

# mini manuel

## d'Électromagnétisme

**Cours + Exercices**



mini **manuel**

# d'Électromagnétisme

**Cours + Exercices**

**3<sup>e</sup> édition**

**Michel Henry**

Maître de conférences à l'ESPE des Pays de Loire  
Agrégré de physique

**Abdelhadi Kassiba**

Professeur à l'université du Mans

**DUNOD**

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2009, 2013, 2020

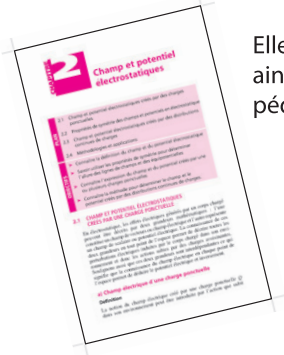
ISBN 978-2-10-080653-9

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Comment utiliser le Mini-Manuel ?

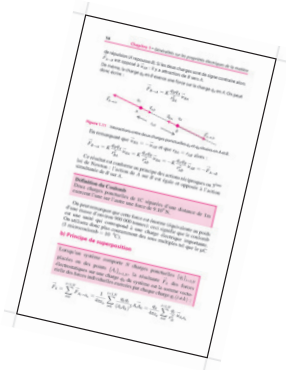
## La page d'entrée de chapitre



Elle donne le plan du cours, ainsi qu'un rappel des objectifs pédagogiques du chapitre.

## Le cours

Le cours, concis et structuré, expose les notions importantes du programme.



## Les rubriques



Une erreur à éviter



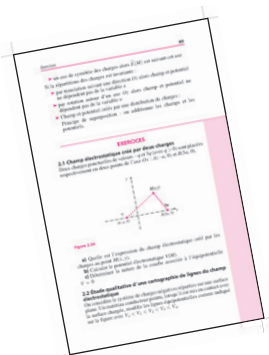
Un peu de méthode



Un exemple pour comprendre



Les points clés à retenir



## Les exercices, QCM ou QROC

Ils sont proposés en fin de chapitre, avec leur solution, pour se tester tout au long de l'année.

COMPARAISON ENTRE LES CHAMPS ÉLECTROSTATIQUE ET MAGNÉTOSTATIQUE.

Électrostatique	Magnétostatique
<b>Les sources de champs</b>	
Charges fixes Charge $q(P)$ ou densité de charge $\rho$ Un scalaire	Charges mobiles : Densité de courant $\vec{j}$ ou élément de courant $Id\vec{l}(P)$ Un vecteur
<b>Les champs</b>	
Loi de coulomb $\vec{E}(M) = (1/4\pi\epsilon_0) \int (\rho(P)dV\vec{PM}/PM^3)$ $\vec{E}$ : vecteur vrai (vecteur polaire)	Loi de Biot et Savart $\vec{B}(M) = (\mu_0/4\pi) \int (Id\vec{l}(P) \wedge \vec{PM}/PM^3)$ $\vec{B}$ : pseudo-vecteur (vecteur axial)
<b><math>\pi_S</math> plan de symétrie pour les sources (plan miroir)</b>	
$\pi_S$ plan de symétrie pour $\vec{E}$ (plan miroir)	$\pi_S$ plan d'anti-symétrie pour $\vec{B}$ (plan anti-miroir)
<b><math>\pi_{AS}</math> plan d'anti-symétrie pour les sources (plan anti-miroir)</b>	
$\pi_{AS}$ plan d'anti-symétrie pour $\vec{E}$ (plan anti-miroir)	$\pi_{AS}$ plan de symétrie pour $\vec{B}$ (plan miroir)
<b>Circulation sur un contour fermé</b>	
Circulation conservative $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint -dV = 0$ $\vec{E}$ dérive d'un potentiel scalaire $V$	Circulation non conservative $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{enlacé}$ Théorème d'Ampère
<b>Flux à travers une surface fermée</b>	
Flux non conservatif $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{int}/\epsilon_0$ Théorème de Gauss	Flux conservatif $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

# Table des matières

	<b>Comment utiliser le Mini-Manuel ?</b>	<b>V</b>
	<b>Comparaison entre les champs électrostatique et magnétostatique</b>	<b>VI</b>
<b>1</b>	<b>Généralités sur les propriétés électriques de la matière</b>	<b>1</b>
	<b>1.1 Charges électriques</b>	<b>1</b>
	Les deux types de charges électriques	1
	Charges électriques élémentaires	3
	Neutralité électrique d'un corps	4
	<b>1.2 Propriétés électriques de la matière</b>	<b>4</b>
	Électrisation d'un corps	4
	Matériaux conducteurs et isolants	7
	Conservation de la charge électrique	7
	<b>1.3 Densité de charge électrique</b>	<b>8</b>
	Distributions continues de charges avec une densité volumique $\rho$	8
	Distributions continues de charges avec une densité surfacique $\sigma$	10
	Distributions continues de charges avec une densité linéique $\lambda$	11
	<b>1.4 Loi de Coulomb</b>	<b>12</b>
	Loi de Coulomb	12
	Principe de superposition	14
	<b>Points-clés</b>	<b>16</b>
	<b>Exercices</b>	<b>16</b>
	<b>Solutions</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>Champ et potentiel électrostatiques</b>	<b>25</b>
	<b>2.1 Champ et potentiel électrostatiques créés par une charge ponctuelle</b>	<b>25</b>
	Champ électrique d'une charge ponctuelle	25

Potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle	28
Relations entre champ et potentiel électrostatiques	30
Surfaces équipotentielles	34
Généralisation pour un ensemble de charges ponctuelles : principe de superposition	35
<b>2.2 Propriétés de symétrie</b>	<b>42</b>
Principe de Curie	42
Définition des opérations de symétrie	42
<b>2.3 Champ et potentiel électrostatiques créés par une distribution continue de charges</b>	<b>51</b>
Champ et potentiel créés par un fil chargé	51
Champ et potentiel créés par un disque chargé	58
Cas d'un plan infini chargé en surface	63
Champ et potentiel créés par une distribution volumique de charges	65
<b>Points-clés</b>	<b>67</b>
<b>Exercices</b>	<b>68</b>
<b>Solutions</b>	<b>72</b>
<b>3 Théorème de Gauss</b>	<b>81</b>
<b>3.1 Flux du champ électrostatique créé par une charge ponctuelle</b>	<b>81</b>
Flux d'un champ de vecteur $\vec{A}$	81
Flux du champ électrostatique créé par une charge ponctuelle	85
<b>3.2 Théorème de Gauss</b>	<b>90</b>
Flux du champ électrostatique créé par une distribution de charges	90
Théorème de Gauss	93
Intérêt et utilisation du théorème de Gauss	94
<b>3.3 Applications du théorème de Gauss</b>	<b>95</b>
Champ et potentiel électrostatiques créés par une sphère chargée	95
Champ et potentiel électrostatiques créés par un cylindre chargé	101
Champ et potentiel électrostatiques créés par un fil infini chargé	109



---

Champ et potentiel électrostatiques créés par un plan infini chargé	111
Champ et potentiel électrostatiques créés par deux plans parallèles portant des charges opposées	116
<b>Points-clés</b>	<b>119</b>
<b>Exercices</b>	<b>120</b>
<b>Solutions</b>	<b>123</b>
<b>4 Conducteurs en équilibre : Condensateurs</b>	<b>129</b>
<b>4.1 Conducteurs en équilibre électrostatique</b>	<b>129</b>
Définition	129
Conséquences	129
Influence électrostatique entre conducteurs	131
Théorème des éléments correspondants	132
Influence électrostatique totale	133
<b>4.2 Condensateurs</b>	<b>136</b>
Définition	136
Capacité d'un condensateur	136
Unité de capacité	139
<b>4.3 Calcul de capacités de condensateurs</b>	<b>140</b>
Méthode de calcul	140
Le condensateur plan	140
Association de condensateurs	141
<b>Points-clés</b>	<b>144</b>
<b>Exercices</b>	<b>144</b>
<b>Solutions</b>	<b>147</b>
<b>5 Le champ magnétique</b>	<b>153</b>
<b>5.1 Les sources de champ magnétique</b>	<b>153</b>
Les aimants : sources de champ magnétique	153
La boussole et les pôles (magnétiques) d'un aimant	153
Action magnétique entre deux aimants	154
Le courant électrique : source de champ magnétique	156
Origine du champ magnétique créé par la matière	156
<b>5.2 Les forces magnétiques</b>	<b>157</b>
La force de Laplace	157
La force de Lorentz	160

	Lien entre Force de Laplace et Force de Lorentz	160
<b>5.3</b>	<b>Le vecteur champ magnétique</b>	<b>164</b>
	Direction et sens du vecteur champ magnétique	164
	Mesure du champ magnétique	164
	Unité et ordre de grandeurs	169
	<b>Points-clés</b>	<b>170</b>
	<b>Exercices</b>	<b>170</b>
	<b>Solutions</b>	<b>172</b>
<b>6</b>	<b>Champ magnétique créé par des courants</b>	<b>177</b>
<b>6.1</b>	<b>Loi de Biot et Savart</b>	<b>177</b>
	Champ magnétique créé par un conducteur filiforme parcouru par un courant	177
	Généralisation de la loi de Biot et Savart	179
<b>6.2</b>	<b>Propriétés de symétrie du champ magnétique</b>	<b>180</b>
<b>6.3</b>	<b>Champ magnétique créé par un courant circulant dans un fil rectiligne</b>	<b>183</b>
	Position du problème	183
	Champ élémentaire créé par un élément de courant $Idl$ situé au point $P$	185
	Expression du champ magnétique pour un fil fini	187
	Cas du fil infini	187
<b>6.4</b>	<b>Cas de la spire circulaire et des bobines parcourues par un courant</b>	<b>188</b>
	Champ magnétique créé par une spire circulaire	188
	Champ magnétique créé par une bobine plate	195
	Champ magnétique créé par une bobine longue ou solénoïde	198
	<b>Points-clés</b>	<b>203</b>
	<b>Exercices</b>	<b>204</b>
	<b>Solutions</b>	<b>206</b>
<b>7</b>	<b>Théorème d'Ampère</b>	
	<b>Propriétés du champ magnétique</b>	<b>213</b>
<b>7.1</b>	<b>Théorème d'Ampère</b>	<b>213</b>
	Circulation sur un contour fermé du champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant	213

---

Généralisation : théorème d'Ampère	215
Intérêt et utilisation du théorème d'Ampère	217
<b>7.2 Exemples d'application du théorème d'Ampère</b>	<b>218</b>
Cas du fil infini parcouru par un courant	218
Cas du solénoïde infini	220
<b>7.3 Flux du champ magnétique</b>	<b>223</b>
Flux magnétique	223
Flux magnétique à travers une surface fermée	224
<b>Points-clés</b>	<b>225</b>
<b>Exercices</b>	<b>226</b>
<b>Solutions</b>	<b>230</b>
<b>Index</b>	<b>239</b>





# Généralités sur les propriétés électriques de la matière

## PLAN

- 1.1 Charges électriques
- 1.2 Propriétés électriques de la matière
- 1.3 Densité de charge électrique
- 1.4 Loi de Coulomb

## OBJECTIFS

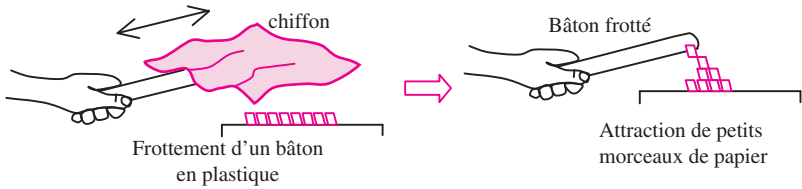
- Connaître l'origine du phénomène d'électrisation
- Avoir les notions de base sur les conducteurs et les isolants
- Savoir manipuler les densités de charge et le calcul de charges
- Connaître et savoir appliquer la loi de Coulomb

## 1.1 CHARGES ÉLECTRIQUES

Les phénomènes d'électrisation de la matière se manifestent dans diverses situations de la vie quotidienne. Ainsi, le toucher d'une carcasse métallique d'une voiture ayant roulé par temps chaud et sec, provoque une désagréable sensation. Un effet similaire peut se produire au contact d'une armoire métallique placée dans une pièce sèche ou bien lorsqu'on retire un pull-over synthétique. Ces constats qualitatifs peuvent être réalisés à partir d'expériences simples. Par exemple, un bâton de verre frotté avec une étoffe de tissu peut attirer des objets légers tels que des morceaux de papiers. La même expérience peut être effectuée lorsqu'un bâton en matière plastique est frotté avec un chiffon de laine. Ces effets sont dus à la manifestation de charges électriques qui apparaissent par frottement ou par contact.

### a) Les deux types de charges électriques

L'expérience schématisée *figure 1.1* qui consiste à frotter une règle en matière plastique avec un tissu montre que la règle peut alors attirer des petits morceaux de papier.



**Figure 1.1** Illustration du phénomène d'électrisation. Le bâton est électrisé par frottement : il porte alors une charge électrique.

On dit que le bâton a été *électrisé* par frottement ou bien qu'il porte une *charge électrique* (ou encore qu'il est *chargé*).

*Remarque :*

Ce phénomène, connu depuis l'Antiquité, se manifeste en particulier sur « l'ambre » qui se traduit en grec par le mot « elektron ». Ce dernier est à l'origine des mots électrisation, électrique, etc.

Dans le cas du bâton de verre ou d'ébonite (résine organique contenant du soufre) électrisé par frottement, on constate que la charge électrique reste localisée à l'endroit frotté. Par contre il est impossible d'électriser une tige de métal tenue à la main car la charge électrique se répartit aussi sur le corps. L'électrisation devient possible si la tige de métal est maintenue à l'aide d'un manche en matière plastique. On constate alors que la charge apportée par frottement se répartit sur toute la tige métallique.

Il est possible d'électriser de petites boules d'aluminium suspendues à un fil de nylon par contact avec un bâton lui-même électrisé. En approchant deux boules électrisées avec le même bâton, on constate qu'elles se repoussent. Par contre dans le cas où l'une des boules est électrisée par le bâton de verre (frotté avec un drap) et l'autre avec le bâton d'ébonite (frotté avec un chiffon de laine) il y a attraction. Le physicien français Du Fay (1733) mettait ainsi en évidence l'existence de deux types de charges électriques.

Il existe deux types de charges électriques :

Deux corps portant le même type de charges électriques se repoussent.

Deux corps portant des charges électriques de types différents s'attirent.

Pour distinguer ces deux types de charges l'une sera notée charge positive, l'autre charge négative.

Par convention :

La charge qui apparaît sur l'ébonite frottée avec un chiffon de laine est une charge négative (anciennement nommée électricité résineuse).

La charge qui apparaît sur le verre frotté avec un drap est une charge positive (anciennement nommée électricité vitreuse).

Un corps non chargé est dit neutre.

L'origine de ces charges électriques qui apparaissent au cours des phénomènes d'électrisation se trouve dans la nature même de la matière.

## b) Charges électriques élémentaires

L'atome, entité constitutive de tout corps matériel, se compose d'un nuage d'électrons et d'un noyau formé de nucléons (protons, neutrons). La charge électrique élémentaire,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$  (expérience de Millikan 1908), où C (coulomb) désigne l'unité de charge électrique dans le système international, est une caractéristique intrinsèque du proton et de l'électron au même titre que leurs masses respectives  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$  et  $9 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ . Avec la convention adoptée pour les signes des charges, le proton constitue la charge positive élémentaire alors que l'électron est la charge élémentaire négative. La stabilité de l'édifice atomique, globalement neutre, est assurée par l'interaction électrique entre le noyau de charge positive et les électrons qui l'entourent.

**TABEAU 1.1** CARACTÉRISTIQUES DES PARTICULES ÉLÉMENTAIRES.

Particules	Symbole	Masse (kg)	Charge électrique (C)
Électron	$e^-$	$9,1 \cdot 10^{-31}$	$-1,6 \cdot 10^{-19}$
Proton	p	$1,672 \cdot 10^{-27}$	$1,6 \cdot 10^{-19}$
Neutron	n	$1,674 \cdot 10^{-27}$	0

- Le coulomb (symbole C) désigne l'unité de la charge électrique dans les unités du système international (u.s.i.). Charles de Coulomb, physicien français (1736–1806), est à l'origine de la détermination de la force s'exerçant entre deux charges électriques.
- Ces particules sont assimilables à des sphères de rayon très faible.
- L'électron est une charge électrique mobile pouvant être libérée par la matière.

- Le proton est fortement lié à la matière car c'est l'un des constituants du noyau atomique.
- $e^- = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$  est la plus petite charge électrique que l'on puisse isoler de la matière.

### c) Neutralité électrique d'un corps

Lorsqu'un matériau est constitué par des atomes associés par des liaisons moléculaires, la neutralité électrique des atomes est préservée lorsqu'ils participent à la formation des molécules. Le matériau ainsi formé sera qualifié de neutre électriquement car il comporte autant de charges positives que négatives.

## 1.2 PROPRIÉTÉS ÉLECTRIQUES DE LA MATIÈRE

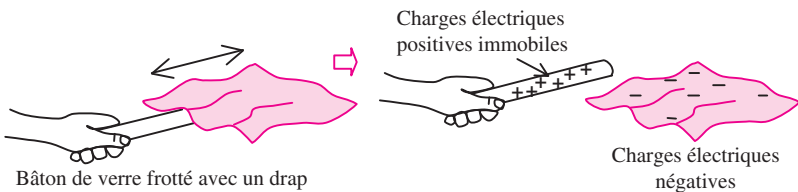
Il existe différents procédés destinés à communiquer à un matériau des charges électriques excédentaires par rapport à l'état de neutralité électrique. De tels procédés permettent de retirer ou de rapporter des électrons sur le matériau qui devient chargé. L'état chargé se caractérise par une charge électrique macroscopique  $Q = Ne$  avec  $N$  un entier positif ou négatif et  $e$  la charge élémentaire ( $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ ).

### a) Électrisation d'un corps

#### Expérience 1 : Électrisation par frottement

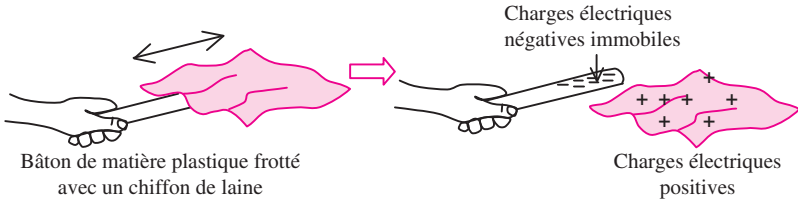
En frottant le bâton de verre avec un drap, le verre se charge positivement alors que le drap se trouve chargé négativement (*figure 1.2*). En fait l'ensemble est neutre et c'est en frottant le bâton que des électrons du verre sont passés sur le tissu. Le verre se retrouve avec un déficit en électron et est donc chargé positivement. Le tissu avec son excès d'électron est chargé négativement.

La même expérience peut être réalisée à l'aide d'un bâton en matière plastique et un chiffon en laine (*figure 1.3*). On constate alors que le plastique se charge négativement alors que la laine porte des charges positives.



**Figure 1.2** Interprétation de l'électrisation par frottement dans le cas du verre.

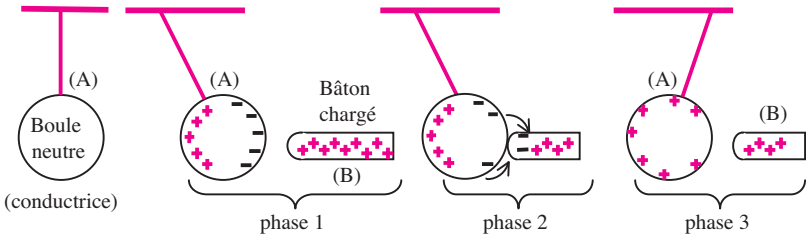




**Figure 1.3** Interprétation de l'électrisation par frottement dans le cas du plastique.

### Expérience 2 : Électrisation par contact

Un corps (A), initialement neutre, s'électrise au contact d'un corps (B) chargé. Si le corps (B) est chargé négativement une partie des électrons excédentaires va se répartir sur le corps (A) qui se charge négativement. Au contraire, si le corps (B) est chargé positivement (défaut d'électrons), des électrons du corps (A), attirés par les charges positives, peuvent passer sur le corps (B) : le corps (A) se trouve alors chargé positivement (voir *figure 1.4*).



**Figure 1.4** Schématisation de l'électrisation par influence (phase 1) puis par contact (phase 2). La phase 3 traduit la répulsion entre deux corps portant des charges de même nature.

### Expérience 3 : Électrisation par influence

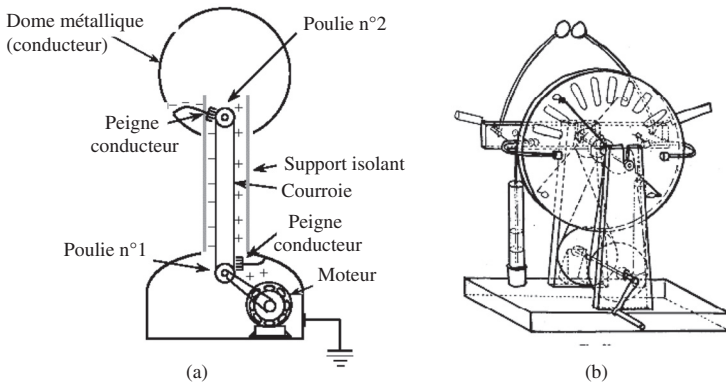
On peut, par exemple, utiliser des bâtons en verre ou en plastique chargés par frottement ainsi qu'un pendule constitué d'une petite boule légère en polyester recouverte d'un mince feuillet d'aluminium et suspendue à un fil de nylon (voir *figure 1.4*). Dans la phase 1, Le bâton de verre électrisé est approché du pendule. La boule va subir alors une redistribution des charges à sa surface. Une charge négative (des électrons mobiles) se condense sur sa face avant alors que la même quantité de charges mais de signe opposé se développe sur sa face arrière (défaut d'électrons). Cette redistribution de charges

constitue un exemple d'électrisation par influence. Dans la phase 2, une attraction se produit entre le verre et la boule jusqu'au contact des deux. Les électrons en excès sur la face avant peuvent passer sur la baguette de verre : l'ensemble est globalement chargé positivement. Enfin, dans la phase 3, une répulsion se produit due à la répartition de charges de même signe sur les deux corps.



### Encart 1.1 Les machines électrostatiques

Le générateur électrostatique de Van de Graaff a été inventé dans la période 1931–1933 par R. Van de Graaff de l'université américaine de Princetown. Le principe du générateur, illustré dans la *figure 1.5 (a)*, repose sur une courroie en caoutchouc entraînée par un moteur pour véhiculer des charges électriques à la sphère creuse en haut du dispositif.



**Figure 1.5** (a) Générateur Van de Graaf et (b) machine de Wimshurst.

Les tensions créées par ce générateur peuvent atteindre jusqu'au million de Volts par contre les courants restent infiniment faibles ( $<1$  mA). Il existe cependant une limite à la tension électrique qui peut être atteinte au niveau de la sphère. Cette tension limite dépend du rayon de la sphère et de la nature du gaz qui l'entoure.

La machine de Wimshurst est une autre machine électrostatique inventée en 1882 par l'anglais James Wimshurst. Cette machine, schématisée dans la *figure 1.5 (b)*, reste encore utilisée pour illustrer de nombreux phénomènes d'électricité statique.

## b) Matériaux conducteurs et isolants

À un stade élémentaire, on peut se limiter à des considérations simples pour définir le caractère isolant ou conducteur d'un matériau.

**Dans les matériaux conducteurs** (exemple des métaux), les électrons des couches atomiques périphériques sont faiblement liés aux noyaux. L'agitation thermique favorise l'ionisation des atomes et conduit à l'existence d'un gaz d'électrons presque libres. La densité  $n$  (nombre d'électrons libres par unité de volume) est l'un des paramètres clés qui gouverne le caractère conducteur d'un matériau. Dans les métaux usuels (cuivre, aluminium. . .) la densité  $n$  est de l'ordre de  $10^{27}$  électrons par unité de volume ( $n = 10^{27} \text{ m}^{-3}$ ). Dans le cas des conducteurs ioniques, c'est la densité d'ions libres et leur mobilité qui définissent le caractère conducteur.

**Dans les matériaux isolants**, les électrons sont solidement liés aux atomes. La densité d'électrons libres est quasi-nulle. Parmi les matériaux isolants, on peut citer les matières plastiques, le verre, la paraffine, le papier ou encore le bois. Le terme diélectrique désigne aussi un matériau isolant.

Entre ces extrêmes, conducteurs et isolants, il existe des matériaux semi-conducteurs dont la densité de porteurs libres est typiquement dans la gamme de  $10^{17}$  à  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Ce paramètre dépend fortement du taux de dopage des matériaux semi-conducteurs (Si, Ge, GaAs. . .).



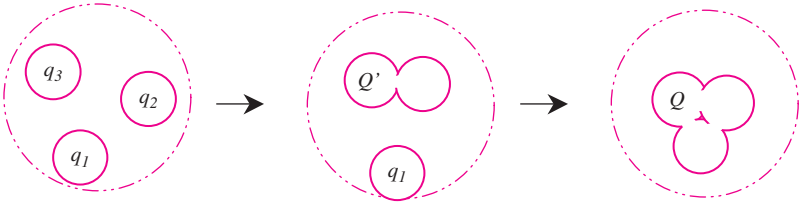
Le dopage d'un semi-conducteur tel que le silicium consiste, lors de sa fabrication, à inclure des atomes tels que l'azote ou le bore en très faible quantité. Cette opération permet d'augmenter la densité de porteurs libres.

Dans les expériences d'électrisation par contact, la nature conductrice ou isolante du matériau conditionne la distribution des charges électriques sur le corps. Ainsi, une charge électrique excédentaire acquise par un corps isolant, reste localisée là où elle a été déposée. Pour un corps conducteur, la charge électrique acquise se répartit sur toute la surface du conducteur.

## c) Conservation de la charge électrique

Dans un procédé d'électrisation par frottement, un chiffon de laine et une baguette de verre, échangent des électrons qui sont arrachés au verre et localisés sur l'étoffe de laine. La même quantité de charge mais de signe opposé est donc portée par chacun des corps. Cette charge demeure constante tant que le corps reste isolé de tout autre contact matériel.

Dans un processus d'électrisation par influence, aucun contact matériel n'est nécessaire. Le corps qui influence modifie uniquement



**Figure 1.6** Illustration du principe de conservation de la charge électrique. On peut écrire :  $q_1 + q_2 + q_3 = q_1 + Q' = Q$ .

la répartition des charges sur le corps influencé sans qu'aucun apport de charges ne se produise. La charge totale du corps reste constante, seule la répartition des charges sur le corps influencé se modifie dans un tel processus.

En règle générale, tant qu'un corps est isolé de tout contact matériel, sa charge électrique demeure constante.

### Principe de la conservation de l'électricité

Dans tout système électriquement isolé, la somme algébrique des quantités d'électricité ou charges électriques se conserve.

## 1.3 DENSITÉ DE CHARGE ÉLECTRIQUE

La charge électrique macroscopique  $Q$  d'un corps comporte un nombre important de charges élémentaires  $e$  ( $Q = Ne$  avec  $N$  entier relatif très grand). Vue la faible dimension de cette charge élémentaire, on considère qu'à l'échelle macroscopique, la répartition de la charge  $Q$  se fait de façon continue sur le corps matériel. Cette répartition peut être modélisée par une densité de charge électrique qui dépend de la géométrie du corps chargé (filiforme, surfacique ou volumique).

### a) Distributions continues de charges avec une densité volumique $\rho$

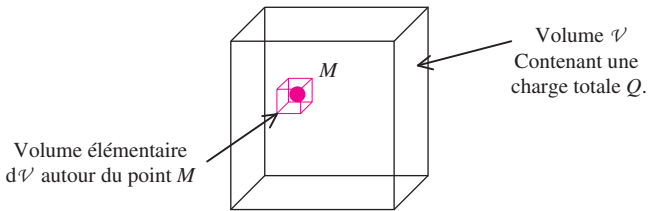
C'est le cas d'un corps matériel de volume ( $\mathcal{V}$ ) pouvant être chargé par une quantité de charge  $Q$ . Cette charge peut être répartie uniformément dans le volume ( $\mathcal{V}$ ). Dans ce cas, la densité volumique de charge (charge par unité de volume), notée  $\rho$  (lettre grecque rhô), s'exprime simplement par :

$$\rho = \frac{Q}{\mathcal{V}} \Rightarrow Q = \rho\mathcal{V}$$

L'unité de la densité volumique de charge électrique est le  $\text{C}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Si la répartition n'est pas uniforme, il est possible de définir en tout point  $M$  du volume ( $\mathcal{V}$ ) une densité volumique de charge  $\rho(M)$ . On considère alors un volume élémentaire  $d\mathcal{V}$  autour de  $M$  suffisamment petit pour pouvoir considérer que la charge électrique élémentaire  $dQ$  qu'il contient est répartie uniformément. On peut alors écrire :

$$\rho(M) = \frac{dQ}{d\mathcal{V}} \Leftrightarrow dQ = \rho(M)d\mathcal{V}$$



**Figure 1.7** Le volume  $\mathcal{V}$  contient une charge électrique totale  $Q$ . Le volume élémentaire  $d\mathcal{V}$  autour du point  $M$  porte la charge électrique élémentaire  $dQ$ .

La charge totale  $Q$  contenue dans le volume chargé  $\mathcal{V}$  est définie par l'intégrale suivante :

$$Q = \int_{M \in \mathcal{V}} \rho(M)d\mathcal{V}$$

*Remarque :*

Certains ouvrages utilisent, à juste titre, la notation de l'opération d'intégration sur un volume ( $\mathcal{V}$ ) par trois symboles ( $\iiint_{(\mathcal{V})}$ ) à cause de l'intégration sur un produit des trois variables qui définissent un volume élémentaire. Cependant, pour une simplicité de la notation, on continuera à utiliser un simple symbole ( $\int_{M \in \mathcal{V}}$ ).



Dans le cas où la répartition est uniforme, la densité volumique de charge ne dépend pas du point  $M$  :  $\rho(M) = \rho_o$ . On peut alors écrire :

$$Q = \int_{M \in \mathcal{V}} \rho(M)d\mathcal{V} = \rho_o \int_{M \in \mathcal{V}} d\mathcal{V} = \rho_o \mathcal{V}$$

## b) Distributions continues de charges avec une densité surfacique $\sigma$

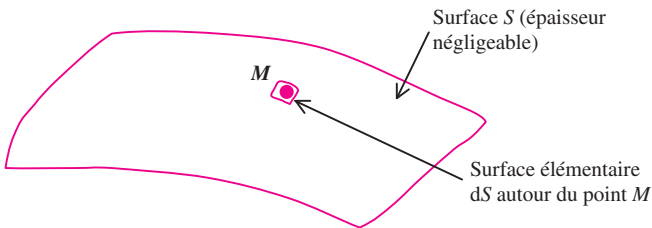
C'est le cas d'un corps matériel de surface  $S$  pouvant être chargé avec une quantité de charge  $Q$ . Cette charge peut être répartie uniformément sur la surface  $S$ . Dans ce cas, on définit simplement la densité surfacique de charge (charge par unité de surface), notée  $\sigma$  (lettre grecque sigma) par :

$$\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = \sigma S$$

L'unité de densité surfacique de charge électrique est le  $\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$ .

Si la répartition n'est pas uniforme, il est possible de définir en tout point  $M$  de la surface  $S$  une densité surfacique de charge  $\sigma(M)$ . On considère alors une surface élémentaire  $dS$  autour de  $M$  suffisamment petite pour pouvoir considérer que la charge électrique élémentaire  $dQ$  qu'elle contient est répartie uniformément. On peut alors écrire :

$$\sigma(M) = \frac{dQ}{dS} \Leftrightarrow dQ = \sigma(M)dS$$



**Figure 1.8** La surface  $S$  porte une charge électrique totale  $Q$ . La surface élémentaire  $dS$  autour du point  $M$  porte la charge électrique élémentaire  $dQ$ .

La charge totale portée par la surface chargée est donnée par la relation :

$$Q = \int_{M \in S} \sigma(M)dS$$



Dans le cas où la répartition est uniforme, la densité surfacique de charge ne dépend pas du point  $M$  :  $\sigma(M) = \sigma_o$ . Avec  $S$  l'aire de la surface, on peut écrire :

$$Q = \int_{M \in S} \sigma(M)dS = \sigma_o \int_{M \in S} dS = \sigma_o S$$

### c) Distributions continues de charges avec une densité linéique $\lambda$

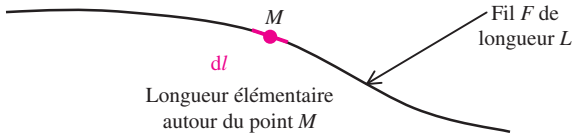
C'est le cas d'un corps matériel filiforme, de longueur  $L$  et de diamètre négligeable, pouvant être chargé par la quantité de charge  $Q$ . Cette charge peut être répartie uniformément sur le corps. On définit la densité linéique de charge (charge par unité de longueur), notée  $\lambda$  (lettre grecque lambda) par :

$$\lambda = \frac{Q}{L} \Rightarrow Q = \lambda L$$

L'unité de la densité linéique de charge électrique est le  $\text{C.m}^{-1}$ .

Si la répartition n'est pas uniforme, il est possible de définir en tout point  $M$  du fil une densité linéique de charge  $\lambda(M)$ . On considère alors une longueur élémentaire  $dl$  autour de  $M$  suffisamment petite pour pouvoir considérer que la charge électrique élémentaire  $dQ$  qu'elle contient est répartie uniformément. On peut alors écrire :

$$\lambda = \frac{dQ}{dl} \Leftrightarrow dQ = \lambda dl,$$



**Figure 1.9** Le fil  $F$  porte une charge électrique totale  $Q$ . Le segment élémentaire  $dl$  autour du point  $M$  porte la charge électrique élémentaire  $dQ$ .

La charge totale portée par le fil chargé est donnée par la relation :

$$Q = \int_{M \in L} \lambda(M) dl$$

Dans le cas où la répartition est uniforme, la densité linéique de charge ne dépend pas du point  $M$  :  $\lambda(M) = \lambda_o$ . Avec  $L$  la longueur du fil, on peut écrire :

$$Q = \int_{M \in L} \lambda(M) dl = \lambda_o \int_{M \in L} dl = \lambda_o L$$

**Modèle de la charge ponctuelle** Ce modèle de la charge ponctuelle est très important en électrostatique. C'est le cas d'un système matériel portant une charge  $Q$  mais dont les dimensions sont suffisamment

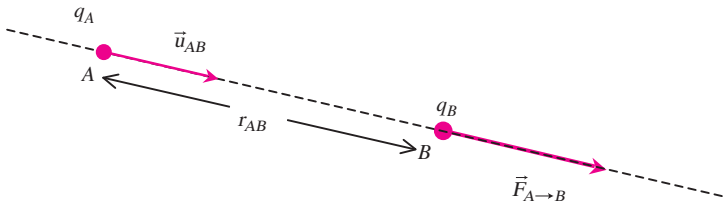
petites pour qu'il soit assimilé à un point de l'espace doté d'une charge  $Q$ .

## 1.4 LOI DE COULOMB

La loi de Coulomb a été établie en 1785 et exprime l'action qui s'exerce entre deux charges électriques. Le dispositif expérimental qui a permis d'établir cette loi repose sur une expérience de mécanique utilisant un pendule de torsion et des corps électrisés. Bien que la loi de Coulomb ait été déduite de mesures dont la précision n'est pas optimale, cette loi est aussi importante que celle de la force de gravitation entre des corps pesants. La validité de cette loi est tout aussi vérifiée pour des corps chargés à l'échelle macroscopique qu'à l'échelle atomique entre particules élémentaires chargées.

### a) Loi de Coulomb

La loi de Coulomb exprime la force électrique exercée entre deux charges ponctuelles en fonction de la valeur des charges et de la distance qui les sépare.



**Figure 1.10** Action d'une charge ponctuelle  $q_A$  située en  $A$  sur une charge ponctuelle  $q_B$  située en  $B$ .

#### Énoncé de la loi de Coulomb pour des charges ponctuelles

La force électrostatique entre deux charges électriques ponctuelles est proportionnelle à la valeur des charges et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Cette interaction est portée par la droite qui joint les deux charges.

Si les charges sont de même signe, il y a répulsion, si elles sont de signe contraire, il y a attraction

Pour la formulation mathématique de la loi de Coulomb, on considère deux charges ponctuelles  $q_A$  et  $q_B$  placées respectivement en deux points  $A$  et  $B$  (figure 1.10).



La force électrostatique  $\vec{F}_{A \rightarrow B}$  exercée par la charge ponctuelle en  $A$  sur celle située en  $B$  s'écrit :

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = K \frac{q_A q_B}{r_{AB}^2} \vec{u}_{AB} = K \frac{q_A q_B}{r_{AB}^2} \frac{\vec{AB}}{r_{AB}} = K \frac{q_A q_B}{r_{AB}^3} \vec{AB}$$

- ▶  $r_{AB} = AB$  distance entre les deux charges ponctuelles  $q_A$  et  $q_B$
- ▶  $\vec{u}_{AB}$  : vecteur unitaire suivant  $AB$  et dirigé de  $A$  (qui exerce la force) vers  $B$  (qui subit la force). Ce vecteur peut s'écrire :

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|} = \frac{\vec{AB}}{AB} = \frac{\vec{AB}}{r_{AB}}$$

- ▶  $K$  est la constante de proportionnalité. Elle dépend des unités choisies et de la nature du milieu dans lequel sont situées les charges électriques.

Dans le système international (S.I) des unités, la force est exprimée en newton (N), la distance en mètre (m) et les charges en coulomb (C). Si les charges sont dans le vide, la constante  $K$  est alors définie par :

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 \text{ u.s.i.}$$

La grandeur  $\epsilon_0$  représente la permittivité du vide ou constante diélectrique du vide.

Dans le cas où les charges se trouvent dans un milieu caractérisé par sa permittivité absolue  $\epsilon$ , la nouvelle constante  $K$  est obtenue en échangeant  $\epsilon_0$  par  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  où  $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ , grandeur sans dimension, est appelée la permittivité relative du milieu par rapport au vide. Cette grandeur est toujours supérieure à 1. Elle est de l'ordre de 2 par exemple pour la paraffine et est comprise entre 4 et 10 pour les verres. Dans l'air sec, la permittivité relative est de  $\epsilon_r(\text{air}) = 1,00057$  soit pratiquement 1 : on peut considérer que l'air sec se comporte comme le vide du point de vue électrique.

Si  $K_m$  est la valeur de la constante dans un milieu et  $K$  celle dans le vide, on a :  $K_m = \frac{K}{\epsilon_r} \Rightarrow F_{\text{milieu}} = \frac{F_{\text{vide}}}{\epsilon_r}$

la force électrique qui s'exerce entre deux objets électriquement chargés est moindre dans le milieu que dans le vide.



Si les deux charges sont de même nature, le produit ( $q_A q_B$ ) est positif. La force  $\vec{F}_{A \rightarrow B}$  aura le même sens que  $\vec{u}_{AB}$  et correspond bien alors à une force de répulsion ( $A$  repousse  $B$ ). Si les deux charges sont de signe contraire alors  $\vec{F}_{A \rightarrow B}$  est opposé à  $\vec{u}_{AB}$  : il y a attraction de  $B$  vers  $A$ .