

ECONOMIE

Analyse
des séries
temporelles
en économie

puf

Régis Bourbonnais
Michel Terraza

023831819

33

Analyse des séries temporelles
en économie

BERNARD MAILLARD, JÜRGEN SCHALZ, SAM
YVES JEROMATI

Analyse
des séries temporelles
en économie

RÉGIS BOURBONNAIS

*Maître de conférences
à l'Université de Savoie-Dauphine*

MICHEL TERRAZA

Professeur à l'Université de Perpignan

D2

2001 - 100696

« ÉCONOMIE »
COLLECTION DIRIGÉE
PAR CLAUDE JESSUA, CHRISTIAN LABROUSSE
ET DANIEL VITRY

ÉCONOMIE

Analyse des séries temporelles en économie

RÉGIS BOURBONNAIS

*Maître de conférences
à l'Université de Paris-Dauphine*

MICHEL TERRAZA

Professeur à l'Université de Perpignan



PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE

DL- 12.07.2001

30815

ÉCONOMIE

ÉCONOMIE MONÉTAIRE

REVUE ÉCONOMIQUE

DE LA SOCIÉTÉ

Analyse

des séries temporelles

en économie

RÉGIS BOURBONNAIS

Membre du conseil

à l'Université de Paris-Dauphine

MICHEL TERRAZA

Professeur à l'Université de Paris

ISBN 2 13 049370 x

Dépôt légal — 1^{re} édition : 1998, juin

© Presses Universitaires de France, 1998

108, boulevard Saint-Germain, 75006 Paris



PRESSES UNIVERSITAIRES

Sommaire

Introduction	11
---------------------------	----

PARTIE I

L'ANALYSE CLASSIQUE DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES

CHAPITRE 1 — L'ANALYSE DE LA SAISONNALITÉ	15
1. Les tests de détection de la saisonnalité	15
1.1. <i>La représentation graphique et le tableau de Buys-Ballot</i>	15
1.2. <i>Analyse de la variance et test de Fisher</i>	17
1.3. <i>La fonction d'autocorrélation</i>	20
1.4. <i>Le spectre</i>	24
2. Les tests de schéma	25
2.1. <i>Le test de la bande</i>	25
2.2. <i>Le test de Buys-Ballot</i>	25
3. Les méthodes de désaisonnalisation	27
3.1. <i>Les méthodes de désaisonnalisation par régression</i>	28
3.1.1. <i>Régression sur le temps</i>	28
3.1.2. <i>Régression sur fonction trigonométrique</i>	30
3.1.3. <i>Régression sur variables indicatrices</i>	33
3.2. Les méthodes de filtrage	35
3.2.1. <i>Les moyennes mobiles simples</i>	36
3.2.2. <i>Désaisonnalisation par les moyennes mobiles simples</i>	36
3.2.3. <i>Les méthodes CENSUS</i>	37
3.2.4. <i>La démodulation complexe</i>	39

CHAPITRE 2 — PRÉVISION D'UNE SÉRIE CHRONOLOGIQUE	43
1 / Prévision d'une chronique non saisonnière	43
1.1. <i>Analyse par régression</i>	44
1.2. <i>Le lissage exponentiel</i>	45
1.2.1. Le Lissage Exponentiel Simple (LES)	46
1.2.1.1. Formulation générale	46
1.2.1.2. Utilisation du LES	49
1.2.2. Le lissage exponentiel double (LED)	54
1.2.2.1. Formulation générale	54
1.2.2.2. L'utilisation du LED	56
1.2.2.3. Le modèle avec tendance de Holt	59
1.2.3. Le lissage exponentiel généralisé (LEG)	60
2 / Prévision d'une chronique saisonnière	62
2.1. <i>Analyse par régression</i>	62
2.2. <i>Utilisation des coefficients saisonniers</i>	63
2.3. <i>Prévision par lissage exponentiel de Holt-Winters</i>	67

PARTIE II

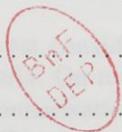
TRAITEMENT DES SÉRIES TEMPORELLES RÉALISATIONS DE PROCESSUS ALÉATOIRES

CHAPITRE 3 — PROCESSUS ALÉATOIRES STATIONNAIRES ET PROCESSUS ARMA	77
1 / Définitions	77
2 / Les processus stationnaires	79
2.1. <i>Définition d'un processus stationnaire au sens strict : la stationnarité forte</i>	79
2.2. <i>La stationnarité d'ordre deux des processus : la stationnarité faible</i>	80
2.3. <i>Le processus Bruit Blanc (White Noise)</i>	80
2.4. <i>L'ergodicité</i>	81
3 / La classe des processus aléatoires ARMA linéaires et stationnaires	83
3.1. <i>Le théorème de décomposition de Wold</i>	83
3.2. <i>Propriétés de l'opérateur retard</i>	85
3.3. <i>Définition des processus ARMA</i>	85
3.3.1. Les processus MA et AR	85
3.3.2. Les processus ARMA non saisonniers	87
3.4. <i>La stationnarité et l'inversibilité des processus</i>	88
3.4.1. Conditions de stationnarité et d'inversibilité	88
3.4.2. Recherche des conditions de stationnarité et d'inversibilité des processus ARMA	89

3.5. Les processus ARMA saisonniers	94
3.6. Les processus ARMA non saisonniers et saisonniers à la fois ...	95
CHAPITRE 4 — LES PROCESSUS ALÉATOIRES DANS LE DOMAINE DES FRÉQUENCES	103
1 / Filtrage linéaire d'un processus aléatoire	103
1.1. Définitions	103
1.2. La fonction de réponse impulsionnelle et la fonction de réponse en fréquence du filtre	104
1.3. Fonction de transfert, fonction de gain et fonction de phase du filtre	106
1.4. Exemples de filtres linéaires	109
1.4.1. Le filtre aux différences d'ordre p non saisonnier	109
1.4.2. Le filtre aux différences d'ordre p saisonnier	111
1.4.3. Le filtre de la moyenne mobile simple	112
1.4.4. Les combinaisons de filtres	114
2 / Le spectre d'un processus aléatoire	118
2.1. Les théorèmes de représentation	118
2.2. Le spectre d'une série temporelle filtrée	120
2.3. Le spectre d'une chronique ou l'estimateur spectral	121
2.4. La lecture d'un spectre	124
3 / Le spectre d'un processus ARMA	129
CHAPITRE 5 — LES PROCESSUS ALÉATOIRES NON STATIONNAIRES	139
1 / Description des processus TS et DS	140
1.1. Les processus TS	140
1.2. Les processus DS	141
1.3. Conséquences d'une mauvaise stationnarisation du processus ...	143
1.3.1. Conséquence sur un processus TS	143
1.3.2. Conséquence sur un processus DS	144
2 / Tests de racines unitaires non saisonnières	149
2.1. Les tests de Dickey-Fuller simples	149
2.1.1. Les modèles de base	149
2.1.2. Principe des tests de Dickey-Fuller	151
2.1.3. Les tests d'hypothèses jointes	152
2.2. Les tests de Dickey et Fuller augmentés	155
2.2.1. Transformations des modèles de base	155
2.2.2. Principes du test DFA et tests d'hypothèses jointes	157
2.3. Les prolongements des tests de Dickey-Fuller	164

3 / Tests de racines unitaires saisonnières	166
3.1. Les modèles de base	166
3.2. Le test de Hylleberg, Engle, Granger et Yoo (HEGY)	167
3.3. Le test de Franses	169
4 / Les processus ARIMA	172
4.1. Les processus ARIMA non saisonniers	173
4.2. Les processus ARIMA purement saisonniers (modèles SARIMA) ..	173
4.3. Les processus ARIMA non saisonniers et saisonniers à la fois ...	174
CHAPITRE 6 — L'IDENTIFICATION DES PROCESSUS ARMA	177
1 / La fonction d'autocorrélation et la fonction d'autocorrélation partielle	178
1.1. La fonction d'autocorrélation	178
1.2. La fonction d'autocorrélation partielle	179
2 / Les caractéristiques des processus AR(p)	181
3 / Les caractéristiques des processus MA(q)	186
4 / Les caractéristiques des processus ARMA(p, q)	190
5 / Simulations et exercices	193
5.1. Limite à l'utilisation des fonctions d'autocorrélation	193
5.2. Exercices	195
6 / La pratique de l'identification des processus	201
6.1. La fonction d'autocorrélation inverse et la fonction d'autocorréla- tion partielle inverse	202
6.2. La fonction d'autocorrélation étendue	206
6.3. Les autres méthodes d'identification	206
CHAPITRE 7 — L'ESTIMATION, LES TESTS DE VALIDATION ET LA PRÉVISION DES PROCESSUS ARMA	213
1 / Le problème de l'estimation	213
1.1. Détermination de la vraisemblance des processus ARMA	214
1.2. Les méthodes d'estimation	215
1.2.1. Les moindres carrés conditionnés	215
1.2.2. La méthode de la prévision arrière de Box et Jenkins	215
1.2.3. Les algorithmes d'optimisation non linéaire	216

2. Les tests statistiques de validation	217
2.1. <i>Le test de redondance</i>	217
2.2. <i>Le test de Student des paramètres</i>	217
2.3. <i>Le coefficient de détermination</i>	218
2.4. <i>Les tests de bruit blanc normal</i>	218
2.4.1. <i>Test de nullité de la moyenne des résidus</i>	218
2.4.2. <i>Tests d'existence d'une tendance</i>	219
2.4.3. <i>Tests de recherche d'autocorrélation</i>	220
2.4.4. <i>Tests d'homoscédasticité</i>	223
2.4.5. <i>Tests de normalité</i>	224
2.5. <i>Les critères de comparaison de modèles</i>	227
3. La prévision	229
3.1. <i>Les transformations de départ</i>	229
3.2. <i>Calcul du prédicteur</i>	231
CHAPITRE 8 — INTRODUCTION AUX MODÈLES ARCH	245
1. Présentation générale et problématique	246
2. Modèle de régression de type ARCH	247
2.1. <i>Spécification du modèle</i>	247
2.2. <i>Propriétés d'un modèle ARCH(1)</i>	247
3. Test d'un modèle de type ARCH	249
4. Procédure d'estimation et prévision	250
5. Processus de type GARCH	255
5.1. <i>Spécification</i>	255
5.2. <i>Test et estimation de modèle de type GARCH</i>	255
6. Autres processus : variantes des processus ARCH	259
6.1. <i>Processus de type ARCH-M et GARCH-M</i>	259
6.2. <i>Processus de type GARCH-DM, GARCH-DLM et TARCH</i>	260
Liste des exercices	261
Bibliographie	263
Index	273



Introduction

L'analyse des séries temporelles a considérablement évolué ces vingt dernières années : les progrès méthodologiques alliés à l'utilisation banalisée des micro-ordinateurs (et des logiciels dédiés) font que la présentation et l'enseignement de cette discipline a connu de profonds bouleversements. Auparavant, le cours d'analyse de série temporelle était réservé aux maîtrises d'économétrie ; ce cours fait maintenant partie intégrante de la plupart des maîtrises en sciences économiques ou sciences de gestion. En effet, les applications sont multiples et concernent des disciplines très diverses : la prévision macro-économique, la finance, le marketing, etc.

Ce livre présente donc, les méthodes de prévision à court terme réalisées à partir de l'analyse de séries chronologiques. Ces prévisions peuvent être élaborées à partir d'une seule série chronologique, c'est le cas univarié ou bien être le résultat de plusieurs séries chronologiques que l'on met en relation, c'est le cas multivarié ; nous nous bornons, volontairement, dans le cadre de cet ouvrage, au cas univarié.

Deux grandes familles de méthodes sont abordées :

- tout d'abord, en partie I, la description de méthodes standards de traitement des séries temporelles : régression, désaisonnalisation, lissage exponentiel ;
- puis en partie II, la chronique est considérée comme un échantillon d'un processus aléatoire univarié. On traite alors de l'analyse spectrale, des problèmes de stationnarisation et des modèles ARIMA qui fondent l'algorithme de Box et Jenkins. Un dernier chapitre présente succinctement les modèles de type ARCH.

Les exposés théoriques sont illustrés par de nombreux exemples et exercices, traités parfois à partir des logiciels TSP-Eviews, Excel ou Pist-Assistance¹, qui permettent ainsi au lecteur de se familiariser de manière concrète à la pratique du traitement des séries chronologiques.

Des notions d'économétrie et de statistiques d'un niveau de maîtrise en sciences économiques sont indispensables à la compréhension des développements théoriques.

Dans ce livre, nous voulons donner au lecteur (étudiants, chercheurs, économistes d'entreprise) tous les éléments tant théoriques (sans démonstration et exposé superflus) que pratiques lui permettant de résoudre les problèmes auxquels il est confronté dans la manipulation des séries temporelles².

Afin que le lecteur puisse lui-même refaire les exercices, les données utilisées ainsi que les programmes de traitement « Batch » de Tsp-Eviews sont disponibles par téléchargement sur le serveur web : <http://www.dauphine.fr/cip/pages/bourbonnais/>.

1. TSP-Eviews est édité par la société QMS Software, Excel par Microsoft et Pist-Assistance par la Socrees (fax : 04 67 84 83 74).

2. Les lecteurs souhaitant faire des commentaires peuvent contacter les auteurs : Régis Bourbonnais, UFR Économie appliquée, Université de Paris-Dauphine, place du Maréchal-de-Latre-de-Tassigny, 75775 Paris cedex 16, E-mail : Bourbonn@Dauphine.fr ou Michel Terraza, Lameta, Université de Montpellier I, avenue de la Mer, BP 9606, 34054 Montpellier cedex 1, E-mail : mterraza@secco.univ-montp1.fr

PREMIÈRE PARTIE

L'ANALYSE CLASSIQUE DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES

Une série temporelle ou encore chronique est une succession d'observations au cours du temps représentant un phénomène économique (prix, ventes...) ; par hypothèse, le pas du temps est considéré constant : l'heure, le jour, le mois, le trimestre, l'année. Nous supposons également que la chronique ne contient ni observations manquantes, ni valeurs aberrantes ou accidentelles sur toute la période d'observation. La valeur courante en t de la chronique est notée x_t , où t le temps est compris entre 1 et n avec n le nombre total d'observations de la chronique. On appelle h le nombre de points ou de valeurs à prévoir de la chronique. La prévision de la série temporelle – de $(n + 1)$ à $(n + h)$ connaissant l'historique de x_1 à x_n – porte le nom d'horizon de la prévision.

Il est toujours utile, en première analyse, de représenter l'évolution temporelle d'un phénomène à l'aide d'un graphique ayant en ordonnée la valeur du phénomène économique x_t et en abscisse le temps t . Comme le temps est discret, le graphique obtenu est un diagramme en bâtons. Par tradition, on retient le polygone des fréquences de la représentation nommé : profil temporel de la chronique.

Les techniques traditionnelles de traitement des chroniques procèdent par décomposition puis recombinaison de la chronique pour effectuer la prévision. Cette approche suppose que la structure de la chronique peut être décomposée en éléments simples (modélisables), et donc plus facilement prévisibles, pour ensuite être reconstituée pour donner la prévision de la chronique.

Les premières études sur les chroniques ont amené à considérer de façon standard quatre grandes composantes :

— La tendance ou « trend » notée T_t , censée décrire le mouvement de long terme, de fond ou encore structurel du phénomène. Ce mouve-

ment est traditionnellement représenté par des formes analytiques simples : polynomiales, logarithmiques, exponentielles, cycliques, logistiques. C'est ainsi qu'en économie la tendance contient des cycles longs de Kondratieff (cycle aperiodique de 40 à 60 ans), de Kuznets (20 ans), des cycles de Juglar (cycle de crise de 10 ans)...

— La composante cyclique notée C_t . En conjoncture, elle est représentée par le cycle de Kitchin d'une période de 4 à 5 ans. Dans la plupart des travaux sur les séries temporelles, la tendance et le cycle sont regroupés en une seule composante appelée l'extra-saisonnier E_t .

— La composante saisonnière notée S_t : composante cyclique relativement régulière de période intra-annuelle et qui correspond souvent à des phénomènes de mode, de coutume, de climat...

— La composante résiduelle notée R_t . Elle rassemble tout ce que les autres composantes n'ont pu expliquer du phénomène observé. Elle contient donc de nombreuses fluctuations, en particulier accidentelles, dont le caractère est exceptionnel et imprévisible (catastrophes naturelles, grèves, guerres...). Comme par hypothèse ce type d'événement est censé être corrigé, le résidu présente — en général — une allure aléatoire plus ou moins stable autour de sa moyenne.

Remarquons que ces différentes composantes s'entendent pour des séries économiques, le plus souvent, mensuelles ou trimestrielles liées à la conjoncture. Dans le domaine de l'entreprise, les composantes sont conservées mais les périodicités sont parfois différentes (hebdomadaire par exemple).

La technique de décomposition-recomposition repose, bien évidemment, sur un modèle qui l'autorise. Ce modèle porte le nom de schéma de décomposition. Il en existe essentiellement trois grands types :

— Le schéma additif qui suppose l'orthogonalité (indépendance) des différentes composantes. Il s'écrit : $x_t = E_t + S_t + R_t$. Dans ce schéma la saisonnalité est rigide en amplitude et en période.

— Le schéma multiplicatif : $x_t = E_t \times S_t + R_t$, dans lequel la composante saisonnière est liée à l'extra-saisonnier (saisonnalité souple avec variation de l'amplitude au cours du temps).

— Le schéma multiplicatif complet : $x_t = E_t \times S_t \times R_t$ (interaction générale des trois composantes). Il est actuellement le plus utilisé en économie. Il est commode puisque le logarithme de la chronique conduit au schéma additif.

En définitive, dans ces méthodes traditionnelles, deux questions sont importantes : l'existence d'une saisonnalité et le type de schéma à retenir ; elles constituent le chapitre I de cette partie. Nous examinons par la suite (chapitre II) les techniques de prévision.

L'analyse de la saisonnalité

L'étude de la saisonnalité est un préalable au traitement d'une série chronologique. En effet, lorsque cette composante existe, il convient de l'isoler afin de pouvoir analyser les autres caractéristiques.

Une désaisonnalisation systématique, sans tester l'existence de cette composante, viendrait à créer un « bruit » nuisible à l'analyse de la chronique et donc à dégrader la qualité de la prévision. Dans ce chapitre, nous allons, par conséquent, présenter les techniques permettant de tester l'existence d'une composante saisonnière, puis nous examinons les méthodes de désaisonnalisation.

1 / Les tests de détection de la saisonnalité

1.1. La représentation graphique et le tableau de Buys-Ballot

L'analyse graphique d'une chronique suffit, parfois, pour mettre en évidence une saisonnalité. Néanmoins, si cet examen n'est pas révélateur ou en cas de doute, le tableau de Buys-Ballot permet d'analyser plus finement l'historique. La figure 1 des ventes trimestrielles d'un produit festif indique une saisonnalité marquée au quatrième trimestre, ce que nous pouvons confirmer à l'aide du tableau de Buys-Ballot.

Le tableau de Buys-Ballot est un tableau à deux entrées dans lequel sont consignées les valeurs de x_t . Il est constitué (cf. tab. 1) en ligne par

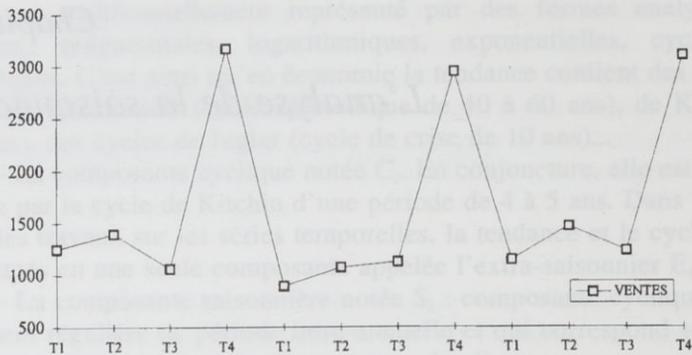


FIGURE 1. – Ventes trimestrielles.

les années et en colonne par le facteur à analyser (mois, trimestre...). Les moyennes et les écarts types des années et des trimestres (ou des mois selon le cas) sont calculés ainsi que pour l'ensemble des observations de la chronique.

Nous pouvons alors classer les trimestres pour chaque année par valeurs décroissantes (cf. tab. 2).

La lecture du tableau 2 indique la persistance du trimestre T4 à se classer en première position quelle que soit l'année et la position de « creux » occupée par le trimestre T1, ce qui nous conduit à retenir l'existence d'une saisonnalité.

TABLEAU 1. – Exemple de constitution d'un tableau de Buys-Ballot pour des ventes trimestrielles

DATES	T1	T2	T3	T4	Moyenne	Écart type
1994	1248	1392	1057	3159	1714	842.69
1995	891	1065	1118	2934	1502	831.02
1996	1138	1456	1224	3090	1727	795.48
Moyenne	1092	1304	1133	3061	Moyenne générale	Écart type général
Écart type	149	171	69	94	1647.7	829.74

TABLEAU 2. – Classement des trimestres en fonction de leurs valeurs.

Années				
1994	T4	T2	T1	T3
1995	T4	T3	T2	T1
1996	T4	T2	T3	T1

1.2. Analyse de la variance et test de Fisher

L'examen visuel du graphique ou du tableau ne permet pas toujours de déterminer avec certitude l'existence d'une saisonnalité, de surcroît il interdit l'automatisme de traitement qui peut s'avérer nécessaire dans le cas d'un nombre important de séries à examiner. Le test de Fisher à partir de l'analyse de la variance permet de pallier ces deux inconvénients.

Ce test¹ suppose la chronique sans tendance ou encore sans extra-saisonnalité. Dans le cas contraire cette composante sera éliminée par une régression sur le temps (extra-saisonnalité déterministe), ou par une procédure de filtrage (extra-saisonnalité aléatoire).

Soit :

N le nombre d'années,

p le nombre d'observations (la périodicité) dans l'année (trimestre $p = 4$, mois $p = 12$, etc.).

x_{ij} la valeur de la chronique pour la i -ème année ($i = 1, \dots, N$) et la j -ème période ($j = 1, \dots, p$) supposée telle que $x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}$; les e_{ij} sont les résidus considérés comme aléatoires formés d'éléments indépendants : $e_{ij} \rightarrow N(0; \sigma^2)$.

Les m_{ij} sont les éléments d'une composante de la chronique qui s'écrivent : $m_{ij} = a_i + b_j$ avec b_j qui mesure l'effet période en colonne du tableau et a_i qui mesure l'effet année en ligne du tableau.

Deux effets absents sont testés contre deux effets significativement présents :

- si l'effet période (ici trimestre) est significatif, la série est saisonnière ;
- si l'effet année est significatif, ceci suggère deux interprétations.

- La chronique de départ n'a pas été transformée, elle possède alors des paliers horizontaux.

- La chronique a été transformée, des changements de tendance existent dans la chronique.

Le déroulement du test est le suivant :

a) Calcul de la variance totale du tableau

Soit S_T la somme totale des carrés :

$$S_T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (x_{ij} - x_{..})^2 \text{ avec}$$

$$x_{..} = \frac{1}{N \times p} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p x_{ij} : \text{moyenne générale de la chronique sur les } N \times p \text{ observations.}$$

1. J.-C. Laloire, 1972.

$$x_{i.} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p x_{ij} : \text{moyenne de l'année } i$$

$$x_{.j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij} : \text{moyenne de la période } j$$

Comme $x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}$, avec $e_{ij} \rightarrow N(0; \sigma^2)$ et m_{ij} = effet période + effet année, nous obtenons :

$$\begin{aligned} S_T &= \sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{..})^2 \\ &= \sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{i.} + x_{i.} - x_{.j} + x_{.j} + x_{..} - x_{..} - x_{..})^2 \\ &= \sum_i \sum_j [(x_{i.} - x_{..}) + (x_{.j} - x_{..}) + (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})]^2 \\ &= \sum_i \sum_j (x_{i.} - x_{..})^2 + \sum_i \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2 + \sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2 \\ &\quad + (\text{terme rectangle nul}) \\ &= p \sum_i (x_{i.} - x_{..})^2 + N \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2 + \sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2 \end{aligned}$$

$$S_T = S_A + S_p + S_R$$

(année) (période) (résidus)

Le tableau 3 présente les calculs intermédiaires avec les notations précédentes.

TABLEAU 3. - Calculs des moyennes par année et par période.

Années \ Périodes	1	...	j	...	p	Moyennes années
1	x_{11}		x_{1j}		x_{1p}	
...						
i	x_{i1}		x_{ij}		x_{ip}	$x_{i.} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p x_{ij}$
...						
N	x_{N1}		x_{Nj}		x_{Np}	
Moyennes périodes			$x_{.j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij}$			$x_{..} = \frac{1}{Np} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^N x_{ij}$

TABLEAU 4. - Analyse de la variance pour détecter une saisonnalité et/ou une tendance.

Somme des carrés	degré de liberté	Désignation	Variance
$S_p = N \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2$	$p - 1$	Variance périodes	$V_p = \frac{S_p}{p - 1}$
$S_A = p \sum_i (x_{i.} - x_{..})^2$	$N - 1$	Variance année	$V_A = \frac{S_A}{N - 1}$
$S_R = \sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2$	$(p - 1) \times (N - 1)$	Variance résidu	$V_R = \frac{S_R}{(p - 1)(N - 1)}$
S_T	$N \times p - 1$	Variance totale	$V_T = \frac{S_T}{N \times p - 1}$

Nous utilisons ces résultats pour effectuer l'analyse de la variance de la série (tab. 4).

A partir de ce tableau 4, nous pouvons construire les tests d'hypothèses.

b) Test de l'influence du facteur colonne (période, mois ou trimestre : $H_0 =$ pas d'influence)

Calcul du Fisher empirique $F_c = \frac{V_P}{V_R}$ que l'on compare au Fisher lu dans la table :

$$F_{v_1; v_2}^{\alpha} \text{ à } v_1 = p - 1 \text{ et } v_2 = (N - 1)(p - 1) \text{ degrés de liberté.}$$

Si le Fisher empirique est supérieur au Fisher lu dans la table, on rejette l'hypothèse H_0 , la série est donc saisonnière.

c) Test de l'influence du facteur ligne (année : $H_0 =$ pas d'influence)

Calcul du Fisher empirique $F_c = \frac{V_A}{V_R}$ que l'on compare au Fisher lu dans la table :

$$F_{v_3; v_2}^{\alpha} \text{ à } v_3 = N - 1 \text{ et } v_2 = (N - 1)(p - 1) \text{ degrés de liberté.}$$

Si le Fisher empirique est supérieur au Fisher lu, on rejette l'hypothèse H_0 , la série est donc affectée d'une tendance.

EXERCICE 1. – Test de détection de la saisonnalité à partir des données du tableau 1

On demande d'effectuer le test de détection de saisonnalité et de tendance à partir des données du tableau 1.

Solutions

Nous trouvons les résultats suivants ($p = 4, N = 3$) :

$$x_{..} = 1\,647,67 ;$$

$$x_{1.} = 1\,714 ; x_{2.} = 1\,502 ; x_{3.} = 1\,727$$

$$x_{.1} = 1\,092,33 ; x_{.2} = 1\,304,33 ; x_{.3} = 1\,133 ; x_{.4} = 3\,061$$

$$S_p = 8\,066\,015,31 ; S_A = 127\,650,68 ; S_R = 68\,026,67 ;$$

$$S_T = S_A + S_p + S_R = 8\,261\,692,66$$

a) Test de saisonnalité : $F_c = \frac{S_p/3}{S_R/6} = 237,14$ que l'on compare à $F_{3;6}^{0,05} = 4,76$. La série est donc saisonnière.

b) Test de tendance : $F_c = \frac{S_A/2}{S_R/6} = 5,63$ que l'on compare à $F_{2;6}^{0,05} = 5,14$, l'hypothèse H_0 est rejetée ; la chronique est affectée d'une tendance à la limite de la significativité.

1.3. La fonction d'autocorrélation

On appelle coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 le coefficient de corrélation linéaire calculé entre la série chronologique et cette même série décalée d'une période de temps. Les coefficients d'autocorrélation sont calculés pour des ordres allant de 0 à K, K étant le décalage maximum admissible (en général $\frac{n}{6} \leq K \leq \frac{n}{3}$ ou $K = \frac{n}{5}$ si $n \geq 150$) pour que le coefficient d'autocorrélation ait un sens (cf. tab. 5).

TABLEAU 5. - Exemple de calcul d'une autocorrélation

						retards	autocorrélation	
1	2	3	...	t	...	n	0	$r_0 = 1$
	1	2	3	...	t-1	n-1	1	r_1
		1	2	3	t-2	n-2	2	r_2
				
					t-k	...n-k	k	r_k
				
					t-K	...n-K	K	r_K

La représentation graphique de la fonction d'autocorrélation (notée FAC) est appelée corrélogramme comme l'illustre la figure 2.

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre k est donné par :

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (x_t - \bar{x}_1) (x_{t-k} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{t=k+1}^n (x_t - \bar{x}_1)^2 \sum_{t=k+1}^n (x_{t-k} - \bar{x}_2)^2}} =$$

$$\frac{\sum_{t=k+1}^n x_t x_{t-k} - (n-k) \bar{x}_1 \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\sum_{t=k+1}^n (x_t^2 - (n-k) \bar{x}_1^2) \right) \left(\sum_{t=k+1}^n (x_{t-k}^2 - (n-k) \bar{x}_2^2) \right)}}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n x_t \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n x_{t-k}$$

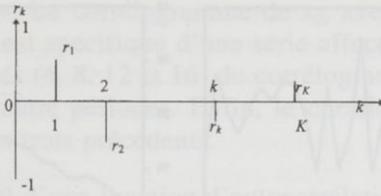


FIGURE 2. - Exemple de corrélogramme.

Le test de signification sur le coefficient r_k permet de sélectionner les coefficients d'autocorrélation significativement différents de 0 ; il s'effectue comme pour un coefficient de corrélation linéaire simple. Soit ρ_k la valeur vraie de r_k et l'hypothèse $H_0 : \rho_k = 0$.

Sous cette hypothèse la quantité $t_c = \frac{|r_k|}{\sqrt{1 - r_k^2}} \sqrt{n - 2}$ obéit à une loi de Student à $n - 2$ degrés de liberté. Si $t_c > t_{n-2}^{\alpha/2}$, l'hypothèse H_0 est acceptée, avec $t_{n-2}^{\alpha/2}$ valeur de la loi de Student au seuil α à $n - 2$ degrés de liberté.

Pour n grand, si la série est sans tendance et de variance relativement constante au cours du temps, nous pouvons poser $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}$ (\bar{x} = moyenne de la série chronologique), $\text{Var}(x_t) = \text{Var}(x_{t-k})$ et nous pouvons écrire la formule simplifiée suivante :

$$r_k = \frac{R_k}{R_0} \text{ avec } R_k = \frac{1}{n - k} \sum_{t=k+1}^n (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x}) \text{ et } R_0 = \text{Var}(x_t)$$

Les graphiques suivants indiquent l'allure « attendue » de la fonction d'autocorrélation dans des cas simples. Ils permettent de vérifier que la FAC joue bien le rôle de décomposition temporelle de la chronique. Soit les quatre processus x_{1t} , x_{2t} , x_{3t} et x_{4t} générés artificiellement et dont les représentations graphiques sont présentées à la figure 3.

$$\begin{aligned} x_{1t} &= R_t & (R_t = \text{variable aléatoire gaussienne}) \\ x_{2t} &= a_1 t + a_0 + R_t & (t = \text{tendance } t = 1, \dots, n) \\ x_{3t} &= S_t + R_t & (S_t = \text{saisonnalité pure de quatre périodes}) \\ x_{4t} &= a_1 t + a_0 + S_t + R_t \end{aligned}$$

Les corrélogrammes respectifs de chacun des processus sont présentés sur la figure 4.

Les termes du corrélogramme de x_{1t} sont tous faibles à l'exception (fortuite) d'un seul, ceci est caractéristique d'une variable aléatoire de

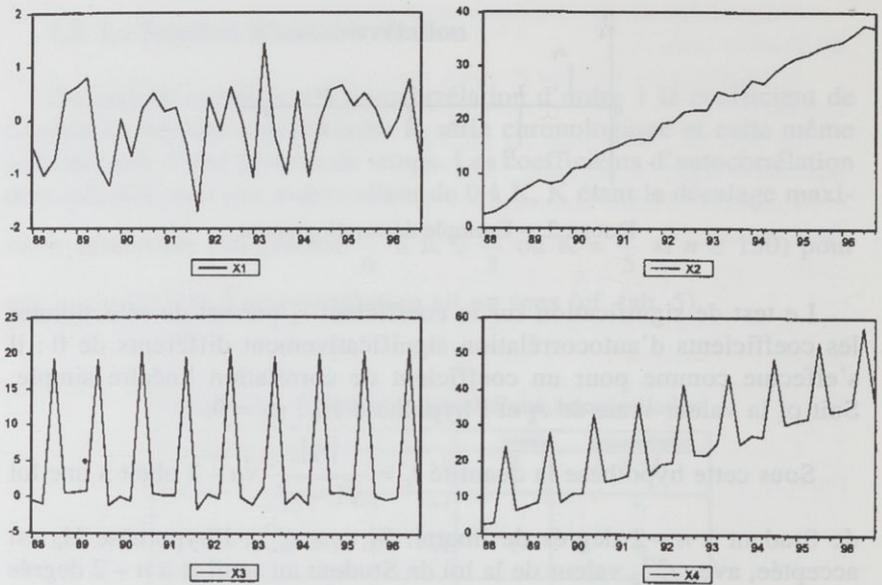


FIGURE 3. – Représentation graphique des processus analysés

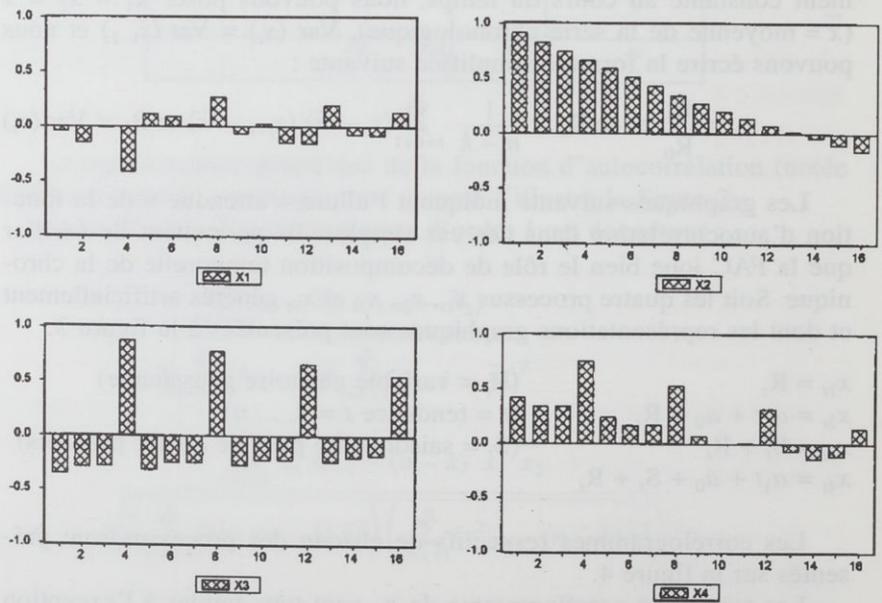


FIGURE 4. – Corrélogrammes des quatre processus.

type « bruit blanc¹ ». Le corrélogramme de x_{2t} avec une décroissance lente de ces termes est spécifique d'une série affectée d'une tendance. Les termes très élevés (4, 8, 12 et 16) du corrélogramme de x_{3t} révèlent la saisonnalité de quatre périodes. Enfin, le corrélogramme de x_{4t} est une combinaison des trois précédents.

EXERCICE 2. – Calcul d'une fonction d'autocorrélation

A partir des données relatives aux ventes du tableau 1, on demande de calculer la FAC avec son intervalle de confiance.

Solution

Nous allons détailler sur le tableau 6 les calculs pour un coefficient, par exemple r_2 , c'est-à-dire la corrélation entre x_t et x_{t-2} .

TABLEAU 6. – Exemple de calcul pour un coefficient d'autocorrélation d'ordre 2.

t	x_t	x_{t-2}	$(x_t - \bar{x}_1)(x_{t-2} - \bar{x}_2)$	$(x_t - \bar{x}_1)^2$	$(x_{t-2} - \bar{x}_2)^2$
1	1057	1248	195360.56	431162.99	88518.15
2	3159	1392	-222259.17	2090540.47	23629.84
3	891	1057	402349.24	676391.15	239336.23
4	1065	3159	-1045292.60	419813.28	2602672.82
5	1118	891	390149.56	354775.05	429051.24
6	2934	1065	-586700.47	1490767.59	230899.47
7	1138	1118	246239.35	330659.57	183372.34
8	1456	2934	-357132.95	66167.26	1927598.84
9	1224	1138	199297.67	239052.53	166154.12
10	3090	1456	-123679.42	1896046.27	8067.63
Somme	17132.30	15458.20	-901668.23	7995376.17	5899300.68

$$\bar{x}_1 = 1713,2 \text{ et } \bar{x}_2 = 1545,8$$

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^n (x_t - \bar{x}_1)(x_{t-2} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (x_t - \bar{x}_1)^2 \sum_{t=3}^n (x_{t-2} - \bar{x}_2)^2}}$$

$$= \frac{-901\,668,23}{\sqrt{5\,899\,300,68} \sqrt{7\,995\,376,17}} = -0,13$$

Le t empirique est égal pour $n = 10$ et $r_k = -0,13$:

$$t_c = \frac{|r_k|}{\sqrt{1 - r_k^2}} \sqrt{n - 2} = 0,38.$$

Le coefficient n'est pas significativement différent de 0.

1. Nous examinons, en détail, au chapitre III les caractéristiques d'un Bruit Blanc.

Le tableau 7 indique l'ensemble des valeurs de la fonction d'auto-corrélation et la figure 5 présente le corrélogramme. Ce graphique indique un coefficient d'autocorrélation d'ordre 4 significativement différent de 0 ; la périodicité des données étant trimestrielle, ce « pic » est donc attribué à la saisonnalité des données.

TABLEAU 7. – Calcul d'une fonction d'autocorrélation.

Retards	r_k	n	t_c
0	1	12	-
1	-0.315	11	1.29
2	-0.132	10	0.38
3	-0.392	9	1.13
4	0.952	8	7.62

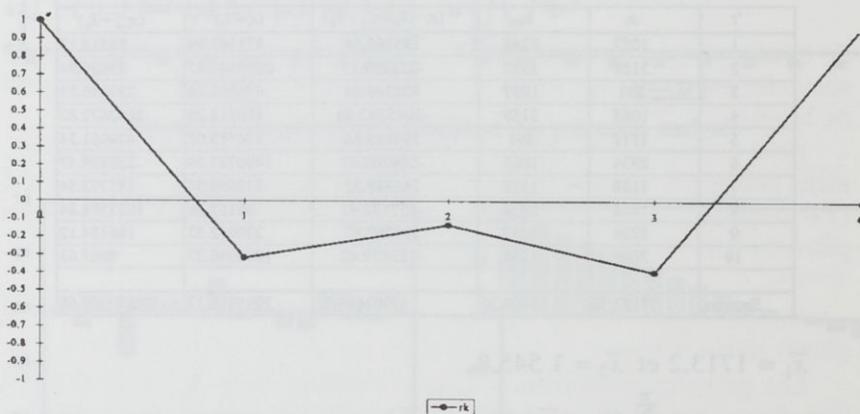


FIGURE 5. – Exemple de corrélogramme.

1.4. Le spectre

En première analyse le spectre de la chronique peut s'interpréter comme étant la décomposition de sa variance dans le domaine des fréquences. Le spectre est un graphique présentant en abscisse les fréquences d'apparition des cyclicités, ces fréquences s'expriment :

- en radians pour la pulsation ω ,
- en hertz pour la fréquence λ ,
- en unité de temps pour la période T ,

en ordonnée sont portées les valeurs du spectre qui peuvent être assimilées aux différentes variances des cyclicités de la fréquence ω , T ou λ .

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\lambda$$

A partir de ce graphe, nous pouvons mettre en évidence, dans la structure de la chronique, une cyclicité $[A \cos(\omega_0 t + \varphi)]$ de fréquence ω_0 , d'amplitude A et de phase φ , si la valeur spectrale en ω_0 est élevée.

Nous verrons ultérieurement (chap. IV) une définition plus rigoureuse de cet instrument ainsi que des simulations donnant la forme « attendue » du spectre.

2 / Les tests de schéma

La saisonnalité dans une chronique peut – ou non – être influencée par l'extra-saisonnier et/ou le résidu. C'est de l'existence de ces interactions que sont nés les schémas de décomposition des séries chronologiques : additif, multiplicatif et multiplicatif complet. Nous présentons deux techniques simples pour sélectionner le schéma.

2.1. Le test de la bande

Le « test de la bande » consiste à partir de l'examen visuel du graphique de l'évolution de la série brute à relier, par une ligne brisée, toutes les valeurs « hautes » et toutes les valeurs « basses » de la chronique. Si les deux lignes sont parallèles, la décomposition de la chronique peut se faire selon un schéma additif ; dans le cas contraire, le schéma multiplicatif semble plus adapté. L'examen visuel du graphique des données du tableau 1 révèle un schéma de type additif. Les figures 6 et 7 illustrent une interprétation du test de la bande.

2.2. Le test de Buys-Ballot

Le test de Buys-Ballot est fondé sur les résultats du tableau 1 (calcul des moyennes et des écarts-types par année). Le schéma est, par définition, additif si l'écart-type et la moyenne sont indépendants ; il

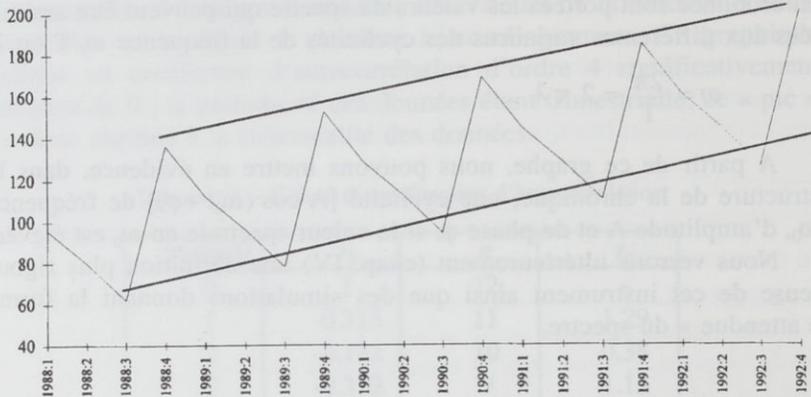


FIGURE 6. - Exemple de schéma additif.

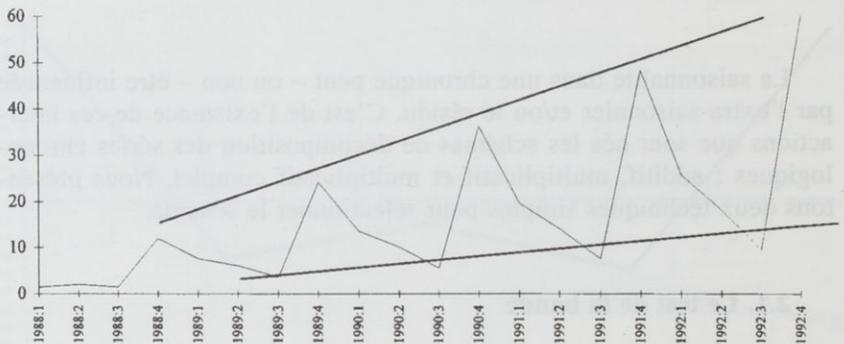


FIGURE 7. - Exemple de schéma multiplicatif.

est multiplicatif dans le cas contraire. Lorsque le nombre d'années est suffisant, nous pouvons estimer par la méthode des MCO les paramètres a_1 et a_0 de l'équation $\sigma_i = a_1 \bar{x}_i + a_0 + \varepsilon_i$. Dans le cas, où le coefficient a_1 n'est pas significativement différent de 0 (test de Student) alors on accepte l'hypothèse d'un schéma additif ; dans le cas contraire, nous retenons un schéma multiplicatif.

Bien qu'ici le nombre d'années (= 3) du tableau 1 soit très faible, nous procédons, à titre d'exemple, à l'estimation du modèle :

$$\sigma_i = -0,065 \bar{x}_i + 929,57 + e_i$$

$$(-0,35)$$

$$R^2 = 0,12$$

$$n = 3$$

(.) = t de Student.

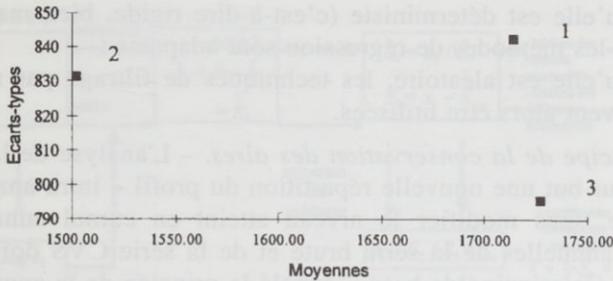


FIGURE 8. — Relation entre moyennes et écarts-types par année.

Le coefficient a_1 n'est pas significativement différent de 0, nous pouvons conclure à un schéma de type additif, comme l'illustre la figure 8.

Ces deux tests conduisent parfois à des résultats ambigus. Il est recommandé dans ce cas d'utiliser un schéma multiplicatif complet. De plus, lorsque le phénomène économique est observé sur un historique important, il arrive fréquemment que la structure de la chronique se modifie en passant d'un schéma additif à un schéma multiplicatif. Il convient donc de ne pas confondre la période historique avec le nombre d'observations : il est possible d'avoir beaucoup d'observations sur un laps de temps faible (des cours boursiers cotés en continu par exemple), où la structure de la chronique a peu de risque de se modifier.

3. Les méthodes de désaisonnalisation

Lorsque qu'une série chronologique est structurée par une saisonnalité, les comparaisons inter-temporelles du phénomène nécessitent une chronique corrigée des variations saisonnières notée CVS ou encore désaisonnalisée.

Désaisonnaliser une chronique, c'est éliminer la saisonnalité sans modifier les autres composantes de la chronique. C'est une opération délicate ce qui explique le grand nombre de méthodes de désaisonnalisation.

Le choix de la technique la mieux appropriée dépend de la nature déterministe ou aléatoire (stochastique) de la saisonnalité de la chronique :

A la lecture des résultats, le F du Fisher empirique et la statistique LM du multiplicateur de Lagrange laissent supposer une spécification de type ARCH(1). Les deux probabilités critiques sont inférieures à 0,05, nous sommes donc amenés à rejeter l'hypothèse H_0 : de nullité des coefficients α_i . Le test d'un ARCH(2) doit alors être effectué :

```
=====
ARCH Test:
=====
F-statistic      6.849449      Probability     0.001337
Obs*R-squared    12.98983       Probability     0.001511
=====

Test Equation:
LS // Dependent Variable is RESID^2
Sample(adjusted): 5 200
Included observations: 196 after adjusting endpoints
=====
Variable          Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
C                  1.531062    0.349598     4.379489   0.0000
RESID^2(-1)       0.259801    0.071538     3.631640   0.0004
RESID^2(-2)      -0.110554    0.071559    -1.544921   0.1240
=====
R-squared          0.066275    Mean dependent var 1.798191
Adjusted R-squared 0.056599    S.D. dependent var 4.487834
S.E. of regression 4.358981    Akaike info criter 2.959664
Sum squared resid 3667.138    Schwarz criterion 3.009840
Log likelihood     -565.1591    F-statistic      6.849449
Durbin-Watson stat 1.998003    Prob(F-statistic) 0.001337
=====
```

Le coefficient de l'ordre 2 de la variable RESID^2(-2) n'est pas significativement différent de 0, la spécification retenue est donc de type ARCH(1). L'estimation des paramètres peut alors être effectuée à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance (instruction TSP-Eviews) : ARCH(1,0) Y C Y(-1) Y(-2) :

```
=====
ARCH // Dependent Variable is Y
Sample(adjusted): 3 200
Included observations: 198 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 30 iterations
=====
Variable          Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
C                  10.62864    0.922755     11.51837   0.0000
Y(-1)             0.720159    0.058773     12.25329   0.0000
Y(-2)            -0.466412    0.061720     -7.556930  0.0000
=====

Variance Equation
=====
Variable          Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
C                  0.834369    0.113529     7.349424   0.0000
ARCH(1)           0.577808    0.143728     4.020151   0.0001
=====
R-squared          0.505516    Mean dependent var 14.28434
Adjusted R-squared 0.495268    S.D. dependent var 1.930592
S.E. of regression 1.371580    Akaike info criter 0.656854
Sum squared resid 363.0775    Schwarz criterion 0.739891
Log likelihood     -314.6268    F-statistic      49.32648
Durbin-Watson stat 1.642619    Prob(F-statistic) 0.000000
=====
```

Le modèle estimé s'écrit donc : $y_t = 10,6 + 0,72 y_{t-1} - 0,47 y_{t-2} + e_t$, dont les erreurs théoriques suivent un ARCH(1) : $\varepsilon_t = u_t \times h_t$ avec $u_t \rightarrow N(0,1)$ et $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ estimé par : $\hat{h}_t^2 = 0,83 + 0,58 \varepsilon_{t-1}^2$

5 / Processus de type GARCH

5.1. Spécification

Le modèle GARCH¹ est une généralisation (Generalized), due à Bollerslev (1986), des modèles de type ARCH. La spécification est la suivante :

$$y = Xa + \varepsilon \quad \text{avec}$$

$$\varepsilon_t = u_t \times h_t, \quad u_t \rightarrow N(0,1) \quad \text{et} \quad h_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \alpha(D)\varepsilon_t^2 + \beta(D)h_t^2$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2$$

qui est l'écriture d'un GARCH(p, q).

Remarques :

- si $q = 0$ on a un GARCH(p, q) = GARCH($p, 0$) = ARCH(p) et si $q = 0$ et $p = 0$ alors $\varepsilon_t \rightarrow n.i.d.$
- un processus de type GARCH(p, q) est équivalent à un processus de type ARCH(∞) ce que l'on peut démontrer par récurrence (en remplaçant h_t^2 par h_{t-1}^2 , etc.). Cette équivalence permet de déterminer les conditions de stationnarité d'un processus de type GARCH : $\alpha(1) + \beta(1) < 1$.

Les processus GARCH sont similaires aux processus ARMA usuels dans le sens où le degré q apparaît comme le degré de la partie de la moyenne mobile et p comme celui de l'autorégressive ; cela permet d'introduire des effets d'innovation. La variance conditionnelle est déterminée par le carré des p erreurs précédentes et des q variances conditionnelles passées.

5.2. Test et estimation de modèle de type GARCH

— *Test d'un modèle de type GARCH* : dans le cas d'une hétéroscédasticité conditionnelle supposée, on ne peut tester une spécification de type ARCH que contre une spécification de type GARCH.

1. T. Bollerslev (1986 et 1988).

Le test porte sur l'hypothèse nulle H_0 d'une erreur ARCH(p) contre l'hypothèse H_1 d'une erreur GARCH(p, q). On va donc tester l'hypothèse H_0 que les β_j sont nuls.

$H_0 : \beta_j = 0, j = 1, \dots, q$; contre l'hypothèse H_1 : Il existe au moins un β_j non nul.

Le test le plus approprié est celui du multiplicateur de Lagrange : $nR^2 \rightarrow \chi_q^2$ ($q =$ degré de liberté) où R^2 est le coefficient de détermination obtenu dans la régression par les MCO dans l'équation :

$$h_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \hat{\beta}_j h_{t-j}^2$$

Si $nR^2 > \chi_q^2$ lu dans la table à un seuil de confiance (en général 0,05) et q degrés de liberté alors on rejette l'hypothèse H_0 . Les erreurs obéissent à un processus GARCH(p, q).

— *Estimation d'un modèle de type GARCH* : la procédure d'identification des ordres p et q du GARCH est la même que pour l'identification des ordres d'un processus ARMA. L'estimation des paramètres du modèle peut se faire à l'aide de l'algorithme de Berndt, Hall ou bien celui de Hall et Hausman (1974) fondé sur une méthode de maximum de vraisemblance.

EXERCICE 3. — Étude d'un processus GARCH

Soit un processus y_t . On demande d'en étudier les propriétés et d'estimer les paramètres du modèle par une méthode adéquate.

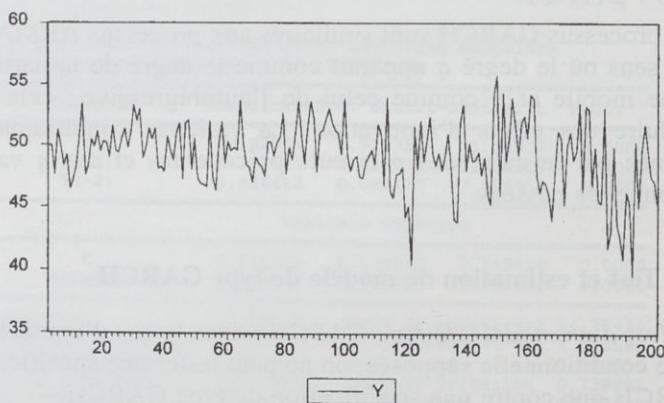


FIGURE 4. — Représentation du processus y_t .

Solutions

Cet exercice est résolu à partir de Micro TSP-EVIEWS.

L'étude complète (tests de spécifications...) de ce processus à partir de la méthodologie de Box et Jenkins laisse présager d'un ARMA(1, 1). L'estimation des paramètres conduit aux résultats suivants :

```

=====
LS // Dependent Variable is Y
Sample(adjusted): 2 200
Included observations: 199 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 13 iterations
=====

```

Variable	Coefficien	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.640027	4.419700	1.728630	0.0855
Y(-1)	0.844842	0.089653	9.423434	0.0000
MA(1)	-0.647512	0.126562	-5.116155	0.0000

```

=====
R-squared          0.116618      Mean dependent var 49.28626
Adjusted R-squared 0.107604      S.D. dependent var 2.762905
S.E. of regression 2.610026      Akaike info criter 1.933681
Sum squared resid  1335.198      Schwarz criterion  1.983328
Log likelihood     -471.7700      F-statistic        12.93726
Durbin-Watson stat 2.012038      Prob(F-statistic) 0.000005
=====

```

Le corrélogramme des résidus est le suivant :

```

=====
Sample: 2 200
Included observations: 199
=====

```

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
.		.		1-0.010-0.010	0.0199
*		*		2-0.078-0.078	1.2659 0.261
. *		. *		3 0.157 0.156	6.2703 0.043
.		.		4-0.026-0.031	6.4040 0.094
. *		. *		5 0.070 0.098	7.4263 0.115
.		.		6 0.007-0.024	7.4368 0.190
*		*		7-0.086-0.065	8.9717 0.175
.		*		8-0.054-0.086	9.5845 0.213
*		*		9-0.090-0.100	11.286 0.186
.		.		10 0.027 0.034	11.438 0.247
. *		. *		11 0.086 0.095	13.018 0.223
*		.		12-0.073-0.026	14.143 0.225
*		*		13-0.086-0.079	15.721 0.204
.		.		14-0.001-0.033	15.721 0.265
. *		. *		15 0.094 0.089	17.642 0.224

```

=====

```

La statistique de Q Ljung-Box indique un corrélogramme dont les termes ne sont pas significativement différents de 0, les résidus sont donc non corrélés.

Le corrélogramme des résidus carrés est le suivant :

```

=====
Sample: 2 200
Included observations: 199
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)
=====
Autocorrelation Partial Correlation AC PAC Q-Stat Prob
=====
. |*** | | |*** | 1 0.409 0.409 33.865
. |** | | |. | 2 0.215 0.057 43.232 0.000
. |** | | |* | 3 0.212 0.127 52.370 0.000
. |* | | |. | 4 0.110-0.029 54.861 0.000
. |* | | |. | 5 0.090 0.035 56.548 0.000
. |. | | |. | 6 0.043-0.032 56.936 0.000
. |. | | |. | 7 0.021 0.001 57.031 0.000
. |* | | |* | 8 0.151 0.161 61.789 0.000
=====

```

La statistique de Q Ljung-Box indique un corrélogramme dont les termes sont significativement différents de 0, une spécification de type ARCH est donc à retenir. Ceci est corroboré par la statistique du multiplicateur de Lagrange :

```

=====
ARCH Test:
=====
F-statistic          39.33688   Probability      0.000000
Obs*R-squared       33.09597   Probability      0.000000
=====

```

Après différents essais de spécification ARCH(1), ARCH(2) et GARCH(1, 1), le modèle dont les coefficients sont tous significatifs s'avère être un GARCH(1, 1). C'est donc cette dernière qui est retenue.

L'estimation des paramètres du modèle GARCH(1, 1) est donnée par : ARCH(1, 1) Y C Y(-1) MA(1)

```

=====
ARCH // Dependent Variable is Y
Sample(adjusted): 2 200
Included observations: 199 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 45 iterations
=====
Variable      Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
-----
C              8.442109    5.493176    1.536836    0.1260
Y(-1)         0.830275    0.110566    7.509314    0.0000
MA(1)        -0.641980    0.147506   -4.352240    0.0000
=====
Variance Equation
=====
C              1.176666    0.554793    2.120910    0.0352
ARCH(1)       0.287708    0.121742    2.363256    0.0191
GARCH(1)     0.540634    0.141073    3.832314    0.0002
=====
R-squared      0.109181    Mean dependent var 49.28626
Adjusted R-squared 0.086103    S.D. dependent var 2.762905
S.E. of regression 2.641280    Akaike info criter 1.972215
Sum squared resid 1346.438    Schwarz criterion 2.071510
Log likelihood -457.0356    F-statistic 4.730923
Durbin-Watson stat 1.977453    Prob(F-statistic) 0.000423
=====

```

Les coefficients des variables sont tous significatifs, le modèle estimé s'écrit donc : $y_t = 8,4 + 0,83 y_{t-1} + e_t - 0,64 e_{t-1}$ dont les erreurs théoriques suivent un GARCH(1, 1) : $\varepsilon_t = u_t \times h_t$ avec $u_t \rightarrow N(0,1)$ et $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$ estimé par : $\hat{h}_t^2 = 1,18 + 0,28 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,54 h_{t-1}^2$.

La prévision de y_t est calculée de la manière suivante :

SMPL 201 210

GENR U = 0 on considère le bruit blanc nul

GENR h = C(4)+C(5)*U(-1)*U(-1)*h(-1)+C(6)*h(-1)

GENR EPS=sqr(H)*U

GENR YF = C(1)+ C(2)*YF(-1)+EPS+C(3)*EPS(-1)

6 / Autres processus : variantes des processus ARCH

Nous présentons ici, les diverses extensions des modèles ARCH et GARCH utilisées dans le domaine de la finance.

6.1. Processus de type ARCH-M et GARCH-M

Ces modèles introduits par Engle, Lilien et Robins (1987) sont une extension des modèles ARCH et GARCH.

La forme générale du modèle est :

$$y = Xa + f(h_t^2) + \varepsilon_t \text{ avec}$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha(D) \varepsilon_t^2 \text{ pour un ARCH-M}^1 \text{ et}$$

$$y_t | I_{t-1} \rightarrow N(\mu_t; h_t^2) \text{ avec } \mu_t = Xa + f(h_t^2) \text{ et } h_t^2 = \alpha_0 + \alpha(D) \varepsilon_t^2$$

$f(\cdot)$ est une fonction quelconque.

Dans ce modèle l'espérance conditionnelle μ_t est fonction de la variance h_t^2 , ce qui signifie que le niveau atteint par la variable est fonction de sa volatilité (ce qui paraît assez réaliste pour des cours boursiers selon l'hypothèse de l'aversion pour le risque des agents et donc que l'espérance de gain est fonction de la variance).

La spécification GARCH-M est obtenue en écrivant la variance conditionnelle :

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha(D) \varepsilon_t^2 + \beta(D) h_t^2$$

1. ARCH-M comme Mean (moyenne).

6.2. Processus de type GARCH-DM, GARCH-DLM et TARCH

Cocco et Paruolo (1990) définissent un modèle dans lequel c'est l'accroissement de la volatilité (et non la volatilité elle-même) qui va influencer le niveau atteint par la variable à expliquer GARCH-DM¹ :

$$y = x\beta + f(h_t^2 - h_{t-1}^2) + \varepsilon_t$$

On pourrait, dans le même esprit, spécifier un processus ARCH-DM.

Ces auteurs généralisent ce modèle en intégrant les effets passés de la volatilité à l'aide d'un polynôme de retards, il s'agit d'un modèle de type GARCH-DLM² :

$$y = Xa + \Delta(D)(h_t^2 - h_{t-1}^2) + \varepsilon_t \text{ avec}$$

$$\text{ARCH}(p, 0) : h_t^2 = \alpha_0 + \alpha(D)\varepsilon_t^2$$

$$\text{GARCH}(p, q) : h_t^2 = \alpha_0 + \alpha(D)\varepsilon_t^2 + \beta(D)h_t^2$$

Dans une spécification de type TARCH³, on différencie l'effet d'une erreur positive et d'une erreur négative (erreur sur la variance).

La spécification TARCH est la suivante :

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \bar{\alpha}_i^+ \varepsilon_{t-i}^+ + \sum_{i=1}^p \bar{\alpha}_i^- \varepsilon_{t-i}^-$$

avec : $\varepsilon_t^+ = \text{Max}(\varepsilon_t, 0)$ et $\varepsilon_t^- = \text{Min}(\varepsilon_t, 0)$.

Un modèle de ce type permet de prendre en compte une dissymétrie de l'information : les agents suivent un comportement différent selon que la variable à expliquer est à la hausse ou à la baisse.

Les variantes des processus ARCH présentées dans ce chapitre ne sont pas exhaustives⁴, le lecteur peut consulter les ouvrages spécialisés dans ce domaine pour plus d'informations.

1. DM = Difference in Mean.

2. Distributed Lag in Mean.

3. Treshold ARCH.

4. On peut par exemple proposer le processus FIGARCH qui permet de définir une double mémoire sur les moments des processus (Baillie, 1996 ; Teysiere, 1997).

Liste des exercices

Exercices du chapitre I

- EXERCICE 1. – Test de détection de la saisonnalité, 19
- EXERCICE 2. – Calcul d'une fonction d'autocorrélation, 23
- EXERCICE 3. – Désaisonnalisation de la série des ventes selon un schéma additif, 29
- EXERCICE 4. – Désaisonnalisation par variables dichotomiques, 35
- EXERCICE 5. – Désaisonnalisation par moyenne mobile selon un schéma additif, 36

Exercices du chapitre II

- EXERCICE 1. – Calcul d'une prévision par un LES, 32
- EXERCICE 2. – Prévision d'une chronique à partir d'un LED, 57
- EXERCICE 3. – Prévision par agrégation des composantes extra-saisonnalité et saisonnalité, 63
- EXERCICE 4. – Prévision par le modèle de Holt-Winters, 69

Exercices du chapitre III

- EXERCICE 1. – Recherche des conditions de stationnarité et d'inversibilité des processus, 96
- EXERCICE 2. – Exemples de génération de processus ARMA à l'aide d'EvIEWS-TSP, 98
- EXERCICE 3. – Calculs des caractéristiques de différents processus et études des propriétés d'inversibilité et de stationnarité, 99

Exercices du chapitre IV

- EXERCICE 1. – Propriétés du filtre du LES, 115
- EXERCICE 2. – Relation entre la variable m et les valeurs j , 129
- EXERCICE 3. – Calcul de la puissance spectrale d'un processus AR(2), 131
- EXERCICE 4. – Simulation graphique du spectre de différents processus ARMA, 132
- EXERCICE 5. – Estimations de spectres de chroniques simulées, 135

Exercices du chapitre V

- EXERCICE 1. – Conséquence d'une mauvaise stationnarisation d'un processus, 146
- EXERCICE 2. – Exemple d'application des tests DF aux dépenses de santé, 160
- EXERCICE 3. – Exemple d'application des tests DF et DFA au CAC 40, 161
- EXERCICE 4. – Applications du test de Franses, 170
- EXERCICE 5. – Relation entre lissage exponentiel simple et modèle ARIMA, 175

Exercices du chapitre VI

- EXERCICE 1. – Génération de processus AR et analyse des corrélogrammes, 185
- EXERCICE 2. – Génération de processus MA et analyse des corrélogrammes, 189
- EXERCICE 3. – Génération de processus ARMA et analyse des corrélogrammes, 195
- EXERCICE 4. – Calcul des termes de la FAC et de la FAP d'un processus autorégressif théorique, 198
- EXERCICE 5. – Calcul des termes d'un corrélogramme et de leur intervalle de confiance à partir des éléments d'une chronique, 200
- EXERCICE 6. – Représentation graphiques des FAC, FAP, FACI, FAPI, 205

Exercices du chapitre VII

- EXERCICE 1. – Tests de bruit blanc et de normalité sur l'indice CAC 40, 185
- EXERCICE 2. – Analyse de la saisonnalité des immatriculations des voitures particulières en France, 189
- EXERCICE 3. – Comparaison de méthodes classiques de prévision du nombre des immatriculations en France, 195
- EXERCICE 4. – Prévision par la méthodologie de Box et Jenkins du nombre des immatriculations en France, 198

Exercices du chapitre VIII

- EXERCICE 1. – Simulation d'une erreur ARCH, 225
- EXERCICE 2. – Étude d'un processus ARCH, 234
- EXERCICE 3. – Étude d'un processus GARCH, 238

Bibliographie

- Abraham B., Ledolter J., *Statistical methods for forecasting*, John Wiley, 1983.
- Akaike H., A bayesian extension of the minimum AIC procedure, *Biometrika*, 66, 1979.
- Anderson O. D., *Time series analysis : theory and practice*, North holland, 1984.
- Anderson T. W., *The statistical analysis of time séries*, John Wiley, 1971.
- Ansion S., *Les méthodes de prévision en économie*, Armand Collin, 1990.
- Azencott R., Dacunha-Castelle D., *Séries d'observations irrégulières*, Masson, 1984.
- Aznar A., Trivez F. J., *Métodos de prediccion in economia*, Ariel, Barcelona, 1993.
- Baillie, Long memory process and fractional cointegration in econometrics, *Journal of Econometrics*, 73, 1996.
- Bartels R., The rank version of Von Neumann's ratio test for randonness, *Journal of the American Statistical Association*, 77, 1982.
- Barthélémy F., Tests de racine unitaire multiples et saisonnalité, *Document de travail du Grequam*, Université de Marseille III, 1996.
- Beaulieu J., Miron J., Seasonal unit root in agregate US data, *NBER Technical Paper*, 1991.
- Beaulieu J., Miron J., Seasonal unit root in agregate US data, *Journal of Econometrics*, 55, 1993.
- Beguín J. M., Gouriéroux C., Monfort A., *Identification of an ARIMA process : the corner method*, Times Series, ed. T. Anderson, North Holland, 1980.
- Bensaber A., Bleuse-Trillon B., *Pratique des chroniques et de la prévision à court terme*, Masson, 1989.
- Berliné A., Estimation the degress of an ARMA model, *Compustat*, 1985.
- Berliné A., Van Cutsem B., Sequence transformation : a commun domain to numerical analysis and statistics, *Journées franco-belges de statistiques*, 1986.
- Beveridge S., Nelson C. R., A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the business cycle, *Journal of the Monetary Economics*, 7, 2, 1981.

- Bhansali R. J., Autoregressive and window estimate of the inverse correlation function, *Biometrika*, vol. 67, n° 3, 1980.
- Bhansali R. J., Downham D. Y., Some properties of the order of an autoregressive model selected by generalization of Akaike's FPE criterion, *Biometrika*, vol. 64, 1977.
- Bhansali R. J., The inverse partial correlation function of a time series and its applications, *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 13, n° 2, 1983.
- Bloomfield P., *Fourier analysis of time series : an introduction*, John Wiley, New York, 1976.
- Bollerslev T., Engle R. F., Modelling the persistence of conditional variances, *Econometric Review*, vol. 5, 1986.
- Bollerslev T., Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journals of Econometrics*, vol. 31, 1986.
- Bollerslev T., On the correlation structure for the generalized autoregressive conditional heteroscedastic process, *Journal of Time Series Analysis*, 9, 1988.
- Bosq D., Lecoutre J.-P., *Analyse et prévision des séries chronologiques*, Masson, 1992.
- Bosq D., Lecoutre J.-P., *Théorie de l'estimation fonctionnelle*, Paris, *Economica*, 1988.
- Bouleau N., *Processus stochastiques*, Hermann, 1988.
- Bourbonnais R., *Économétrie : cours et exercices corrigés*, Dunod, 2 éd., 1998.
- Bourbonnais R., Usunier J.-C., *Pratique de la prévision des ventes*, *Economica*, 2^e éd., 1997.
- Bouren S. U., *Optimal Scaling of time series*, DSWO Press, 1990.
- Box G. E. P., Cox D. R., An analysis of transformations, *Journal of the Royal Statistical Society*, 26, 1964.
- Box G. E. P., Jenkins G. M., *Time series analysis : forecasting and control*, Holdenday, 1976.
- Box G. E. P., Pierce D. A., Distribution of residual autocorrelations in autoregressive moving average time series models, *Journal of the American Statistical Association*, 65, 1970.
- Bresson G., Pirotte A., *Économétrie des séries temporelles*, PUF, 1995.
- Breusch T. S., Pagan A. R., A simple test for heteroskedasticity and random coefficient variation, *Econometrica*, vol. 46, 1978.
- Brillinger D. R., Krishnaiah P. R., *Time series in the frequency series domain*, North Holland, 1983.
- Brillinger D., *Time series : Data analysis and theory international series in decision processes*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1975.
- Brockwell P. J., Davis R., *Introduction to time series and forecasting*, Springer-Verlag, 1996.
- Brockwell P. J., Davis R., *ITSM : An introduction time series modelling package for the PC*, Springer-Verlag, 1991.
- Brown R. G., Durbin J. et Evans J. M., Techniques for testing the constancy of the regression relationship overtime, *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 37 (2), 1975.

- Brown R. G., *Smoothing, forecasting and prediction of discrete time series*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1962.
- Brown R. G., *Statistical forecasting for inventory control*, New York, McGraw-Hill, 1959.
- Brown R. G., *Smoothing, forecasting and prédiction of discrete time series*, Prentice Hall, New Jersey, 1962.
- Butter F. A. G., Fase M. M. G., *Seasonal ajustement as a pratical problem*, North Holland, 1991.
- Chan K. H., Hayya J. C., Ord J. K., A note on trend removal methods : the case of polynomial regresion versus variate differencing, *Econometrica*, 45, 1977.
- Chang K. S., Petrucelli F., Tong H., Woolford, A multiple treshold AR(1) model, *Journal of Applied Probability*, vol. 2, 1985.
- Chatfield C., Inverse autocorrelation, *Journal of Royal Statistical Society*, vol. 142, 1979.
- Chatfield C., *The analysis of time series : an introduction*, Chapman and Hall, New York, 1984.
- Chatfield C., *The analysis of time series : theory and practice*, London, 4^e éd., Chapman and Hall, 1989.
- Chatfield C., The Holt-Winters forecasting procedure, *Applied Statistics*, 3, 1978.
- Childers D. G., *Modern spectrum analysis*, IEE Press, New York, 1978.
- Cleveland W. S., The inverse autocorrelation of a time series and their applications, *Technometrics*, vol. 14, n° 2, 1972.
- Coblentz J. F., *Introduction à l'analyse de Fourier*, Eyrolles, 1988.
- Cocco F., Paruolo P., Volatility persistence and the italian risk premium : parametric and non-parametric evaluation, *Papier présenté à la conférence sur les processus ARCH Paris, INSEE juin 1990*, 1990.
- Cohen J. W., *Analysis of randoms walks*, IOS Press, 1992.
- Coutrot B., Droesbeke J.-J., *Les méthodes de prévision*, 2^e éd., Que sais-je ? n° 2157, 1995.
- Cox D. R., Hinkley D. V., *Theoretical statistics*, Londres, Chapman and Hall, 1974.
- Cox D. R., Miller H. D., *The theory of stochastic processes*, Science Paperbacks, 1965.
- Cromwell J. B., Hannan M. J., Labys W. C., Terraza M., *Multivariate tests for time series models*, Sage Publications, vol. 100, 1994.
- Cromwell J. B., Labys W. C., Terraza M., *Univariate tests for time series models*, Sage Publications, vol. 99, 1994.
- Cryer J. D., *Time series analysis*, Duxbury Pren, Boston, 1986.
- Cuthbertson K., Hall S. G., Taylor M. P., *Applied econometric techniques*, Philip Allan, 1992.
- Dagum E. B., Fondement des deux principaux types de méthodes de désaisonnalisation et de la méthode X11-ARMMI, *Économie appliquée*, vol. 1, 1979.
- David M., Michaud J.-C., *La prévision*, Masson, 1989.
- Davidson R. Mackinnon J. G., *Estimation and inference in econometrics*, Oxford University Press, 1993.
- Deak I., *Random number generators and simulation*, Akademiai Kiado, 1990.

- Dennis J. E., Schnabel R. B., *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*, Prentice Hall, 1983.
- Dickey D., Fuller W., Distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 366, 1979.
- Dickey D., Fuller W., Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with unit root, *Econometrica*, 49, 4, 1981.
- Dickey D., Hasza D., Fuller W., Testing for unit root in seasonal time series, *Journal of the American Statistical Association*, 79, 1984.
- Dickey D., Pantula S., Determining the order of differencing in autoregressive processes, *Journal of Business Economic and Statistics*, 5, 1987.
- Dielman T. E., *Pooled cross section and time series data analysis*, Marcel Dekker, 1989.
- Doob J. L., *Stochastic process*, John Wiley, 1953.
- Droesbeke J. J., Fichet B., Tassi P. H., *Séries chronologiques : théorie et pratique des modèles ARIMA*, Economica, 1989.
- Drost F. C., Nijman T. E., Temporal aggregation of GARCH processes, *Papier présenté à la conférence sur les processus ARCH, Paris, INSEE*, juin 1990.
- Enders W., *Applied econometric time series*, J. Wiley, 1995.
- Engle R. F., Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimate of the variance of UK inflation, *Econometrica*, vol. 50, 1982.
- Engle R. F., Granger W. J., *Long-run economic relationships*, Oxford University Press, 1991.
- Engle R. F., Lilien D. M., Robbin R. P., Estimating time varying risk premia in the term structure : the ARCH-M model, *Econometrica*, 55, 1987.
- Engle R. F., Rothschild M., ARCH Models in finance, *Journal of econometrics*, North Holland, vol. 52, 1992.
- Ertur K. C., *Tests de non-stationnarité : application au PIB réel*, thèse Université de Bourgogne, 1992.
- Ezequiel Uriel J., *Analisis de series temporales*, Paraninfo, Madrid, 1985.
- Farnom N. R., Stanton L. W., *Quantitative forecasting methods*, pws-Kent Publishing, 1989.
- Fishman G., *Spectral methods in econometrics*, Harvard V. P., Cambridge Massachussets, 1969.
- Florens J. P., et al., *Alternatives approaches to time series analysis*, Faculté Saint-Louis, Bruxelles, 1984.
- Florens J. P., Mouchart R., Raoul J. P., Simar L., *Alternative Approaches to time series analysis*, Publications des facultés universitaires Saint-Louis, Bruxelles, 1984.
- Fomby T. B., Rhodes G. F., *Advances in econometrics : co-integration spurious regressions and units roots*, Jai Press Luc, vol. 8, 1990.
- Franke J., Hardle W., Martin D., *Robust and nonlinear time series analysis*, Springer Verlag, 26, 1984.
- Franses P., Testing for seasonal unit root in monthly data, *Econometric Institute Report*, Erasmus University Rotterdam, 1990.
- Fuchs J. J., Estimation de l'ordre d'un processus ARMA à l'aide des résultats de perturbations de matrices, *IRISIA*, n° 275, 1985.

- Fuller W. A., *Introduction to statistical time series*, John Wiley, 1976.
- Gardner W. A., *Statistical Spectral Analysis*, Prentice Hall, 1988.
- Glasbey C. A., A generalisation of partial autocorrelation useful in identification of ARMA models, *Technometrics*, vol. 24, n° 3, 1982.
- Gourdin A., Boumahrat M., *Méthodes numériques appliquées*, TEC, DOC, 1983.
- Gourieroux C., *Modèles ARCH et applications financières*, Economica, 1992.
- Gourieroux C., Monfort A., *Séries temporelles et modèles dynamiques*, Economica, 1990.
- Gourieroux C., Monfort A., *Cours de séries temporelles*, Economica, 1983.
- Granger C. W. J., *Analyse spectrale des séries temporelles en économie*, Dunod, 1969.
- Granger C. W. J., *Forecasting in business and economics*, New York, Academic Press, 1980.
- Granger C. W. J., Investigating causal relations by econometrics models and cross spectral methods, *Econometrica*, vol. 37, 1969.
- Granger C. W. J., Newbold P., *Forecasting economic time series*, Academic Press, 1986.
- Granger C. W. J., Teräsvirta T., *Modelling non linear economic relationships*, Oxford University Press, 1993.
- Graupe D., *Time series analysis : identification and adaptive filtering*, R. E. Krieger Publishing Company, 1984.
- Gray H. L., Kelley C. D., Mc Intire D. D., A new approach to ARMA modeling, *Commun. Statist. Simula. Computa.*, B7 (1), 1978
- Greenberg E., Webster C. E., *Advanced econometrics : a bridge to the literature*, John Wiley, 1983.
- Griffiths P., Hill I. D., *Applied statistics algorithms*, Ellis Horwood limited, 1985.
- Guegan D., *Séries chronologiques non linéaires à temps discret*, Economica, 1994.
- Hackl P., *Statistical analysis and forecasting of economic structural change*, Springer-Verlag, 1990.
- Hall A., Testing for unit root in time series with pretested data based model selection, *Mimeo*, North Carolina State University, 1990.
- Hamilton J. D., *Time series analysis*, Princeton University Press, 1994.
- Hanke J. E., Reitsch A. G., *Business forecasting*, Allyn and Bacon, 1989.
- Hannan E. J., Quinn B. G., The determination of the order of an autoregression, *Journal of the Royal Statistical Society*, 41, 1979.
- Hannan E., Krishnaiah P. R., Rao M. M., *Time series in the time domain*, North Holland, 1985.
- Hannan E. J., *Time series analysis*, John Wiley, New York, 1960.
- Hanssens D. M., Parsons L. J., Schultz R. L., *Market response models : econometric and time series analysis*, Kluwer Ac Publ., 1989.
- Harrison P. J., Short-term forecasting, *Applied Statistics*, 14, 1965.
- Harvey A. C., *Forecasting structural time series models and the kalman filter*, Cambridge University Press, 1988.
- Harvey A. C., *The econometric analysis of time series*, Philips Allan, 1990.
- Harvey A. C., *Time Series Models*, Philip Allan, 1981.

- Hasza D. P., Fuller W. A., Testing non stationary parameter specification in seasonal time series models, *The Annals of Statistics*, 10, 1981.
- Himmelblau D. M., *Applied non linear programming*, Mc Graw Hill, 1972.
- Holden K., Peel D. A., Thompson J. L., *Economic forecasting an introduction*, Cambridge University Press, 1990.
- Holt C. *et al.*, *Planning production inventories and work force*, Prentice Hall, 1960.
- Hylleberg S., Engle R., Granger C., Yoo B., Seasonal integration and co-integration, *Journal of the Econometrics*, 44, 1990.
- Hylleberg S., *Modelling Seasonality*, Oxford University Press, 1992.
- Hylleberg S., *Seasonality in regression*, Academic Press, 1986.
- Jarque C. M., Bera A. K., Efficient test for normality homoscedasticity and serial independance of regression residuals, *Applied Statistics*, vol. 31, n° 2, 1980.
- Jarque C. M., Bera A. K., Testing the normality assumption in limited dependant variable models, *International Economic Review*, vol. 25, n° 3, 1984.
- Jarrett J., *Business forecasting methods*, Basil Blackwell, 1987.
- Jenkins G. M., McLeod G. M., *Time series analysis*, AGJ Publication, vol. 1, 1982.
- Jenkins G. M., *Practical experiences with modelling and forecasting time series*, AGJ Publication, 1979.
- Jenkins G. M., Watts D., *Spectral analysis and its applications*, Holden Day, 1968.
- Judez L., Litago J., Terraza M., Analisis de la estructura de las series de los precios del espanago en España mediante modelos dinamicos univariantes, *Investigacion Agraria Economia*, vol. 8 (3), 1993.
- Judge G. C., Griffiths W. E., Hill R. C., Lütkepohl H., Lee T. C., *The theory and practice of econometrics*, New York, J. Wiley, 1985.
- Karlin S., *Initiation aux processus aléatoires*, Dunod, 1969.
- Kaufman H., Groboillot J.-L., *Les techniques de la prévision à court terme*, Dunod, 1974.
- Kendall S. M., Ord J. K., *Time series*, Ed. Arnold, 1990.
- Koopmans L. H., *The Spectral analysis of time series*, Academic Press, 1974.
- Kouassi E., Terraza M., Modélisation par le filtre de Kalman de la chronique mensuelle du prix du gas-oil en France de 1960 à 1992, *Journal de la Société statistique de Paris*, n°4, 1994.
- Labys W. C., Pollak P. K., *Commodity models for forecasting and policy analysis*, Croom Helm, 1984.
- Laloire J.-C., *Méthodes du traitement des chroniques statistiques et prévision des ventes*, Dunod, 1972.
- Laroque G., Analyse d'une méthode de désaisonnalisation : le programme de X11 du US bureau of census, version trimestrielle, *Annales de l'INSEE*, n° 28, 1977.
- Litago J. Terraza M., Relations dynamiques de court terme entre les consommations de boissons des ménages espagnols, *Les cahiers de l'IECV*, n° 1, 1997.
- Litago J. Terraza M., Tests de racines unitaires pour chroniques saisonnières, *Document de travail du Lameta*, Université de Montpellier I, 1995.
- Ljung G. M., Box G. E. P., On a measure of the lack of fit in time series models, *Biometrika*, 65, 1978.
- Lütkepohl H., *Forecasting aggregated Vector ARMA processes*, Springer Verlag, 1987.

- Lütkepohl H., *Introduction to multiple time series analysis*, Springer Verlag, 1993.
- Makridakis S. *et al.*, The accuracy of extrapolation time series methods : results of a forecasting competition, *Journal of forecasting*, April-june, 1982.
- Makridakis S. G., *Forecasting planning and strategy for the 21st century*, The Free Press, 1990.
- Makridakis S., Andersen A., Carbone R., Fildes R., Hibon M., Lewandowski R., Newton I., Parzen E., Winkler R., *The Forecasting accuracy of major Time Series Methods*, John Wiley, 1984.
- Makridakis S., Wheelwright S., *Forecasting methods and applications*, John Wiley, 2 éd., 1983.
- Makridakis S., Wheelwright S. C., *Méthodes de prévision pour la gestion*, Éditions d'organisation, 1983.
- Makridakis S., Wheelwright S. C., *Choix et valeur des méthodes de prévision*, Éditions d'organisation, 1974.
- Mc Dowall D., Mc Cleary R., Meidinger E. E., Hay R. A., *Interrupted Time Series Analysis*, Sage Publications, 21, 1980.
- McLeod G., *Box Jenkins in practice*, AGJP Publication, 1982.
- Mélaud G., *Méthodes de prévision à court terme*, Ellipses, 1990.
- Mélaud G., *Processus purement indéterminable à paramètres discrets, approches fréquentielles et temporelles*, thèse de doctorat en sciences, Université libre de Bruxelles, 1975.
- Migliaro A., Tain C. L., *An executive's guide to econometric forecasting*, GPC Inc., 1987.
- Mills T. C., *Time series techniques for economists*, Cambridge University Press, 1990.
- Minoux M., *Programmation mathématique*, Dunod, tomes I et II, 1983.
- Montgomery D. C., Johnson L. A., *Forecasting and time series analysis*, Mc Graw Hill, 1976.
- Morales R., *Étude et analyse des modèles ARMA de Box et Jenkins en vue de leur utilisation en économétrie*, Peter Lang Berne, 1978.
- Murcia V., Terraza M., Dynamique du marché du pétrole : approche vectorielle autorégressive à partir de la stationnarité de HEGY des chroniques trimestrielles saisonnières, *Journal de la Société statistique de Paris*, n° 3, 1995.
- Nelder J. A., Mead R., A simplex method for function minimization, *Compact Journal*, 7, 1965.
- Nelson C. R., Kang, Spurious periodicity in inappropriate detrended time series, *Econometrica*, 10, 1981.
- Nelson C. R., Plosser C., Trends and random walks in macroeconomics time series : some evidence and applications, *Journal of Monetary Economics*, 10, 1982.
- Nerlove M., Grether D. M., Carvalho J. L., *Analysis of economic time series*, Academic Presse, New York, 1979.
- Newbold P., Granger C. W. J., Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts, *Journal of the Royal Statistical Society*, 1974, serie A, vol. 137.
- Newton H. J., *Timeslab : a time series analysis laboratory*, Wadsworth-Brooks, Pacific grove, California, 1988.
- O'Donovan T. M., *Short term forecasting*, John Wiley, 1983.

- Ostrom C. H. W., *Time series analysis : regression techniques*, Sage University Paper, 1978.
- Otero J. M., *Modelos econometricas y prediccion de series temporales*, Editorial AC, 1989.
- Ouliaris S., Park, J. Phillips P., *Testing for units roots in the presence of a maintained trend*, Advanced in econometrics and modelling, Academic Press, 1989.
- Pandit S. M., Wu S. M., *Time series and system analysis with applications*, John Wiley, New York, 1983.
- Pankratz A., *Forecasting with univariate Box-Jenkins models*, John Wiley, 1983.
- Papoulis A., *Probability random variables and stochastic processes*, Mc Graw Hill, 1984.
- Parzen E., *Time series analysis of irregularly observed data*, Springer Verlag, 25, 1984.
- Phillips P., Perron P., Testing for unit root in time series regression, *Biometrika*, 75, 1988.
- Phlips L., Blomme R., Vanden Berghe C., Dor E., *Analyse chronologique*, De Boeck Université, Bruxelles, 3 éd., 1990.
- Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., *Econometric models and economic forecasts*, New York, McGraw-Hill, 1986.
- Pollard D., *Convergence of stochastic process*, Springer-Verlag, 1984.
- Priestley M. B., *Spectral analysis and time series*, vol. 1 et vol. 2, Academic Press, New York, 1981.
- Priestley M. B., *Non linear and non stationary time series analysis*, Academic Press, 1988.
- Pukkila T., *Fitting of autoregressive moving average models in the frequency domain*, Report A. G., University of tampere, 1977.
- Quenouille M. H., The joint distribution of serial correlation coefficients, *Annals of Mathematical Statistics*, 10, 1949.
- Quinet E., *Séries temporelles et décisions économiques*, Dunod, 1968.
- Radix J. C., *Introduction au filtrage numérique*, Eyrolles, 1970.
- Rao S. T., *Optimisation theory and applications*, Wiley Eastern Limited, 1979.
- Rao S. T., *Developments in time series analysis*, Chapman-Hall, 1993.
- Rosanov, *Stationary random processes*, Holden Day, 1963.
- Rosenblatt M., *Stationary sequences and random fields*, Birkhäuser, 1985.
- Rosenboock H. H., An automatic method for finding the greatest or least value of a function, *Computer Journal*, 1960.
- Ross G. J. S., *Non linear estimation*, Springer-Verlag, 1990.
- Rozanov Y. A., *Introduction to random processes*, Springer-Verlag, 1987.
- Rubin H., *Consistency of Maximum likelihood estimate in the explosive case, statistical inference in dynamic economic models*, Koopmans T. ed., John Wiley, 1950.
- Said S., Dickey D., Testing for unit root in autoregressive-moving average models of unknow order, *Biometrika*, 71, 1984.
- Salomon M., Nahon G., *L'élaboration des prévisions de marché*, Dunod, 1982.
- Samuelson P. A., *Les fondements de l'analyse économique*, tome 2, 2^e éd., 1971.
- Schwarz G., Estimation the dimension of a model, *Annals of Statistics*, 6, 1978.

- Shiskin J., Electronic computers and business indicators, *National Bureau of Economic Research*, Occasional Paper, 1954.
- Shumway R. H., *Applied statistical time series analysis*, Prentice-Hall, 1988.
- Simon L., Terraza M., La méthode FACE d'identification des processus aléatoires, *Journées de statistique*, La Grande Motte, 1984.
- Sims C. A., Macroeconomics and reality, *Econometrica*, vol. 48, 1980.
- Spall J. C., *Bayesian analysis of time series and dynamic models*, Marcel Dekker, 1988.
- Tassi P., Legait S., *Théorie des probabilités*, Éditions Technips, 1990.
- Taylor S., *Modelling financial time series*, John Wiley, 1986.
- Terraza M., *Économie des processus aléatoires : le cas du marché des vins de consommation courante*, Thèse doctorat d'État, Sciences économiques, Université de Montpellier I, 1981.
- Terraza M., L'estimation des modèles ARMA par l'algorithme de la plus forte pente, *Journal de la Société statistique de Paris*, n° 3, 1981-b.
- Terraza M., Les filtres des différences d'ordre p et des différences de moyennes mobiles simples dans l'analyse spectrale, *Journal de la Société statistique de Paris*, n° 2, 1979.
- Teyssiere, *Double long memory financial time series*, Document de travail du GREQUAM, n° 97B01, Université d'Aix-Marseille II et III, 1997.
- Tiao G. C., Box G. E. P., Modeling multiple time series with applications, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 76, 1981.
- Tong H., *Non linear time series*, Clarendon Press Oxford, 1990.
- Tsay R. S., Tiao G. C., Consistent estimated sample autocorrelation function for stationary and nonstationary ARMA models, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 79, n°385, 1984.
- Vandaele W., *Applied time series and Box Jenkins models*, Academic Press, 1983.
- Vaté M., *Statistique chronologique et prévision*, Economica, 1993.
- Wei W. S., *Time series analysis*, Addison-Werley Publishing Company, 1994.
- Weiss A. A., ARMA models with ARCH errors, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 5, 1984.
- Wilde D. J., *Méthode de recherche d'un optimum*, Dunod, 1976.
- Winters P. R., Forecasting sales by exponentially weighted moving averages, *Management Science*, vol. 6, 1960.
- Wold H., *A study in the analysis of stationary time series*, Almqvist-Wiksell, 1954.
- Wonnacott R. J., Wonnacott T. H., *Econometrics*, John Wiley, New York, 1979.
- Woodward W. A., Gray H. L., On the relationship between the S-array and the Box-Jenkins method of ARMA model identification, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 76, n° 375, 1981.
- Zajdenweber D., *Hasard et prévision*, Economica, 1976.
- Zatout A., Terraza M., Modélisation de l'hétéroscédasticité du prix spot des marchés pétroliers de l'OCDE, *Journal de la Société de statistique de Paris*, n° 2-3, 1993.
- Zellner A., Applied time series analysis of economic data, *Economic research*, Report E. R. J., Bureau of the census, 1983.
- Zurbenko I. G., *The spectral analysis of time series*, North Holland, 1986.

Index

- AIC (critère), 228.
Algorithme d'optimisation non linéaire, 216.
Analyse de la variance, 17.
AR (modèle), 181.
ARCH (modèle), 223, 245.
ARIMA (modèle), 172, 173, 230.
ARMA (modèle), 5, 87, 94, 95, 214.
Autocorrélation des erreurs, 155, 220.
Autocorrélation partielle, 178, 192.
Autocorrélation simple, 20, 178, 192.
Autocovariance, 188, 191, 199.
Autorégressif, 86.
- BIC (critère), 229.
Box-Jenkins (méthode de), 177, 213, 239.
Bruit blanc (test de), 218.
Bruit blanc faible, 80.
Bruit blanc fort, 80.
Bruit blanc gaussien, 80.
Buys-Ballot (tableau), 15, 25.
- CENSUS, 37-39.
Coefficient de corrélation linéaire, 20.
Coefficient de corrélation partielle, 179.
Coefficient de détermination, 218.
Coefficient de kurtosis (*voir* kurtosis).
Coefficient de skewness (*voir* skewness).
Composante déterministe, 230.
Corrélogramme, 20, 179.
- Critère de comparaison de modèles, 227.
Cycles économiques, 14.
- Degré de liberté, 19, 152, 153.
Démodulation complexe, 39.
Désaisonnalisation (*voir* saisonnalité).
- Économétrie, 67, 72.
Équation de Yule-Walker, 182-193.
Ergodicité, 81.
Extrapolation, 43, 45, 63.
- FAC (*voir* autocorrélation simple).
FACE (fonction d'autocorrélation étendue), 206.
FACI (fonction d'autocorrélation inverse), 202.
FAP (*voir* autocorrélation partielle).
FAPI (fonction d'autocorrélation partielle inverse), 204.
Fenêtre spectrale, 122, 128.
Filtrage, 103-118.
Filtre aux différences, 109, 111.
Filtre aux moyennes mobiles, 112.
Fonction de gain, 106.
Fonction de phase, 106.
Fonction de transfert, 106.
- GARCH (modèle), 255.
Gompertz (modèle de), 45.

- HEGY (test), 67.
Hétéroscédasticité, 223, 224, 246.
- Indicatrice (*voir* variable indicatrice).
Intervalle de confiance, 52, 57, 126, 233.
Inversibilité (condition d'—), 88.
- Kurtosis, 224, 248.
- Leptokurtique, 225, 246.
Liaison des erreurs (*voir* autocorrélation).
Lissage exponentiel double, 46, 54.
Lissage exponentiel généralisé, 60.
Lissage exponentiel simple, 46.
- MA (modèle), 186.
MAD (critère), 227.
MAE (critère), 227.
Marche au hasard (modèle de), 141, 163.
Maximum de vraisemblance, 214, 250.
Modèle de Holt, 59.
Modèle de Holt-Winters, 67, 69, 238.
MSE (critère), 227.
- Normalité, 224.
- Polynôme d'opérateur, 85.
Prévision arrière, 215.
Processus aléatoire, 77, 83, 103, 118, 139.
Processus ARMA (*voir* ARMA).
Processus DS, 141.
Processus ergodique (*voir* ergodicité).
Processus stationnaire, 79.
Processus TS, 140.
- Racine unitaire saisonnière, 166.
Régression sur fonction trigonométrique, 30.
- Régression, 28, 44.
Résidu, 220-227.
- Saisonnalité (analyse de), 28-42, 173-175, 166-172.
SARMA (modèle), 95.
SC (critère), 229.
Schéma additif, 14, 25, 26.
Schéma multiplicatif, 14, 26.
Skewness, 224.
Spectre, 24, 118, 129.
Stationnaire (*voir* processus).
Stationnarité déterministe (*voir* processus TS).
Stationnarité stochastique (*voir* processus DS).
Stratégie de test de racine unitaire, 154.
Student (test de), 21, 217.
- Tendance, 19, 29, 44, 141.
Test ARCH, 223.
Test CUSUM, 222.
Test d'hétéroscédasticité, 223.
Test de bruit blanc, 218.
Test de Dickey-Fuller Augmenté, 155.
Test de Dickey-Fuller, 149.
Test de normalité, 218, 224.
Test de racine unitaire, 149, 166.
Tests d'autocorrélation, 220.
Tests d'existence d'une tendance, 219.
Transformation (de séries), 172, 213, 229.
- Variable indicatrice, 33.
Variance (*voir* analyse).
Variation saisonnière, 27.
Vraisemblance (*voir* maximum).

COLLECTION « ÉCONOMIE »

Analyse économique des politiques sociales

par Jean-Claude Ray, Jean-Marc Dupuis et Bernard Gazier

Analyse économique des conventions

sous la direction d'André Orléan

Analyse économique des transports

par Émile Quinet

Le capitalisme adulte

par Alain Bienaymé

Comptabilité nationale et modèles économiques

par Alain Pichot

Économétrie

par René Giraud et Nicole Chaix (2^e éd. mise à jour)

Économétrie des séries temporelles. Théorie et applications

par Georges Bresson et Alain Pirotte

Économie de l'emploi

par Geneviève Grangeas et Jean-Marie Le Page

Économie de l'endettement internationale

par Elias Gannagé

Économie de la santé

par André Labourdette (2^e éd.)

Économie de l'intégration européenne

par Marie-Ange Debon-Jay, Frédéric Lemoine et Pierre Merviel

Économie des politiques culturelles

par Joëlle Farchy et Dominique Sagot-Duvauroux

Économie des taux d'intérêt

par Alain Demarolle et Alain Quinet

Économie des systèmes fiscaux comparés

par Annie Vallée

L'Épargne

par Patrick Artus, Claude Bismut et Dominique Plihon

Histoire de la révolution industrielle et du développement, 1776-1914

par Louis Meignen (à paraître)

Histoire de la théorie économique

par Claude Jessua

Macroéconomie

par Patrick Artus

Macroéconomie appliquée. Principes et politiques économiques

par Patrick Artus et Pierre Morin

Macroéconomie ouverte

par Joël Hellier

Les marchés internes du travail : de la microéconomie à la macroéconomie

sous la direction de Gérard Ballot

La politique économique dans l'Europe d'après 1993

par Pierre Maillet

Principes de microéconomie

par Anne-Marie Ferielli

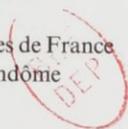
Théorie de la croissance et des fluctuations

par Patrick Artus

Théorie des jeux et analyse économique

par Gabrielle Demangé et Jean-Pierre Ponsard

Imprimé en France
Imprimerie des Presses Universitaires de France
73, avenue Ronsard, 41100 Vendôme
Juin 1998 — N° 45 075



Quelles sont les nouvelles méthodes d'analyse des séries temporelles ?
Comment stationnariser une chronique ?
Qu'est-ce qu'un lissage exponentiel ?
Comment interpréter un corrélogramme et un spectre ?

Ce livre répond aux questions concernant les différentes méthodes d'analyse de séries temporelles : les méthodes standards de traitement des séries temporelles (régression, méthodes de désaisonnalisation, lissage exponentiel) puis les techniques plus modernes (analyse spectrale, étude de stationnarisation, modèles ARIMA, modèles ARCH...). Les applications de ces techniques sont multiples et concernent des disciplines très diverses : prévision macroéconomique, finance, marketing, etc.

Les auteurs ont voulu, par une alternance systématique de cours et d'exercices, répondre à un besoin pédagogique qui est de mettre rapidement en pratique les connaissances théoriques et ainsi, d'utiliser de manière opérationnelle les acquis du cours. La correction des exercices est illustrée par l'utilisation de logiciels. Un site internet permet au lecteur de télécharger les séries statistiques utilisées et les programmes de traitement.

Ce livre s'adresse aux étudiants (Sciences économiques, Gestion, Écoles de Commerce et d'Ingénieurs...) ainsi qu'aux praticiens de l'économétrie des séries temporelles (économiste d'entreprise, chercheurs...) qui, confrontés à des problèmes d'analyse de séries temporelles, trouveront les réponses pratiques aux différentes questions qu'ils peuvent se poser.

Régis Bourbonnais est maître de conférences à l'Université de Paris-Dauphine et chercheur au Crefed-Cerpem ; Michel Terraza est professeur à l'Université de Perpignan et chercheur au Lameta de l'Université de Montpellier I. Tous les deux enseignent l'économétrie et l'analyse des séries temporelles.

BIBLIOTHEQUE NATIONALE DE FRANCE



3 7502 04137279 0



9 782130 493709

Participant d'une démarche de transmission de fictions ou de savoirs rendus difficiles d'accès par le temps, cette édition numérique redonne vie à une œuvre existant jusqu'alors uniquement sur un support imprimé, conformément à la loi n° 2012-287 du 1^{er} mars 2012 relative à l'exploitation des Livres Indisponibles du XX^e siècle.

Cette édition numérique a été réalisée à partir d'un support physique parfois ancien conservé au sein des collections de la Bibliothèque nationale de France, notamment au titre du dépôt légal. Elle peut donc reproduire, au-delà du texte lui-même, des éléments propres à l'exemplaire qui a servi à la numérisation.

Cette édition numérique a été fabriquée par la société FeniXX au format PDF.

La couverture reproduit celle du livre original conservé au sein des collections de la Bibliothèque nationale de France, notamment au titre du dépôt légal.

*

La société FeniXX diffuse cette édition numérique en accord avec l'éditeur du livre original, qui dispose d'une licence exclusive confiée par la Sofia – Société Française des Intérêts des Auteurs de l'Écrit – dans le cadre de la loi n° 2012-287 du 1^{er} mars 2012.