encore la réalisation de multiples études donnant lieu ou non à des réglementations (environnement, concentration industrielle, etc.) ont pour fondements des raisonnements microéconomiques. Mais comme dans tout domaine, il n'est pas possible de commencer par le plus difficile !

La microéconomie n'étant pas enseignée dans le secondaire, il revient à la première année de Licence de poser les bases de ce vaste domaine d'études. **Le plan adopté par cet ouvrage est classique et couvre la totalité du programme « officiel » d'un premier cycle de sciences économiques.** Outre ce public habituel, ce manuel pourra aussi être utilisé avec profit par les élèves des écoles de commerce et de gestion, par les étudiants de Licences MASS, MIASHS et AES, ainsi que par les étudiants d'IEP.

Tous les chapitres sont conçus sur le même principe et se divisent en cinq sections :

– « ***L'essentiel du cours*** » est un rappel des éléments indispensables à connaître sur le thème abordé ; avant de passer à la suite du chapitre, il est essentiel de se demander si chaque point du cours est compris.

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

– La rubrique « ***QCM*** » est une série de questions à choix multiples qui permettra de vérifier si le cours est parfaitement assimilé ou si quelques réflexions complémentaires s'imposent.

– Les exercices de « ***Réflexion*** » approfondissent le questionnement à l'aide d'interrogations d'un niveau de difficulté généralement supérieur aux QCM.

– Les exercices d'« ***Entraînement*** » sont des problèmes de synthèse qui font appel à la totalité des connaissances. Souvent composés de plusieurs parties, indépendantes ou non, ils nécessitent une attention particulière. La difficulté de l'exercice est indiquée lors de l'énoncé par une étoile (difficile) ou deux étoiles (plus difficile).

– Les « ***Solutions*** ». Seule l'honnêteté intellectuelle permettra de tirer le meilleur parti des corrections détaillées qui insistent sur le raisonnement et la méthode.

La **force** de cette collection « Travaux dirigés » est de proposer un livre dans lequel **les questions et exercices sont présentés et corrigés avec un souci constant de pédagogie et de préparation aux examens.** Outre le recours quasi systématique à **l'analyse graphique**, la pédagogie s'exprime par les « petites » questions pour vérifier les acquisitions, par **l'analyse des énoncés et les conseils** donnés pour mettre sur la voie, par des **corrections détaillées** et par un **niveau de difficulté croissant** au fur et à mesure de la progression dans chaque chapitre. Cet ouvrage ne fournit pas des « recettes de cuisine », mais encourage l'analyse, la rigueur et la réflexion. Un programme de Licence 1 entièrement couvert et **des sujets d'examen récents intégralement reproduits et corrigés** font aussi de ce livre un outil parfaitement adapté à la préparation des contrôles de connaissances.

Bon travail !

TD 1 La théorie des choix

L'ESSENTIEL

Nous sommes tous des consommateurs. Nous avons tous des préférences. Nous devons donc tous effectuer des choix. Le choix d'acheter tel livre plutôt que tel autre, le choix d'acquérir moins de biens aujourd'hui mais d'épargner plus pour en acquérir davantage demain, ou encore, le choix de travailler beaucoup (ce qui donne la possibilité de disposer de nombreux biens) ou de travailler moins.

Comment les consommateurs effectuent-ils leurs choix ? Trois éléments sont essentiels pour répondre à cette question, qui est à la base de la théorie microéconomique. La consommation d'un bien crée plus ou moins de satisfaction. Les biens sont rarement gratuits et les ressources dont disposent les consommateurs rarement inépuisables. L'objectif du consommateur rationnel consiste alors à tenter de maximiser sa satisfaction, tout en respectant les contraintes qui pèsent sur lui.

1 La théorie de l'utilité cardinale

On supposera que les consommateurs sont capables de mesurer, de chiffrer, la satisfaction liée à la consommation d'une quantité déterminée d'un bien ou d'un panier de plusieurs biens.

1.1 L'utilité marginale

L'utilité marginale d'une consommation est définie comme l'utilité de la dernière unité de bien consommée. Selon une hypothèse classique, l'utilité marginale finit toujours par être décroissante. Ainsi, le supplément d'utilité fourni par des unités croissantes d'un bien va en diminuant jusqu'à devenir nul au point de satiété. Il s'agit de la première loi de Gossen. Cette « loi » est purement empirique et ne repose que sur le bon sens.

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

1.2 L'utilité totale

L'utilité d'un bien est définie par son aptitude à satisfaire des besoins. L'utilité totale est la somme des utilités marginales. L'utilité totale croît à taux décroissant (si on accepte la décroissance de l'utilité marginale) et atteint son maximum au point de satiété ; au-delà, l'utilité totale diminue puisque l'utilité marginale devient négative.

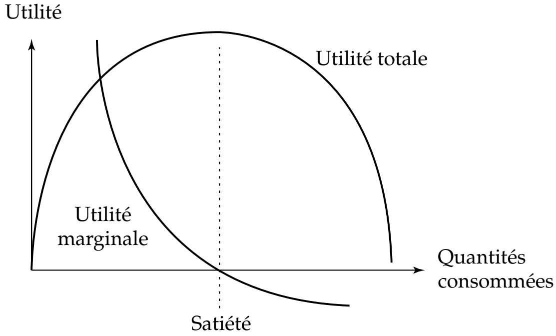

Figure 1.1

1.3 Formulation mathématique de l'utilité

L'utilité marginale s'écrit :

– dans le cas discret : $$U_m = \frac{\Delta U_t}{\Delta x}$$

– dans le cas continu : $$U_m = U_t' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta U_t}{\Delta x} = \frac{\partial U_t}{\partial x}$$

Supposons que l'utilité totale, pour le consommateur, dépende de la consommation de deux biens X et Y, le raisonnement pouvant se généraliser à *n* biens. Alors la fonction d'utilité sera une fonction de deux variables :

$$U_t(x, y)$$

Le calcul de l'utilité marginale du bien X passe par le calcul de la dérivée partielle de U_t par rapport à la variable x. En effet, la dérivée partielle mesure l'influence d'une très petite variation de la variable x sur la fonction U_t, sachant que la variable y est considérée comme une constante. Dans ce cas, l'utilité marginale s'écrit :

$$U_m^x = U_t'(x, y) = \frac{\partial U_t(x, y)}{\partial x}$$

Supposons que le consommateur fasse varier à la fois les quantités de biens X et de biens Y par rapport à une structure de consommation initiale. La variation de l'utilité totale résultant de ces modifications s'écrit :

$$dU_t = \frac{\partial U_t}{\partial x} dx + \frac{\partial U_t}{\partial y} dy$$

2 Théorie de l'utilité ordinale

2.1 L'étude des préférences des consommateurs

Soient trois paniers A, B et C composés de n biens dans des quantités variables. Soit la relation binaire notée $\geqslant$ où A $\geqslant$ B signifie que le panier A « **est préféré ou indifférent** » au panier B.

Cette relation vérifie deux conditions :

1) la relation est réflexive : tout panier est préféré ou indifférent à lui-même (A $\geqslant$ A) ;

2) la relation est transitive : si le consommateur estime que A $\geqslant$ B et B $\geqslant$ C alors : A $\geqslant$ C.

Ces deux conditions, qualifiées parfois d'axiomes, définissent « le préordre des préférences du consommateur ». De plus, on dira qu'il s'agit d'un « préordre complet » dans la mesure où la condition n° 3 est satisfaite :

3) la relation est dite « complète » car pour tout couple de paniers, on a soit A $\geqslant$ B soit B $\geqslant$ A.

La théorie ordinale de l'utilité fait donc l'hypothèse que les préférences du consommateur correspondent à un tel préordre complet. À cette relation de préordre complet, on peut associer une relation d'équivalence notée ~ et définie par : A ~ B si et seulement si A $\geqslant$ B et B $\geqslant$ A.

Le lien avec la fonction d'utilité est immédiat :

– si A est préféré ou indifférent à B alors $U_t(A)$ est supérieure ou égale à $U_t(B)$

– si A est équivalent à B alors $U_t(A)$ est égale à $U_t(B)$

Il existe une dernière condition importante à connaître : il s'agit de l'hypothèse de « non-satiété » ou encore appelée « hypothèse de non-saturation » :

4) soients X et Y deux vecteurs de consommation, c'est-à-dire :

$$X = \left(x_1, x_2, \dots, x_n\right) \qquad Y = \left(y_1, y_2, \dots, y_n\right)$$

où x_i et y_i représentent les quantités du bien n°i. Si ces vecteurs sont tels que $y_i \geqslant x_i$ pour tout bien i, sauf au moins pour un bien, pour lequel on aura $y_i > x_i$, alors on dira que Y est préféré à X. On dit qu'il y a non-saturation des préférences.

L'axiomatique des préférences que nous venons de rappeler permet d'élaborer une théorie ordinale de l'utilité, fondée pour l'essentiel sur la notion de courbe d'indifférence ou courbe d'iso-utilité.

COURS

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

2.2 Les courbes d'indifférence

La fonction d'utilité ordinale associe un indicateur de satisfaction aux diverses quantités de biens consommés par l'individu rationnel. D'un point de vue graphique, il vaut mieux se limiter à la prise en compte de deux biens X et Y. Ainsi, on peut poser que :

$$U = f(x, y)$$

Graphiquement, ce type de fonction doit être représenté dans un espace à trois dimensions. Cependant, afin de simplifier l'analyse, on se ramène souvent à une présentation classique dans l'espace à deux dimensions.

En effet, un niveau donné d'utilité, noté U_0, peut être atteint grâce à différentes combinaisons des deux biens X et Y :

$$U_0 = f\left(x, y\right)$$

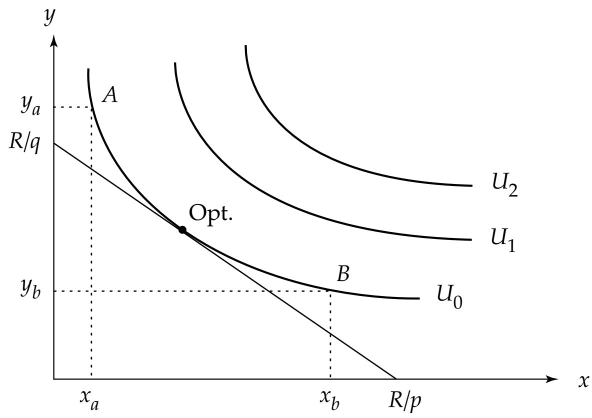

Figure 1.2

Puisque la fonction est continue, cette égalité peut être satisfaite par un nombre infini de paniers de biens. Ainsi, on appelle « **courbe d'indifférence** » (ou « **courbe d'iso-utilité** ») le lieu géométrique de toutes les combinaisons de biens qui procurent un même niveau d'utilité.

Les deux paniers A et B sont donc équivalents ; on peut écrire :

$$(x_a, y_a) \sim (x_b, y_b)$$

L'utilité augmente au fur et à mesure que l'on se déplace vers le haut et la droite : c'est la conséquence de l'hypothèse de non-saturation des préférences. Sans changer les quantités consommées de biens Y, si un individu rationnel consomme davantage de biens X, alors sa satisfaction augmente et il se situe sur une autre courbe d'indifférence, plus haute, par exemple U_1 ou U_2. Pour une fonction d'utilité, l'ensemble des courbes d'indifférence constitue la « **carte d'indifférence** » du consommateur.

2.3 Le taux marginal de substitution ou TMS

Dans le cas de deux biens X et Y, le TMS du bien Y au bien X est égal à la quantité additionnelle de biens Y dont le consommateur doit disposer pour compenser la réduction d'une unité de la consommation de biens X, à utilité inchangée.

Autrement dit, le TMS correspond au rapport entre la variation de consommation du bien porté en ordonnées et la variation induite de consommation du bien porté en abscisses, à satisfaction constante ; le TMS est aussi égal au rapport des utilités marginales des deux biens :

$$\text{TMS} = -\frac{dy}{dx} \qquad \text{ou} \qquad \text{TMS} = \frac{\dfrac{\partial U_t}{\partial x}}{\dfrac{\partial U_t}{\partial y}} = \frac{U_m^x}{U_m^y}$$

3 L'équilibre du consommateur

3.1 Approche algébrique

Supposons que le consommateur dispose d'un revenu R qu'il répartit en achats de biens X et Y selon des quantités x et y. Le prix unitaire du bien X est noté p et le prix unitaire du bien Y est noté q. Le consommateur rationnel est conduit à résoudre le problème suivant :

Maximiser : $U_t = f(x, y)$

sous la contrainte : $R = xp + yq$

Formons le Lagrangien :

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = U_t + \lambda \cdot [R - xp - yq]$$

Conditions du 1er ordre :

$$\begin{cases} \mathcal{L}'_x(x, y, \lambda) = 0 \\ \mathcal{L}'_y(x, y, \lambda) = 0 \\ \mathcal{L}'_\lambda(x, y, \lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial U_t}{\partial x} - \lambda p = 0 \\ \dfrac{\partial U_t}{\partial y} - \lambda q = 0 \\ R - xp - yq = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{1}{p}\dfrac{\partial U_t}{\partial x} \\ \lambda = \dfrac{1}{q}\dfrac{\partial U_t}{\partial y} \\ R - xp - yq = 0 \end{cases}$$

Les deux premières équations fournissent l'égalité fondamentale suivante :

$$\frac{1}{p}\frac{\partial U_t}{\partial x} = \frac{1}{q}\frac{\partial U_t}{\partial y} \Leftrightarrow \frac{\dfrac{\partial U_t}{\partial x}}{p} = \frac{\dfrac{\partial U_t}{\partial y}}{q} \Leftrightarrow \frac{U_m^x}{p} = \frac{U_m^y}{q} \Leftrightarrow \frac{U_m^x}{U_m^y} = \frac{p}{q}$$

Ainsi, le consommateur atteint l'optimum lorsque :

– les utilités marginales pondérées par les prix sont égales ;

– ou lorsque le rapport des utilités marginales est égal au rapport des prix.

Ce résultat important est parfois appelé « seconde loi de Gossen ».

COURS

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

3.2 Approche graphique (*cf.* Figure 1.2)

Afin de représenter la contrainte de budget sur le graphique où figure la carte d'indifférence du consommateur, il est nécessaire de déterminer les courbes de niveau associées à cette contrainte :

$$y = -\frac{p}{q}x + \frac{R_0}{q}$$

Ces courbes de niveau sont appelées « **droites de budget** ». Il y a autant de droites de budget que de valeurs R_0. Toutes ces droites sont parallèles puisque le coefficient directeur est constant.

Le choix optimal du consommateur consiste donc à trouver un panier de biens respectant la contrainte et situé sur la courbe d'indifférence. On constate que la seule position optimale (encore appelée « **équilibre** ») est celle où la droite de budget **est tangente** à une courbe d'indifférence. Tant qu'une courbe d'indifférence coupe une droite de budget en **deux** points, cela signifie que l'on peut encore trouver une courbe d'indifférence « plus haute », ayant un point commun avec la contrainte budgétaire et permettant d'accroître la satisfaction de l'agent.

Q.C.M

	Vrai	Faux
1. L'individualisme méthodologique est une forme de pensée qui :		
a) fournit une méthode d'analyse des choix politiques.	○	○
b) considère que l'individu est la seule source de richesse.	○	○
c) cherche à expliquer les phénomènes sociaux à partir des comportements individuels.	○	○
2. Un homme déclare que face à deux femmes, il préfère toujours la plus belle et la plus intelligente ; cette relation de préférence est :		
a) transitive.	○	○
b) complète.	○	○

3. Considérons une promotion d'étudiants de première année et la relation « strictement plus âgé que » ; cette relation de préférence est :

	Vrai	Faux
a) transitive.	○	○
b) réflexive.	○	○
c) complète.	○	○

4. Selon les tenants de la théorie cardinale, l'utilité marginale d'un bien est :

a) toujours décroissante.	○	○
b) généralement décroissante.	○	○
c) souvent croissante, puis décroissante.	○	○

5. Au sens fort, l'hypothèse de non-saturation signifie :

a) qu'une quantité additionnelle de tout bien procure toujours au consommateur une satisfaction additionnelle, quel que soit le stock du bien considéré détenu.	○	○
b) qu'une quantité additionnelle d'un bien peut procurer au consommateur une satisfaction additionnelle nulle, lorsque ce bien est détenu en grande quantité.	○	○

6. Le TMS entre un billet de 100 euros et un billet de 200 euros est égal à :

a) 2.	○	○
b) 0,5.	○	○
c) 100.	○	○

7. Soit la fonction d'utilité suivante : $U(x, y) = x^{\alpha} \cdot y^{\beta}$

avec $\alpha > 0 \quad \beta > 0 \quad x \geqslant 0 \quad y \geqslant 0$

Le TMS est égal à :

a) $\dfrac{\beta y}{\alpha x}$.	○	○
b) $\dfrac{\alpha y}{\beta x}$.	○	○

8. Sur la fonction d'utilité précédente, le TMS est :

a) constant.	○	○
b) décroissant.	○	○
c) croissant.	○	○

9. Maxime aime regarder des DVD et écouter des CD, et en retire de la satisfaction. Pour maximiser sa satisfaction, Maxime pense que :

EXERCICES

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

	Vrai	Faux
a) l'utilité marginale des CD doit être égale à celle des DVD.	○	○
b) le prix des CD multiplié par leur utilité marginale doit être égal au prix des DVD multiplié par leur utilité marginale.	○	○
c) le rapport de l'utilité marginale des DVD au prix de ce bien doit être égal au rapport de l'utilité marginale des CD au prix de ce bien.	○	○

10. L'expression « *ceteris paribus* » est utilisée lorsque l'on étudie l'influence :

a) de plusieurs facteurs, en décidant d'en laisser un seul à son niveau initial.	○	○
b) de plusieurs facteurs, en décidant d'en laisser quelques-uns à leur niveau initial.	○	○
c) d'un seul facteur, en décidant de laisser tous les autres à leur niveau initial.	○	○

RÉFLEXION

11. Déduire de la courbe ci-contre la forme de la courbe représentant l'utilité marginale.

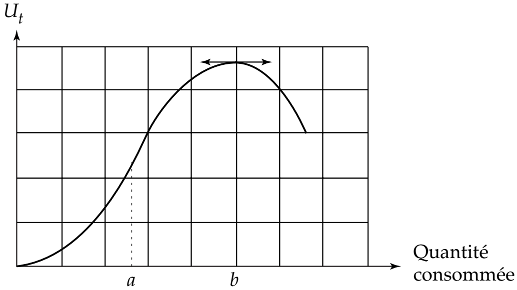

Figure 1.3

12. Déterminer si les fonctions d'utilité suivantes vérifient l'hypothèse de non-saturation :

a) $U(x,y) = xy^2 + x^2y$

b) $V(x,y) = \ln x + y$

13. Démontrer à l'aide d'un graphique que deux courbes d'indifférence ne peuvent pas se couper.

14*. Les courbes d'indifférence associées à la fonction d'utilité $U(x,y) = 2(x^2 + y^2)$ sont-elles concaves ou convexes ?

ENTRAÎNEMENT

Les exercices qui suivent illustrent certains points de cours. Le premier fournit une application de la théorie cardinale de l'utilité. Le second s'intéresse particulièrement aux droites de budget du consommateur. Le dernier correspond à un exercice de synthèse sur la théorie ordinale.

15. Claire consomme chaque jour des biens X et Y, dont les prix unitaires sont respectivement de 20 et 25 euros. Elle dispose d'un revenu quotidien de 250 euros qu'elle dépense entièrement. Vous disposez de plus des informations suivantes concernant l'utilité marginale de Claire :

Quantité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U_mX	120	100	90	85	80	75	70	65	60	55	40	20
U_mY	160	140	130	120	110	100	90	80	70	60	50	40

a) Indiquer la contrainte budgétaire de Claire.

b) Écrire la condition d'équilibre et la justifier.

c) En déduire les quantités optimales.

d) En supposant que le bien Y représente l'épargne de Claire, cela affecte-t-il ses choix antérieurs ?

Analyse de l'énoncé et conseils. Cet exercice est relativement facile. Il est cependant nécessaire de bien avoir compris la signification de la condition d'équilibre (c'est-à-dire la seconde loi de Gossen). Contrairement à une démarche algébrique classique, il faudra ici procéder par tâtonnement.

16*. Marc dispose mensuellement d'un revenu R_0 qu'il dépense pour acheter des biens X et Y (respectivement : en quantités x et y, et aux prix P_0 et Q_0).

Partie A. Évolution de la droite de budget

À partir de la situation initiale décrite ci-dessus, à quelle(s) condition(s) a-t-on :

a) uniquement un accroissement du revenu réel de Marc ?

b) uniquement un accroissement du revenu nominal de Marc ?

c) un accroissement du revenu nominal et un accroissement du revenu réel de Marc ?

EXERCICES

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

Dans chaque cas, indiquer la position de la droite de budget finale par rapport à la droite initiale.

Partie B. Droite de budget, rationnement et taxation

À cause d'une décision du parlement européen qui doit s'appliquer en France, Marc ne peut pas consommer mensuellement plus de x_m biens X.

a) Représenter la droite de budget de Marc reflétant le rationnement sur la consommation de biens X.

b) Est-il possible que cette décision du parlement européen ne concerne pas Marc ?

Pour éviter un rationnement trop brutal, il a été décidé, qu'au-delà de x_m, le consommateur devrait payer une taxe d'un montant t sur les unités supplémentaires.

c) En imaginant que Marc est effectivement rationné sur le bien X, représenter la droite de budget de Marc et calculer l'abscisse à l'origine de cette droite.

Partie C. Courbes d'indifférence et maximisation de la satisfaction

La fonction d'utilité de Marc est la suivante :

$$U(x, y) = x + y$$

De plus : $R_0 = 100 \quad P_0 = 20 \quad Q_0 = 25$

a) Calculer le TMS et conclure sur la nature des biens X et Y.

b) Dans l'hypothèse où il n'y a ni rationnement, ni taxation, déterminer graphiquement le panier optimal et la valeur de l'utilité associée.

c) Sachant maintenant que $x_m = 2$ et $t = 5$, déterminer le nouveau panier optimal.

d) Sous quelle(s) condition(s) la taxation n'a-t-elle pas d'influence sur la satisfaction de Marc ?

Analyse de l'énoncé et conseils. L'objectif est de bien comprendre le « fonctionnement » de la contrainte budgétaire qui pèse sur la plupart des consommateurs. À travers les notions de rationnement et de taxation, vous constaterez que des éléments théoriques de base peuvent être enrichis afin de mieux coller à la réalité.

Il est nécessaire, pour la partie A, de clairement définir les notions de « revenu nominal » et « revenu réel ». Il sera aussi avantageux de s'aider de graphiques. Pour la partie B, question c), il faut comprendre que cette question n'a d'intérêt que si la décision du parlement européen concerne effectivement Marc. Il ne faut donc pas se placer dans le cadre de la réponse faite à la question b). La partie C s'intéresse à des courbes d'indifférence particulières. À titre personnel, vous pouvez reprendre les questions en considérant une fonction d'utilité plus « classique », par exemple de la forme : $U(x, y) = xy$.

17*. Claire possède la fonction d'utilité suivante :

$$U(x, y) = 2xy + 3y$$

où x et y sont respectivement les quantités consommées des biens X et Y.

a) Indiquer l'allure générale des courbes d'indifférence associées à la fonction d'utilité de Claire.

b) À l'aide de deux méthodes, calculer le TMS. Le résultat de la question précédente est-il confirmé ?

c) Calculer les coordonnées des points qui maximisent la satisfaction de Claire.

d) Indiquer la valeur du multiplicateur de Lagrange, puis montrer que $dU = \lambda \cdot dR$.

e) Reprendre les questions **c)** et **d)** lorsque $R = 150$, $p = 12$ et $q = 21$.

Analyse de l'énoncé et conseils. L'énoncé peu directif, à l'occasion de la question c), vous laisse deux choix : soit vous considérez que Claire n'a aucune contrainte budgétaire, soit vous lui en créez une. Dans le premier cas, est-il vraiment possible de répondre à la question ? L'interprétation du multiplicateur de Lagrange suppose d'une part que l'on revienne aux conditions du premier ordre et d'autre part que l'on ait compris l'usage de la notion de différentielle.

SOLUTIONS

1. c – **2.** a – **3.** a – **4.** b, c – **5.** a – **6.** a, b – **7**. b – **8.** b – **9.** c – **10.** c

11. La fonction représentant l'utilité totale est visiblement continue et dérivable ; il est donc possible de déduire de cette courbe l'allure générale (approximative) de l'utilité marginale. On dispose tout d'abord de trois renseignements évidents :

– au point d'inflexion de l'utilité totale, l'utilité marginale est maximale ;

– lorsque l'utilité totale est maximale, l'utilité marginale est nulle ;

– à droite de ce maximum, l'utilité marginale est négative.

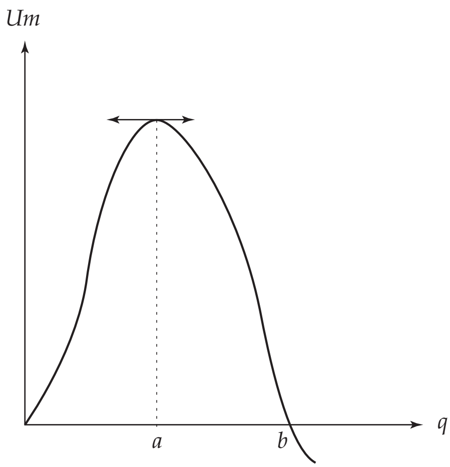

Figure 1.4

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

Pour obtenir d'autres points, il suffit de rechercher les coefficients directeurs de quelques tangentes. On sait en effet que l'utilité marginale est la dérivée de l'utilité totale et que le nombre dérivé en un point d'une courbe est égal au coefficient directeur de la tangente à la courbe en ce point.

12. Hypothèse de non-saturation : il suffit de montrer que la satisfaction du consommateur augmente lorsque la consommation d'au moins un bien s'accroît. Il est donc nécessaire de calculer les utilités marginales. Pour les deux fonctions U et V, l'hypothèse de non-saturation est vérifiée ; en effet :

a) $U(x, y) = xy^2 + x^2y$

$$U'(x,y) = y^2 + 2xy > 0$$
$$U'_y(x,y) = 2xy + x^2 > 0 \qquad \text{lorsque } x > 0 \quad \text{et} \quad y > 0$$

b) $V(x, y) = \ln x + y$

$$V'_x(x,y) = \frac{1}{x} > 0$$
$$V'_y(x,y) = 1 > 0 \qquad \text{lorsque } x > 0 \quad \text{et} \quad y > 0$$

13. Deux courbes d'indifférence ne peuvent pas se couper.

Si A et C appartiennent à la même courbe U_1 alors $A \sim C$

Si B et C appartiennent à la même courbe U_2 alors $B \sim C$

Par transitivité, on devrait avoir :

$$A \sim B$$

Or, graphiquement, on constate que B est préféré à A. Les deux résultats sont incompatibles. Cette représentation ne peut exister.

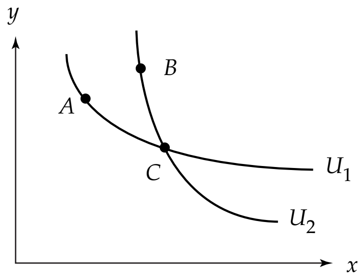

Figure 1.5

14. Les courbes d'indifférence associées à la fonction d'utilité $U(x,y) = 2(x^2 + y^2)$ sont concaves.

En effet, le TMS associé à cette fonction d'utilité est croissant. Une courbe d'indifférence est convexe lorsque le TMS est décroissant (cas le plus fréquent).

Le TMS est égal au rapport des utilités marginales : $\text{TMS} = \dfrac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \dfrac{4x}{4y} = \dfrac{x}{y}$

On calcule ensuite : $\dfrac{d\,\text{TMS}}{dx}$

$$\frac{d\,\text{TMS}}{dx} = \frac{d\left[\frac{x}{y}\right]}{dx} = \frac{\frac{ydx - xdy}{y^2}}{dx} = \frac{ydx - xdy}{y^2 dx} = \frac{y - x\left[\frac{dy}{dx}\right]}{y^2} = \frac{y + x \cdot \text{TMS}}{y^2} > 0$$

car on sait que : $\text{TMS} = -\dfrac{dy}{dx}$

15. **a)** La contrainte budgétaire est évidente : $20X + 25Y = 250$.

b) Condition d'équilibre : $\dfrac{U_m^x}{p_x} = \dfrac{U_m^y}{p_y}$

Il est rationnel de penser que le consommateur utilisera sa dernière unité monétaire pour l'achat d'une quantité additionnelle du bien qui lui rapporte le plus d'utilité.

c) Par tâtonnement, il faut essayer de vérifier l'égalité précédente :

– quantité optimale de bien X : 5

– quantité optimale de bien Y : 6

d) Le fait que le bien Y représente l'épargne de Claire ne modifie en rien l'équilibre précédent. L'utilité est toujours maximale lorsque Claire épargne chaque jour 150 euros (25×6) et dépense 100 euros en achat de biens X.

16. Partie A. Évolution de la droite de budget

Notons D_0 la droite de budget initiale.

Notons R_1, P_1 et Q_1, le revenu nominal, le prix de X et le prix de Y après variation.

a) Seul le revenu réel de Marc augmente si :

– le revenu nominal reste stable (condition triviale) ;

– et le prix d'au moins un bien baisse, ce qui donne trois possibilités :

- soit le prix du bien X baisse à un niveau P_1 (droite D_1) ;
- soit le prix du bien Y baisse à un niveau Q_1 (droite D_2) ;
- soit le prix des biens X et Y baissent à des niveaux P_1 et Q_1 (droite D_3).

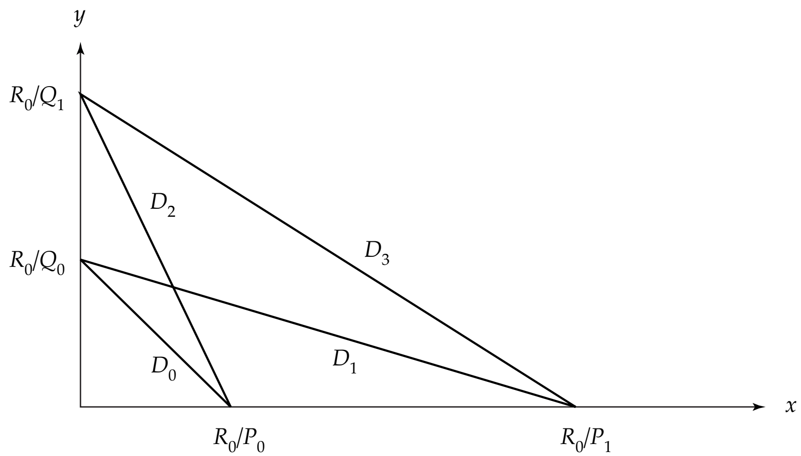

Figure 1.6

Remarque. La droite D_3 ne sera parallèle à D_0 que si les prix des biens baissent dans les mêmes proportions.

SOLUTIONS

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

b) Seul le revenu nominal de Marc augmente si :

– $R_1 > R_0$ (condition triviale) ;

– et le revenu réel reste inchangé, ce qui implique : $\dfrac{R_1}{P_1} = \dfrac{R_0}{P_0}$ et $\dfrac{R_1}{Q_1} = \dfrac{R_0}{Q_0}$.

Cela signifie que l'accroissement des prix des biens est égal à l'accroissement du revenu.

Donc, si : $R_1 = (1+\alpha) \cdot R_0$ avec $\alpha > 0$

alors, on doit avoir : $P_1 = (1+\alpha) \cdot P_0$ et $Q_1 = (1+\alpha) \cdot Q_0$

Ainsi, la droite de budget finale sera confondue avec la droite D_0.

c) Le revenu nominal et le revenu réel de Marc augmentent si :

– $R_1 > R_0$ (condition triviale) ;

– et le revenu réel augmente, ce qui implique :

- soit : $\dfrac{R_1}{P_1} \geqslant \dfrac{R_0}{P_0}$ et $\dfrac{R_1}{Q_1} > \dfrac{R_0}{Q_0}$
- soit : $\dfrac{R_1}{P_1} > \dfrac{R_0}{P_0}$ et $\dfrac{R_1}{Q_1} \geqslant \dfrac{R_0}{Q_0}$

Cela signifie que le prix d'au moins un bien a augmenté proportionnellement moins que le revenu. La droite de budget finale ne peut donc se situer qu'à droite de la contrainte de budget initiale.

Partie B. Droite de budget, rationnement et taxation

a) Rationnement sur le bien X

Le prix des biens et le revenu restent ceux donnés initialement. On peut donc tracer la droite de budget initiale.

Si Marc est rationné sur le bien X alors, au niveau de la quantité x_m, la droite de budget fera un coude, traduisant le fait que Marc ne peut consommer davantage de biens X, même si son revenu le lui permet.

Sur le graphique, la droite de budget qui traduit le rationnement est indiquée en trait épais.

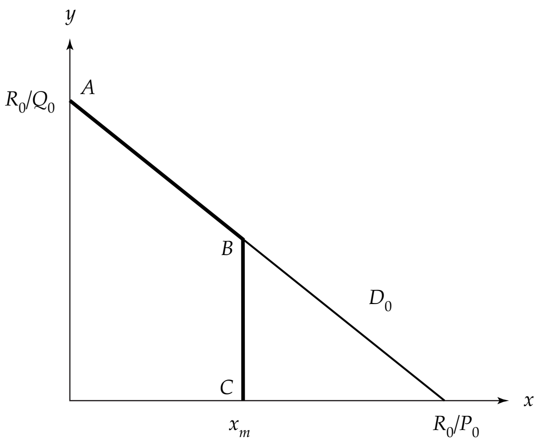

Figure 1.7

Marc dépensera la totalité de son revenu sur le segment [AB], et moins que son revenu sur le segment]BC].

b) La valeur x_m aurait pu se situer à droite de R_0/P_0. Dans ce cas, Marc n'aurait pas été rationné : son revenu et le prix des biens ne lui permettant pas d'atteindre le seuil au-delà duquel les consommateurs sont rationnés. Dans ce cas, la droite de budget serait toujours D_0.

c) Taxation et rationnement sur le bien X

Jusqu'à x_m, la droite de budget avec rationnement et taxation est confondue avec la droite de budget initiale (il s'agit donc du segment [AB]).

À partir de x_m, chaque unité X achetée par Marc lui coûtera $t + P_0$.

Ainsi, le coefficient directeur de la droite (BC) est égal à :

$$-\frac{t + P_0}{Q_0}$$

La valeur de l'abscisse à l'origine est égale à :

$$a = x_m + \frac{R_0 - [x_m \cdot P_0]}{t + P_0}$$

Plus le montant de la taxe est élevé, plus la valeur de « a » se rapprochera de la valeur x_m. Pour des très grandes valeurs de t, le consommateur ne peut plus acheter (par manque de ressources) ; cela revient à un rationnement de fait.

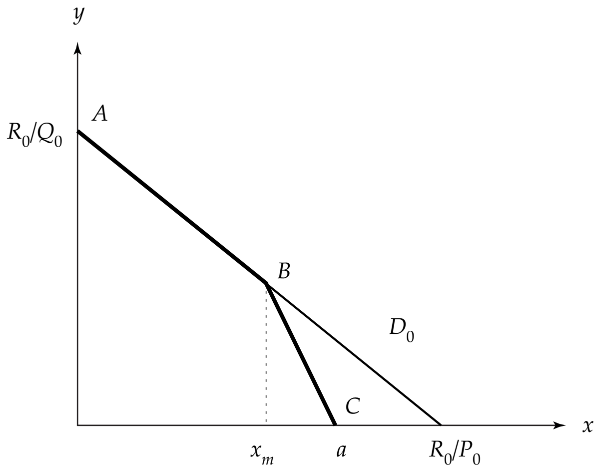

Figure 1.8

SOLUTIONS

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

Partie C. Courbes d'indifférence et maximisation de la satisfaction

a) Calcul du TMS : $$\text{TMS} = \frac{U_m^x}{U_m^y} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{1}{1} = 1$$

Il est évident que X et Y sont des substituts parfaits, pour Marc, du fait de la forme de sa fonction d'utilité. En effet, si on cherche à exprimer les courbes d'indifférence associées, on trouve :

Si $U(x,y) = x + y$ alors $y = U(x,y) - x$

Les courbes d'indifférence sont des droites parallèles (coefficient directeur égal à −1).

b) Équation de la droite de budget :

$$y = \frac{100}{25} - \frac{20}{25}x$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 0{,}8 \cdot x$$

L'optimum est atteint pour la courbe d'indifférence la plus éloignée de l'origine ayant au moins un point d'intersection avec la droite de budget.

Étant donné que la contrainte budgétaire et la courbe d'indifférence possèdent des coefficients directeurs différents (respectivement −1 et −0,8), ces deux droites n'auront qu'un seul point commun. Le plus éloigné de l'origine sera le point optimal.

On constate facilement, sur le graphique que le point optimal a pour coordonnées ($x = 5$; $y = 0$).

Lorsque deux biens sont de parfaits substituts, il est rationnel que le consommateur n'achète que du bien le moins cher.

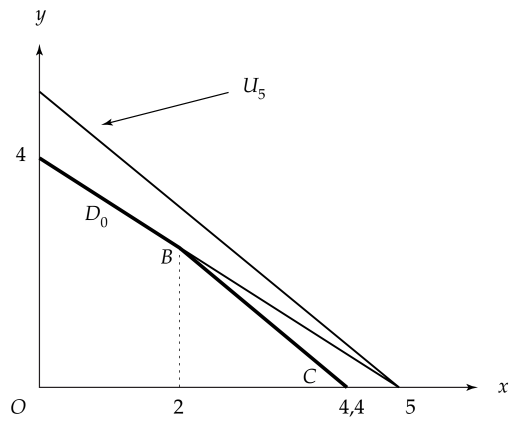

Figure 1.9

c) Avec la taxe, le coefficient directeur de la droite de budget (à droite de $x_m = 2$) devient :

$$-\frac{20+5}{25} = -1$$

Remarque. La valeur de « a » est égale à : 4,4.

Ainsi, une partie de la nouvelle droite de budget (c'est-à-dire le segment [BC]) est parallèle aux courbes d'indifférence, puisque ces droites ont maintenant le même coefficient directeur. De ce fait, le segment [BC] est solution. Il existe donc une infinité de paniers optimaux pour Marc, lorsqu'il y a taxation et rationnement. L'utilité associée à un des points optimaux est égale à 4,4.

Marc, après avoir acheté 2 biens X (moins chers que Y), devient indifférent au choix de X ou de Y, dans la mesure où X et Y sont alors au même prix à cause de la taxe qui frappe le bien X.

d) La taxation n'aura pas d'influence sur la satisfaction de Marc :

– si ce dernier possède une fonction d'utilité différente, telle que l'optimum s'établisse à gauche de la valeur x_m (vous pouvez essayer avec la fonction $V(x, y) = x + 2 \cdot y$) ;

– ou si le rationnement ne concerne pas Marc, c'est-à-dire, si : $x_m > R_0/P_0$.

17. **a)** Notons U_0 une valeur donnée de l'utilité ; on peut alors écrire que :

$$y = \frac{U_0}{2x+3}$$

Ainsi, les courbes d'indifférence correspondent à des branches d'hyperbole. On note facilement que l'axe des abscisses est asymptote horizontale et que pour $x = 0$ on a $y = U_0/3$. On ne retiendra donc que la partie des courbes d'indifférence se situant dans l'orthant positif.

b) Le TMS peut se calculer de deux façons :

$$\text{TMS} = \frac{U_m^x}{U_m^y} = \frac{2y}{2x+3}$$

ou :

$$\text{TMS} = -\frac{dy}{dx} = -\left[\frac{U_0}{2x+3}\right]' = \frac{2U_0}{(2x+3)^2}$$

SOLUTIONS

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.

À l'aide de cette seconde méthode, on constate facilement que le TMS est une fonction décroissante de la variable x. Les courbes d'indifférence sont donc convexes, ce qui confirme l'allure générale indiquée à la question précédente.

c) Si vous ne créez pas de contrainte budgétaire, vous ne pouvez pas répondre à la question : en effet, il n'y a pas de maximum. Même lorsque les quantités x et y tendent vers l'infini, vous pourrez toujours accroître l'utilité de Claire en ajoutant une unité de l'un des deux biens.

Dans la réalité, il est bien rare qu'un consommateur ne possède pas de contrainte budgétaire, c'est pourquoi nous allons en donner une à Claire. Elle disposera donc d'un revenu (ou d'un budget) R. Par ailleurs, nous noterons p et q les prix respectifs des biens X et Y.

Le problème consiste donc à maximiser $U(x, y)$ sous la contrainte $R = px + qy$. On pose généralement ce type de problème sous la forme :

Maximiser $U(x, y) = 2xy + 3y$

sous la contrainte $R = px + qy$

La résolution d'un tel programme utilise la méthode du lagrangien :

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 2xy + 3y + \lambda \cdot (R - px - qy)$$

Les conditions du 1er ordre sont :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}(x, y, \lambda) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}(x, y, \lambda) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}(x, y, \lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - \lambda p = 0 \\ 2x + 3 - \lambda q = 0 \\ R - px - qy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{2y}{p} & (1) \\ \lambda = \dfrac{2x+3}{q} & (2) \\ R - px - qy = 0 & (3) \end{cases}$$

Des équations (1) et (2), il vient : $y = \dfrac{(2x+3)\,p}{2q}$

Grâce à cette relation et par substitution dans l'équation (3), on obtient la quantité de biens X qui maximise l'utilité de Claire :

$$x^* = \frac{2R - 3p}{4p}$$

Toujours à partir de l'équation (3) et du résultat précédent, on obtient la quantité de biens Y qui maximise l'utilité de Claire :

$$y^* = \frac{2R + 3p}{4q}$$

On a donc finalement obtenu les coordonnées des points optimaux. Rigoureusement, il faudrait vérifier que cet optimum est bien un maximum ; pour cela, on devrait s'intéresser aux conditions du second ordre. Cependant, il s'agit d'éléments délicats et hors du programme de microéconomie. Nous admettrons donc que ces conditions sont vérifiées.

d) La première ou la seconde équation du système des conditions du 1er ordre permet d'obtenir la valeur du multiplicateur lorsque le consommateur se situe à l'optimum : $\lambda = \frac{2y^*}{p}$

Or :
$$y^* = \frac{2R+3p}{4q}$$

Donc :
$$\lambda = \frac{2\cdot\left[\frac{2R+3p}{4q}\right]}{p} = \frac{2R+3p}{2pq}$$

Il est possible de mettre en évidence une relation entre la variation du revenu et la variation de l'utilité, à partir des égalités suivantes :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy = U_m^x \cdot dx + U_m^y \cdot dy$$

et :

$$dR = \frac{\partial R}{\partial x}dx + \frac{\partial R}{\partial y}dy = p \cdot dx + q \cdot dy$$

Or, à l'optimum, on sait que :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}(x,y,\lambda) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}(x,y,\lambda) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}(x,y,\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda p = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda q = 0 \\ R - px - qy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_m^x = \lambda p \\ U_m^y = \lambda q \\ R - px - qy = 0 \end{cases}$$

Ainsi, dU peut s'écrire : $dU = \lambda \cdot p \cdot dx + \lambda \cdot q \cdot dy = \lambda\left[p \cdot dx + q \cdot dy\right] = \lambda \cdot dR$

D'où :
$$\lambda = \frac{dU}{dR}$$

On peut donc conclure en disant que λ est égal au supplément d'utilité engendré par l'accroissement du revenu d'une unité.

SOLUTIONS

© Dunod – Toute reproduction non autorisée est un délit.