COURS DE RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

(préparation aux Brevets de Techniciens
et aux Brevets Professionnels)

PAR

R. TERRAT

Ingénieur A. et M.
Professeur à l'École Dorian

1re PARTIE

Principes généraux. Études des sollicitations

CENTRE DE DOCUMENTATION UNIVERSITAIRE
et S. E. D. E. S. réunis
5, Place de la Sorbonne, 5
PARIS-Ve
1959

I - INTRODUCTION -

UN MATERIAU (pluriel des matériaux) est une substance à caractéristiques chimiques et physiques définies et qui constitue la matière même d'une pièce de machine ou d'un élément de construction. Par exemple, l'acier doux, l'acier dur trempé, la fonte, le bronze, les alliages d'aluminium, le béton sont des matériaux d'utilisation courante.

La Résistance des Matériaux, en conduisant au calcul des contraintes subies par les différents organes d'une machine permet :

a) de choisir les matériaux de construction à utiliser et leurs traitements thermiques

b) de dimensionner les pièces constitutives.

Outre la certitude que la machine ainsi établie remplira correctement les fonctions qui lui sont assignées on obtiendra

- la construction la plus économique, chaque matériau étant utilisé au maximum de ses possibilités
- la construction la plus légère en évitant tout surcroît inutile de matière et en choisissant des matériaux à haute résistance.

La question de la réduction du prix de revient se pose avec d'autant plus d'acuité que le travail à entreprendre est plus important ou que le nombre des appareils à fabriquer est plus grand.

Quant à la question d'allègement, c'est dans le domaine des moyens de transports qu'elle est particulièrement rentable car elle permet de remplacer le "poids mort" supprimé par une "charge utile" équivalente.

Tous les organes de machines ne sont pas justiciables des mêmes types de calculs. On peut distinguer :

a) <u>les pièces ne subissant que des efforts infimes</u>. Elles ne sont pas soumises au calcul et seront dimensionnées de façon à assurer convenablement les liaisons.

b) <u>les pièces soumises au calcul de contrainte</u>. Elles doivent résister en toute sécurité aux efforts subis. Leurs dimensions sont fixées par les formules de contrainte. C'est le cas le plus fréquent.

c) <u>les pièces soumises au calcul de déformation</u>. Elles ne doivent pas, sous l'action des sollicitations imposées, prendre une déformation susceptible de troubler leur fonction. Leurs dimensions sont données, par les formules de déformation.

Cette méthode de calcul conduit à des dimensions plus importantes que celles obtenues par le calcul de contrainte.

d) les pièces répondant à des conditions particulières, condition de graissage, condition de non échauffement, condition d'adhérence, etc. ...

D'une manière générale les cotes obtenues par les calculs de Résistance des Matériaux sont les cotes minimum de la pièce, mais dans certains cas, on est amené à adopter des dimensions supérieures par suite de considérations diverses: fabrication, montage, liaison, esthétique,... etc...

Quelques chapitres, notamment la leçon sur la flexion, comportent d'assez longs développements mathématiques. C'est qu'il est nécessaire de mettre en équations certaines propriétés qui ne livrent leurs secrets qu'à travers les calculs tels par exemple les diagrammes de flexion des poutres encastrées aux deux extrémités ou même simplement la forme d'un solide d'égale résistance en flexion.

Que l'Elève ne s'effraye pas ! En regardant avec un peu plus d'attention, il s'apercevra que les connaissances exigées en Mathématiques dépassent de peu celles correspondant au Brevet élémentaire. Il suffit en effet d'y ajouter :

- la définition de la dérivée et son écriture différentielle $\frac{dy}{dx} = y'_x$
- la notation de la primitive $Y = \int y'.dx$
- le calcul de la dérivée d'une puissance entière de x : $y = ax^m$

les quelques rares intégrales écrites ont une solution évidente qu'il est de plus aisé de vérifier en la dérivant.

Dans cet ouvrage, nous avons mis en évidence les principes généraux.

Toutes les formules de base (c'est-à-dire celles qui doivent être retenues et que l'on peut utiliser directement dans un problème) sont encadrées $\boxed{\qquad}$. Bien que les unités utilisées dérivent toujours du kg et du mm, nous les avons répétées chaque fois.

Les relations qu'il est bon de connaître mais que l'on devra toujours rétablir avant emploi, ou qui dérivent d'un calcul littéral qui serait normalement effectué avec des chiffres, sont simplement soulignées

En fin de certains chapitres, nous avons inséré des tableaux donnant les caractéristiques de matériaux et profilés courants. On pourra les consulter en cas d'établissement d'un projet avec documents autorisés.

On trouvera enfin de nombreuses notes en renvoi. Leur lecture n'est pas indispensable à la compréhension du texte dans son ensemble. Néanmoins l'Elève curieux y rencontrera des explications lui permettant de parfaire ses connaissances et l'incitant à consulter des ouvrages plus complets.

II - RÉSUMÉ DES LOIS ESSENTIELLES DE LA MÉCANIQUE.[1]

La Mécanique comprend :

- La Cinématique
- La Statique
- La Dynamique
- L'Etude des Machines simples
- La Résistance des Matériaux.

CINÉMATIQUE

I - LE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME (fig.1).

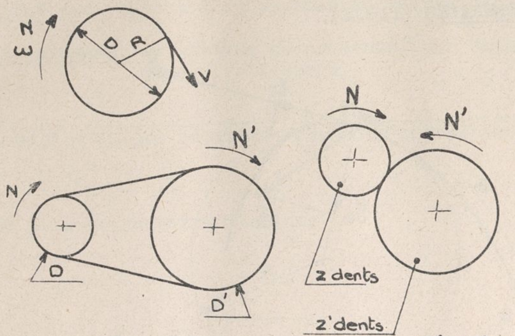


Fig 1

vitesse angulaire $\omega = \frac{\pi N}{30}$

vitesse circonférentielle $v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{2\pi R N}{60} = \omega R$

- N = nombre de tours/mn.
- ω = vitesse angulaire en rad/s.
- D = diamètre en m.
- R = rayon en m.

<u>Les nombres de tours/mn sont inversement proportionnels aux diamètres (ou aux nombres de dents).</u>

$$\frac{N'}{N} = \frac{D}{D'} = \frac{Z \text{ dents}}{Z' \text{ dents}}.$$

---

(1) Nous soulignerons les relations susceptibles de nous intéresser en Résistance des Matériaux.

II - LE MOUVEMENT UNIFORMEMENT VARIÉ -

$$\begin{cases} v = v_o + \gamma t & (1) \\ e = v_o t + \frac{1}{2}\gamma t^2 & (2) \end{cases}$$

de (1) et (2) $v = \sqrt{v_o^2 + 2\gamma e}$ (3)

v = vitesse à l'instant t en m/s
v_o = vitesse initiale en m/s
t = temps en s
γ = accélération en m/s/s

Mouvement uniformément accéléré sans vitesse initiale ($v_o = 0$)

$$\begin{cases} v = \gamma t \\ e = \frac{1}{2}\gamma t^2 \\ v = \sqrt{2\gamma e} \end{cases}$$

cas de la chute des corps

$$\begin{cases} v = gt \\ h = \frac{1}{2} g t^2 \\ v = \sqrt{2gh} \end{cases}$$

(avec $g = 9{,}8$ m/s/s

Mouvement uniformément retardé (γ est négatif)

arrêt du mobile $v = 0$

(1) $\longrightarrow$ $t = v_o/\gamma$

(2) $\longrightarrow$ $e = v_o^2/2\gamma$

III - RELATIONS GÉNÉRALES (fig.2).

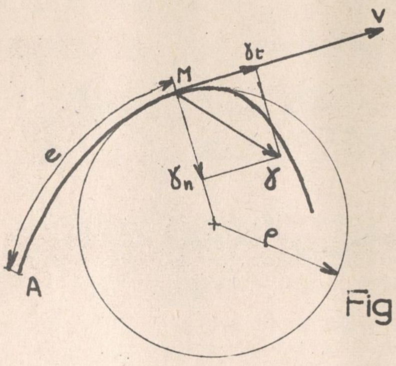


Fig 2

Vitesse : C'est la dérivée de l'espace par rapport au temps $V = \frac{de}{dt}$.

La vitesse est un vecteur tangent à la trajectoire.

Accélération : $\vec{\gamma}$ a deux composantes

$$\begin{cases} \vec{\gamma}_t = \text{accélération tangentielle} = \frac{dv}{dt} \\ \vec{\gamma}_n = \text{accélération normale} = \frac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

(ρ = rayon de courbure de la trajectoire en M)

IV - COMPOSITION DES MOUVEMENTS (fig.3).

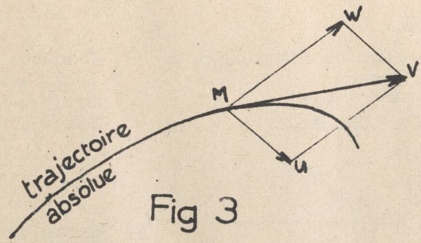


Fig 3

Mouvement absolu par rapport à un système fixe. vitesse v

Mouvement relatif par rapport à un système en mouvement. vitesse w

Mouvement d'entraînement du système en mouvement par rapport au système fixe. vitesse u

$$\overrightarrow{\text{espace absolu}} = \overrightarrow{\text{espace relatif}} + \overrightarrow{\text{espace d'entraînement}}$$

$$\vec{v} = \vec{w} + \vec{u}$$

v est tangente à la trajectoire absolue.

STATIQUE

I - UNITÉS DE FORCE -

kilogramme - poids	kgp ou simplement kg	Système MKpS
dyne	(1 gp = 981 dynes)	Système CGS
sthène (sn)	(1 sn = 102 kgp)	Système MTS
Newton (N)	(1 sn = 1000 N)	Système MKSA (Giorgi)

II - RESULTANTE (fig.1)

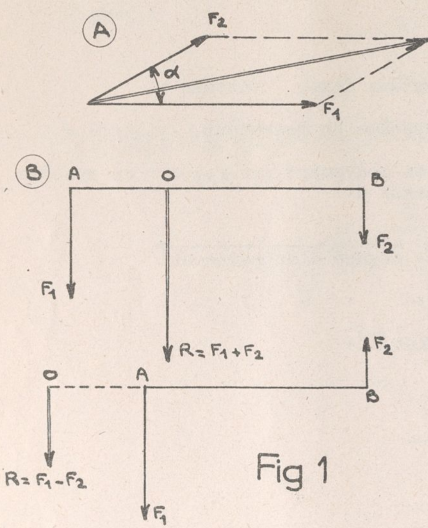


Fig 1

A) Forces concourantes

C'est la diagonale du parallélogramme construit sur les 2 forces.

B) Forces parallèles

R partage AB en segments inversement proportionnels aux deux forces.

III - MOMENTS DES FORCES (fig.2)

A) Définition

$$\mathcal{M}_o(F) = F \times d$$

$$\mathcal{M}_o(F) \begin{cases} > 0 & \text{si } \circlearrowleft \\ < 0 & \text{si } \circlearrowright \end{cases}$$

$\mathcal{M}_o(F)$ = moment par rapport à O de la force F en m.kg
F = force en kg
d = bras de levier en m

Nota: Les moments, comme les forces, ont une représentation vectorielle.

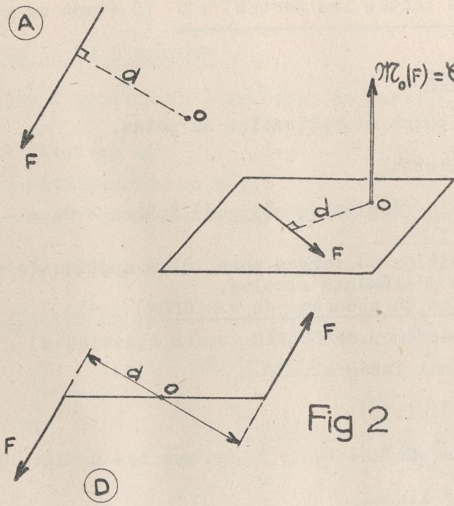


Fig 2

B) Théorème de VARIGNON

Pour tout système admettant une résultante, on a :

$$\mathcal{M}_o(\text{Résultante}) = \underbrace{\sum \mathcal{M}_o(\text{de toutes les forces})}_{}$$

(Somme)

C) Théorème des Moments

Pour tout corps en équilibre autour d'un axe O on a :

$$\sum \mathcal{M}_o(\text{de toutes les forces}) = 0$$

D) Couple

Ensemble de deux forces égales, parallèles et de sens contraires. Le Moment d'un Couple est constant quel que soit le point considéré dans son plan.

$$\mathcal{M}(\text{couple}) = \text{Couple} = F \times d$$

IV - SYSTÈME DE FORCES NUL -

Il faut :

et $\begin{cases} \underline{\text{Résultante} = 0} \\ \underline{\sum \mathcal{M}_o \text{(de toutes les forces)} = 0} \end{cases}$ (O étant un point quelconque)

V - <u>CENTRE DE GRAVITÉ</u> -

C'est le point d'application du poids.

On l'obtient :

1°) par symétrie (droite ou oblique) Sphère - Cube - Rectangle - Triangle -

2°) par composition de forces parallèles appliquées aux centres de gravité d'éléments simples.
(<u>Utilisation du théorème de VARIGNON</u>)

3°) par les théorèmes de GULDIN (cours classiques)

4°) par le calcul intégral.

Par extension on définit :

le c.d.g. d'une surface (voir leçon sur les Moments d'inertie)

le c.d.g. d'une ligne.

DYNAMIQUE

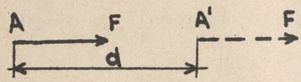
I - LOI FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE -

Toute force F communique à un corps de masse M une accélération γ telle que

$$\underline{\vec{F} = M\vec{\gamma}} \quad \begin{cases} F = \text{force en kg} \\ \gamma = \text{accélération en m/s/s} \\ M = \text{masse en u. de m. MKS } \left(M = \dfrac{P}{g} = \dfrac{P \text{ en kg}}{9{,}8}\right) \end{cases}$$

La force d'inertie est $\vec{F_i} = - M\vec{\gamma}$

II - TRAVAIL ET PUISSANCE (fig.1)



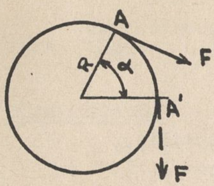


Fig 1

A) Travail

$$\underline{\mathcal{T} = F \times d} \quad \begin{cases} \mathcal{T} = \text{travail en kgm} \\ F = \text{force en kg} \\ d = \text{déplacement dans la direction de la force en m.} \end{cases}$$

Travail d'un Couple $\mathcal{T} = \mathcal{C} \times \alpha$

$$\begin{cases} \mathcal{C} = \text{Couple en m.kg} \\ \alpha = \text{rotation en rad.} \end{cases}$$

Le Travail ou l'Energie s'expriment également en :

- cheval-heure (ch.h) 1 ch.h = 75 kgm/s x 3600 s = 270.000 kgm
- Watt-heure (Wh) et kilowatt-heure (kWh)
- grande Calorie ou millithermie 1 Gde Cal = 1 mth = 426 kgm
- Joule 1 kgm = 9,8 J et 1 J = 0,24 petite calorie

B) Puissance - C'est le travail en 1 seconde.

1 ch = 75 kgm/s = 736 Watts

$$\text{En mouvement} \begin{cases} \text{de translation} \quad \underline{\mathcal{P} = F \times v} \\ \text{de rotation} \quad \underline{\mathcal{P} = \mathcal{M}_o \times \omega = \mathcal{C} \times \omega} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{P} = \text{puissance en kgm/s} \\ F = \text{force en kg} \\ v = \text{vitesse en m/s} \\ \omega = \text{vitesse angulaire en rad/s} \\ \mathcal{C} = \mathcal{M}_o = \text{Couple (ou moment) en m.kg} \end{cases}$$

III - ÉNERGIE CINÉTIQUE (fig.2)

C'est l'énergie dûe au mouvement

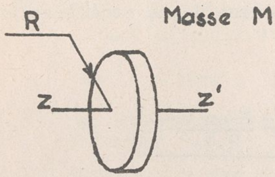


Fig 2

A) Valeur

Translation $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} M v^2$

kgm $\qquad M = \frac{P}{9,81}$

Rotation $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \omega^2 I_{zz'}$

$I_{zz'} = \int mr^2$ est le moment d'inertie du corps par rapport à son axe de rotation zz'

Exemple: pour un disque $I_{zz'} = \frac{MR^2}{2}$

B) Théorème de l'Energie cinétique -

$\mathcal{E}_c$ en B - $\mathcal{E}_c$ en A = Travail des forces de A et B.

ou encore $\Delta \mathcal{E}_c = \Sigma\, \mathcal{T}$ des forces

C) Théorème de la conservation de l'Energie -

L'Energie change de forme mais est indestructible.

IV - FORCE CENTRIFUGE (fig.3)

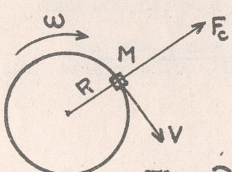


Fig 3

C'est la force d'inertie dûe à l'accélération normale $\vec{\gamma}_n$ (voir Cinématique paragr. III)

$F_c = \frac{Mv^2}{R}$ = encore $M\omega^2 R$

car $v = \omega R$

V - RÉSISTANCE AU GLISSEMENT (fig.4)

A) Plan horizontal -

$F = N \times f$
- F = force de frottement opposée au mouvement en kg
- N = force normale aux surfaces en contact en kg
- f = coefficient de frottement (abstrait)

Dans des limites très étendues de vitesse et de pression f ne dépend que de la nature et de l'état des surfaces en contact.

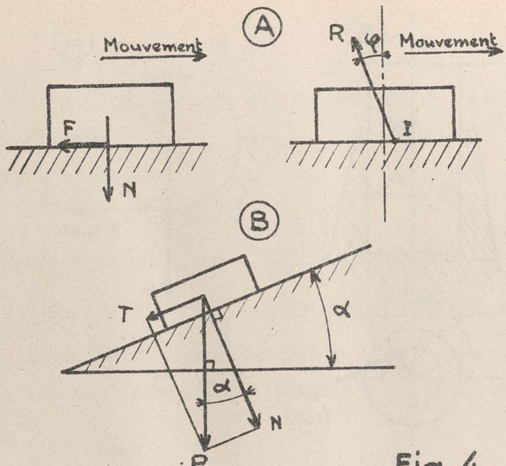


Fig 4

Le frottement incline la réaction du plan en arrière du mouvement d'un angle φ tel que

$$\underline{tg\ \varphi = f}$$

B) Plan incliné -

N est la force normale
F (à la montée) = T + Nf
F (à la descente) = T - Nf   si $T < Nf$ le corps ne descend pas seul.

Accélération de descente, $\gamma(\text{de descente}) = \dfrac{F(\text{de descente})}{M}$ (loi de la dynamique)

VI - FROTTEMENT DANS LES TOURILLONS ET LES PIVOTS - PUISSANCE PERDUE(fig.5

A) Tourillons -

$$F_{frott^{t}} = Nf$$

$$\mathcal{P}_{perdue} = F_{frott^{t}} \times \text{Vitesse}$$

B) Pivots - La force de frottement appliquée au c.d.g. du triangle hachuré est aux 2/3 du rayon. On a encore :

$$\mathcal{P}_{frott^{t}} = F_{frott^{t}} \times V \text{ de la force de frott}^{t}$$

Cette puissance se dissipe en chaleur.

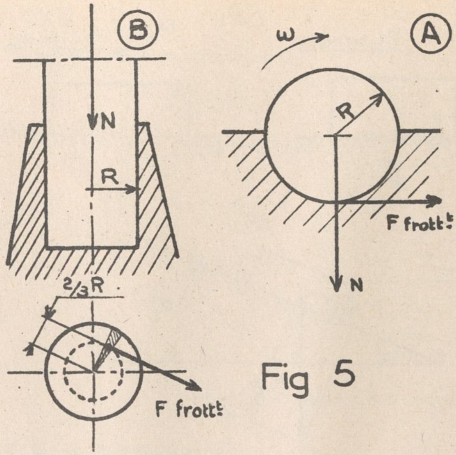


Fig 5

VII - <u>RÉSISTANCE AU ROULEMENT</u> (fig.6)

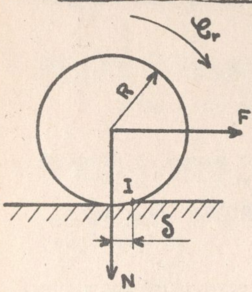


Fig 6

Le chemin de roulement se déforme.

Le <u>centre instantané de rotation</u> est I situé en avant.

$$\mathscr{C}_r = N\delta$$

- $\mathscr{C}_r$ = Couple de roulement en m.kg
- N = charge normale en kg
- δ, appelé improprement coefficient de roulement, est en m.

VIII - <u>RÉSISTANCE DE L'AIR</u> (fig.7)

L'air, comme tout fluide, oppose une résistance au déplacement d'un corps.

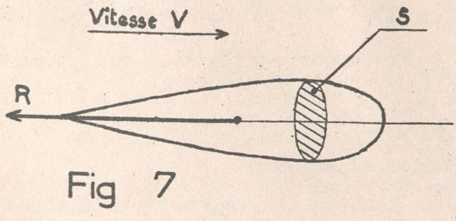


Fig 7

$$R = kSv^2$$

$\begin{cases} R = \text{résistance de l'air en kg} \\ S = \text{section perpendiculaire au déplacement en } m^2 \text{ (maître - couple)} \\ v = \text{vitesse en m/s} \end{cases}$

On montre que :

$$k = \frac{\rho}{2} \cdot C_x$$

$\begin{cases} \rho = \text{masse spécifique de l'air} = \dfrac{\text{poids en kg d' 1 } m^3}{9{,}8} \\ Cx = \text{coefficient, fonction de la \underline{forme aérodynamique et du degré de poli}.} \end{cases}$

<u>Vitesse limite d'un corps en chute libre</u> -

Elle est atteinte quand R (de l'air) = Poids du corps.

<u>Remarque</u> -

La formule ci-dessus ne s'applique plus au voisinage et au-delà de la vitesse du son.

Notons que la vitesse du son dans l'air ne dépend que de la température.

$$a = 20{,}1 \sqrt{T}$$

$\begin{cases} a = \text{vitesse du son en m/s} \\ T = \text{température absolue} = t° + 273 \end{cases}$

LES SYSTÈMES D'UNITÈS

Pour faire un problème.

1°- Adopter un système d'unités et l'indiquer nettement.
2°- Convertir toutes les données en unités du système.
3°- Utiliser les formules de la Mécanique.

Unités	Unités Formules de base	Dimensions	C.G.S.	M.T.S.	M.K.S.(A) (GIORGI)	M.Kp.S. (Système pratique)	Dimensions	Unités Formules de base	Unités
Fondamentales	Longueur	L	cm	m	m (étalon)	m	L	Longueur	Fondamentales
	$\boxed{\text{Masse}}$	M	gramme-masse (1/1000 de l'étalon) g	tonne-masse t	kg. masse (étalon) kg	kgp = force de la pesanteur sur le kg	F	$\boxed{\text{Force}}$	
	Temps	T	s	s	s (étalon)	s	T	Temps	
Dérivées	Vitesse $e = vt$	LT^{-1}	cm/s	m/s	m/s	m/s	LT^{-1}	Vitesse $e = vt$	Dérivées
	Accélération $v = \gamma t$	LT^{-2}	cm/s/s = Gal.	m/s/s	m/s/s = hGal.	m/s/s	LT^{-2}	Accélération $v = \gamma t$	
	$\boxed{\text{Force}}$ $F = M\gamma$	MLT^{-2}	Dyne 1gp = 981 dynes	Sthène (sn) 1sn = 102 kgp $= 10^8$ dynes	Newton (N) 1Nw = 0,102 kgp $= 10^5$ dynes	u.dem. M.Kp.S $M = \frac{P_{kgp}}{9,8}$	$FL^{-1}T^{2}$	$\boxed{\text{Masse}}$ $F = M\gamma$	
	Travail $\tau = Fd$	ML^2T^{-2}	Erg 1cal = 1μth = 4,18 J	kiloJoule $= 10^3$ J	Joule (J) 1J $= 10^7$ ergs 1J = 0,24 μth	kgm 1kgm = 9,8 J 1Cal = 1mth = 426 kgm	FL	Travail $\tau = Fd$	
	Puissance $\mathcal{P} = \frac{\tau}{t}$	ML^2T^{-3}	Erg/s	kiloWatt 1kW = 1,36 ch	Watt (W) 1W = 1J/s $= 10^7$ ergs/s	kgm/s 1ch = 75 kgm/s = 736 W 1 Poncelet = 100 kgm/s	FLT^{-1}	Puissance $\mathcal{P} = \frac{\tau}{t}$	
	Pression $p = \frac{F}{S}$	$ML^{-1}T^{-2}$	Barye 1bar = 1 mégabarye $= 10^6$ baryes	Pièze (pz) 1 hectopièze = 1 mégabarye	Newton/m² = Pascal (P)	kg/m² 1atm = 1,033 kg/cm² = 76 cm de Hg 1 kg/cm² = 98 pz	FL^{-2}	Pression $p = \frac{F}{S}$	
			1 bar = 1 Mbarye = 1 hpz $= 10^5$ P $\simeq$ 1 kg/cm² = 10 m d'eau $\simeq$ 1 atmosph. = 76 cm de Hg						

Remarques: 1°) 1 kgp est la force s'exerçant sur 1 kg-masse.
Un corps de x kgp a donc une masse de x kg-masse, mais le kg-poids et le kg-masse ne sont pas les unités d'un même système.

2°) Le système GIORGI a l'avantage de comprendre, outre les unités mécaniques, les unités électriques du système électrodynamique (Coulomb, Ampère, Volt, Ohm, Farad...etc..) et les nouvelles unités du système électromagnétique (Weber, Ampère-tour, Ampère-mètre, Henry, etc....)

ÉTUDE DES MACHINES SIMPLES

I - CLASSIFICATION -

D'après les transformations de mouvements qu'elles produisent.

A) Transformation d'un mouvement rectiligne continu ou d'un mouvement circulaire continu en un mouvement rectiligne continu.

Leviers - Plan incliné - Poulies fixe et mobile - Palans - Treuils - Pignon et crémaillère - Vis et écrou -

B) Transformation d'un mouvement circulaire continu en un mouvement circulaire continu.

Roues de friction - Courroies - Chaînes - Engrenages - Roue et vis sans fin -

C) Transformation d'un mouvement rectiligne alternatif en un mouvement circulaire continu et réciproquement.

Bielle et manivelle ----- Excentriques - Cames -

II - MÉTHODES GÉNÉRALES DE L'ÉTUDE -

1°) Méthode de l'équilibre des forces - (Méthode Statique)

On applique les principes de la statique.

2°) Méthode de l'égalité du Travail moteur et du Travail résistant - (Méthode Dynamique)

On suppose un déplacement (1 tour dans le cas d'un mécanisme en rotation).

On calcule séparément le Travail moteur et le Travail résistant.

En négligeant toute résistance : $\mathcal{T}_{moteur} = \mathcal{T}_{résistant}$

En tenant compte des pertes : $\dfrac{\mathcal{T}_r}{\mathcal{T}_m} = \eta =$ rendement

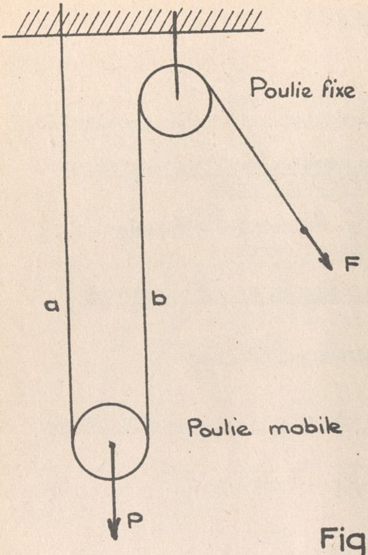
III - QUELQUES EXEMPLES -

A) Poulies fixe et mobile - (fig.1)

Méthode de l'équilibre des forces - 2 brins portent P donc $F = P/2$.

B) Treuil - (fig.2)

Méthode de l'équilibre des forces - $\sum \mathcal{M}_0 = 0$ $\quad Fl = PR$



Fiq 1

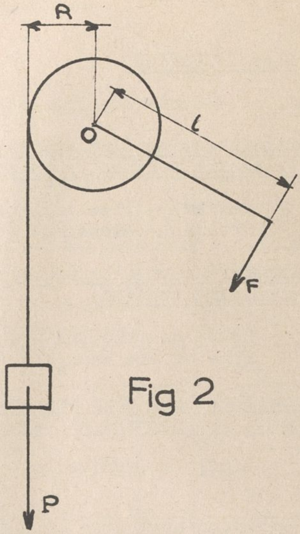


Fig 2

C) <u>Système vis et écrou</u> (fig.3)

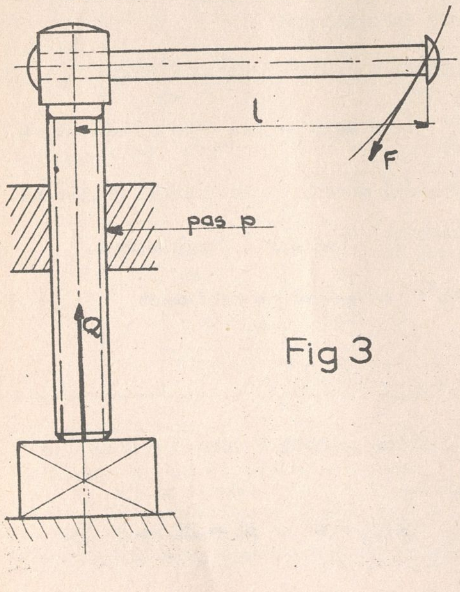


Fig 3

<u>Méthode du $\mathcal{C}_m = \mathcal{C}_r$ -</u>

Pour un tour de la vis.

$$\mathcal{C}_m = F \times 2\pi l$$

$$\mathcal{C}_r = Q \times p$$

Si le rendement est de 40 °/.

$$F \times 2\pi l \times 0{,}4 = Q \times p$$

D) <u>Palan différentiel</u> - (fig.4)

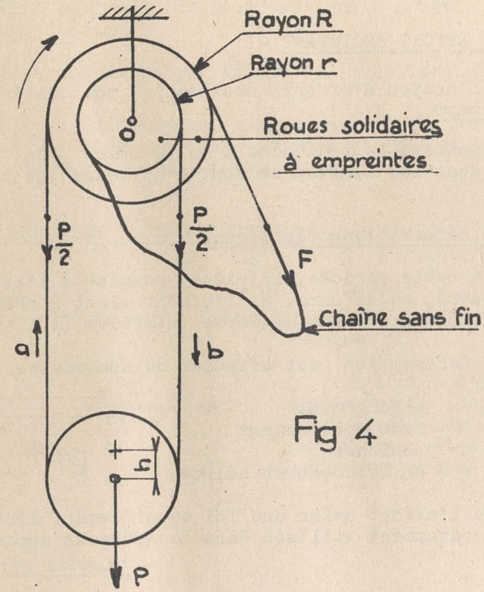


Fig 4

Méthode du $\mathcal{C}_m = \mathcal{C}_r$ -

Pour un tour des roues solidaires

$$\mathcal{C}_m = F \times 2\pi R$$

$$\mathcal{C}_r = P \times h$$

Calcul de h -

Pour un tour a s'enroule de $2\pi R$
b se déroule de $2\pi r$
Raccourcissement $2\pi(R-r)$ pour les deux brins
soit $h = \pi(R-r)$

$$\mathcal{C}_m = \mathcal{C}_r \quad \text{ou} \quad F \times 2\pi R = P \times \pi(R-r)$$

$$F = \frac{P(R-r)}{2R}$$

III - GÉNÉRALITÉS -

I - EFFETS D'UN EFFORT CROISSANT -

Sous l'action d'efforts croissants, tout matériau se déforme et finalement se rompt.

En examinant le phénomène d'un peu plus près, on peut distinguer trois périodes dont les limites ne sont d'ailleurs pas toujours parfaitement tranchées.

1°) Période des déformations élastiques -

Durant cette période, la pièce, soumise à l'action d'un effort relativement modéré, se déforme. Si l'effort vient à cesser, la pièce reprend plus ou moins rapidement sa forme primitive (1).

Cette déformation peut affecter de nombreuses formes :

allongement
raccourcissement
courbure
enroulement en hélice

Liée à l'effort selon une loi sensiblement linéaire (voir plus loin) elle est couramment utilisée dans de nombreux appareils de mesures par exemple :

- ressorts permettant la mesure ou le réglage d'efforts d'après leur course (dynamomètre, peson, ressort spiral rappelant l'aiguille d'un voltmètre, d'un ampéremètre - ressorts d'embrayage, de soupape de sûreté).
- membrane élastique dont la déformation mesure la pression(manomètre).
- "strain-gauge" dont l'allongement se traduit en variation de résistance électrique permettant la mesure de l'effort.

2°) Période des déformations permanentes -

Ici, l'effort, plus important que précédemment, a amené une déformation qui ne disparaît pas après cessation de l'effort.

On dit que la limite élastique du matériau a été dépassée.

Un ressort trop allongé, un clou tordu, un chassis de voiture faussé en sont des exemples bien connus.

---

(1) La déformation, ainsi que le retour à la forme primitive, dépendent de la vitesse de variation de la charge. De plus cette expérience ne peut être reproduite indéfiniment sans amener une modification de structure du matériau d'où découlemont des modifications de certaines propriétés.
Les lois réelles de la Résistance des Matériaux sont en fait très complexes et l'on se contente généralement de résultats approchés basés sur des hypothèses simplificatrices.

3°) Période de rupture -

Si l'effort subi par la pièce continue à croître, celle-ci est finalement mise hors d'usage.

Selon la nature de la sollicitation (traction, compression...) la pièce peut :

soit se fractionner (vitre cassée)
soit se fissurer d'une manière visible ou non (écrasement à froid d'un cube d'acier sous un marteau pilon).

II - DIAGRAMME DE TRACTION D'UNE ÉPROUVETTE -

A) Expérience -

Considérons l'éprouvette (fig.1) prélevée dans le matériau à essayer (1).

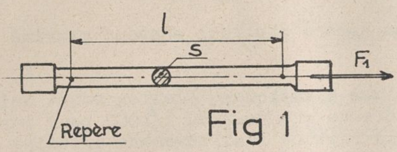


Fig 1

A l'aide d'une machine enregistreuse (2) dont les mors viennent saisir les extrémités de cette éprouvette, exerçons un effort de traction.

B) Définitions -

1°) Fatigue unitaire normale -

C'est le nombre de kg par mm^2 de sa section que la pièce supporte à un instant quelconque. On la désigne par n (3).

$$n = \frac{F_1}{S}$$

L'adjectif "normale" signifie ici "perpendiculaire à la section".

La valeur maximum infranchissable de la fatigue unitaire est la charge de rupture.

---

(1) La forme et les cotes de cette éprouvette ne sont pas quelconques. Elles dépendent des matériaux à essayer et des machines d'essai et sont consignées dans des tableaux ou des "Cahiers des charges".

(2) Il existe de nombreux types de Machines de traction actionnées par poids et leviers ou par pression hydraulique et comportant un dispositif d'enregistrement des efforts exercés et des allongements correspondants.

(3) En règle générale, on exprime en Résistance des Matériaux :
- les forces en kg
- les longueurs en mm

Si dans certains cas on est amené à utiliser le mètre (portée des poutres, charges au m^2 des planchers...etc..) ou le centimètre (Moments d'inertie...etc...) en vue de simplifier les calculs, on exprimera toujours le résultat final avec des mm.

2°) Charge de rupture -

C'est le nombre de kg par mm^2 de sa section que subit la pièce au moment de la rupture. On la désigne par R_r.

$$R_r = \frac{F}{S} = \frac{\text{Force produisant la rupture}}{\text{Section de rupture}}$$

On trouvera en fin de leçon un tableau des charges de rupture des matériaux courants.

3°) Allongement unitaire -

C'est l'allongement par unité de longueur de l'éprouvette sous l'action de l'effort F_1. On le désigne par i.

$$i = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{\text{Allongement total}}{\text{Longueur}}$$

L'allongement unitaire est un nombre abstrait souvent exprimé en tant pour cent.

Dans la période des déformations élastiques, l'allongement unitaire est relativement faible: de l'ordre de grandeur du 1/1000 pour les métaux ferreux, alors qu'au moment de la rupture l'allongement unitaire total peut dépasser 100 °/° pour certains métaux.

C) Diagramme -

Certaines Machines d'essai permettent l'enregistrement d'un diagramme donnant la fatigue unitaire normale n en fonction de l'allongement unitaire i (voir fig.2).

On reconnait aisément, sur le diagramme, 3 zones correspondant aux 3 périodes définies plus haut.

1°) Période des déformations élastiques - (zone 1)

De O en A on a sensiblement une droite. n et i sont proportionnels (voir ci-dessous "Loi de HOOKE").

2°) Période des déformations permanentes - (zone 2)

Si l'effort cesse en A' le point figuratif ne revient pas en O mais en O'. Il en résulte un allongement unitaire permanent OO'.

3°) Période de rupture - (zone 3)

C'est en S que l'éprouvette supporte la charge maximum. Dès cet instant, la rupture est amorcée. Une diminution de section - appelée STRICTION - va se produire et la rupture aura lieu sous une charge inférieure à celle supportée précédemment.

Le point S, correspondant à la charge de rupture, marque le début de la striction.

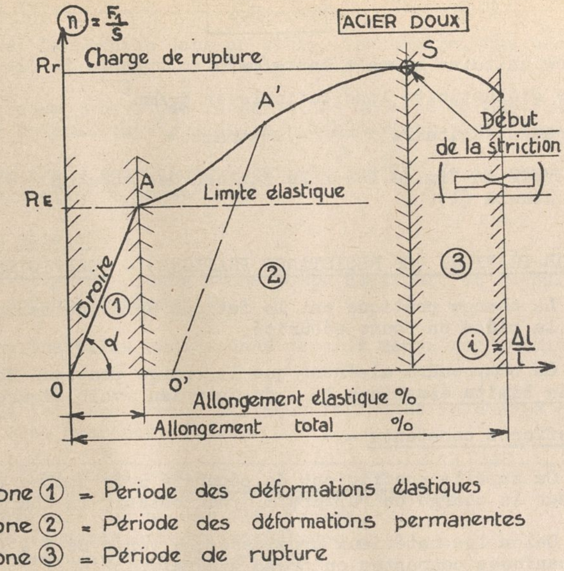


Fig 2

D) Remarque -

Le diagramme précédent est en fait enregistré avec :

en abscisses les allongements réels de la pièce : $\Delta \ell$

en ordonnées les efforts de traction sur l'éprouvette : F_1

En divisant $\Delta \ell$ par la longueur ℓ et F_1 par la section S on obtient un graphique indépendant de la forme de l'éprouvette et permettant la comparaison avec des graphiques obtenus pour d'autres métaux et sur d'autres machines.

III - LOI DE HOOKE - MODULE D'ÉLASTICITÉ LONGITUDINALE -

La Loi de HOOKE exprime la proportionnalité entre n et i durant la période des déformations élastiques.

Le coefficient de proportionnalité E s'appelle module d'élasticité longitudinale.

$$\boxed{n = E.i}$$

$$\begin{cases} n = \text{fatigue unitaire normale en } kg/mm^2 \\ E = \text{module d'élasticité longitudinale en } kg/mm^2 \\ i = \text{allongement unitaire} = \dfrac{\Delta \ell}{\ell} \text{ - abstrait -} \end{cases}$$

Voir en fin de leçon le tableau des modules d'élasticité des matériaux usuels (1).

IV - CHARGE PRATIQUE (OU RÉSISTANCE PRATIQUE) - COEFFICIENT DE SÉCURITÉ -

La charge pratique est la fatigue unitaire maximum que peut supporter la pièce en toute sécurité.

On comprendra aisément que la charge pratique doit rester inférieure à la limite élastique R_E , du matériau (voir figure 2).

A) Cas d'efforts constants -

On appelle coefficient de sécurité α le nombre par lequel il faut diviser la charge de rupture R_r pour obtenir la charge pratique.

Selon les matériaux considérés, α varie de 3 à 10. Pour les pièces mécaniques courantes on prend généralement 5 (2).

---

(1) Module signifie "grandeur de comparaison". E sert ici à comparer l'élasticité des divers matériaux. On remarquera que $E = n/i$ ce qui prouve que E est d'autant plus petit que le matériau considéré est plus élastique.

(2) Cette valeur relativement élevée du coefficient de sécurité α a fait dire à certains esprits mathématiques qu' en Résistance des Matériaux on calcule d'abord les sections des pièces et qu'ensuite, pour éliminer toute erreur, on multiplie les résultats par 10.

Il s'agit là d'une boutade, car un examen plus attentif de la question amène les remarques suivantes :

- a) le coefficient de sécurité est rapporté à la charge de rupture R_r alors qu'il devrait être pris par rapport à la limite élastique R_E . La raison de ce choix est que, pour certains matériaux la limite élastique n'est pas nette et que, dans tous les cas sa détermination n'est pas aussi simple que celle de la charge de rupture.

Pour certains matériaux: aciers ordinaires, alliages de cuivre, d'aluminium, la limite élastique est inférieure à la moitié de la charge de rupture.

Pour des aciers durs, des aciers spéciaux ayant subi la trempe, la limite élastique se rapproche de la charge de rupture. La zone des déformations permanentes est pratiquement inexistante et le coefficient de sécurité peut être réduit.

L'intérêt de certains traitements thermiques des aciers résident davantage dans le relèvement de cette limite élastique que dans l'accroissement non proportionnel de la charge de rupture. Consulter le tableau en fin de leçon.

(Voir suite p.23)

B - Cas d'efforts variables en grandeur, mais toujours de même sens -

Exemples: la tension dans un câble, une chaîne, une courroie; la flexion d'un rail au passage de chaque essieu.

L'expérience prouve que la structure interne du matériau se modifie (sorte de cristallisation) et la pièce devient plus fragile.

On prend alors pour charge pratique les 2/3 de la charge pratique dans le cas d'efforts constants.

C - Cas d'efforts alternés -

Exemple: tige de piston d'une pompe aspirante et refoulante, vilebrequin d'un moteur d'automobile.

La pièce travaille encore dans de plus mauvaises conditions que ci-dessus.

On prend ici pour charge pratique le 1/3 de la charge pratique dans le cas d'efforts constants (1).

(Suite de la note 2 de la page 22)
- b) Les matériaux ne sont jamais parfaitement homogènes.
Les bois comportent des noeuds, des fentes.
Les pièces de fonderie ont des soufflures.
Le laminage peut provoquer des criques.
Le coefficient de sécurité croîtra, toutes choses égales d'ailleurs, avec le défaut d'homogénéité.
- c) On n'est pas toujours certain d'avoir évalué avec exactitude les efforts subis par la pièce.
Par exemple: on a obtenu par calculs la tension de pose d'une courroie, mais l'ouvrier chargé du montage opère au jugé et, par crainte du glissement, il a souvent tendance à exagérer cette tension.
Pour ces diverses raisons il est inutile d'effectuer les calculs de Résistance des Matériaux avec grande précision. Trois chiffres significatifs dans les résultats (erreur relative comprise entre 1/100 et 1/1000) sont suffisants. L'emploi de la règle à calcul est donc ici à recommander.

---

(1) Cette méthode de calcul n'est qu'un pis aller. Il n'existe, en effet, pas de relation simple et applicable à tous les matériaux entre l'effort de rupture statique et l'effort de rupture dynamique (effort variable).
C'est pourquoi l'on a créé récemment des machines d'essais utilisant des efforts variables dites Machines d'essais dynamiques pouvant effectuer les essais de :
traction variable
traction et compression alternées
torsion alternée
flexion alternée....etc....
Exemple: essai en flexion alternée. Une éprouvette, fixée sur le mandrin de la machine, est entraînée en rotation. A l'extrémité on applique, par l'intermédiaire d'un roulement à billes, une charge connue P (voir fig.3). La machine, mise en marche, compte le nombre d'alternances et s'arrête automatiquement dès la rupture de l'éprouvette. On fait varier P et l'on porte les résultats sur un graphique (voir fig.4).

TABLE DES MATIÈRES.