6

ENCYCLOPÉDIE INDUSTRIELLE BAILLIÈRE

L'AIR COMPRIMÉ

TOME PREMIER

PRODUCTION

PAR

JEAN LEFÈVRE
Ingénieur des Arts et Métiers, Licencié ès Sciences

J.-B. BAILLIÈRE ET FILS, ÉDITEURS - PARIS

L'AIR COMPRIMÉ

TOME PREMIER

PRODUCTION

L'AIR COMPRIMÉ

TOME PREMIER

PRODUCTION

PAR

JEAN LEFÈVRE
INGÉNIEUR DES ARTS ET MÉTIERS, LICENCIÉ ES-SCIENCES

PRÉFACE

DE

CASIMIR MONTEIL
DIRECTEUR HONORAIRE DE L'ÉCOLE CENTRALE

J.-B. BAILLIÈRE ET FILS, Éditeurs
19, rue Hautefeuille, PARIS (6e)

—

1951

PRÉFACE

Dans l'ouvrage de M. Lefèvre se trouvent rassemblés les renseignements théoriques et pratiques relatifs à la production et à la distribution de l'air comprimé. Il doit intéresser à la fois les constructeurs et les utilisateurs.

Dans le premier chapitre sont concentrés les calculs généraux tirés des éléments usuels de la thermodynamique appliquée au cas des gaz parfaits. L'air, tel qu'il est utilisé dans les appareils étudiés, peut être considéré, avec une très suffisante approximation, comme un gaz parfait. C'est dire que l'auteur élimine de ses préoccupations les détendeurs d'air qui fonctionnent dans les machines à production d'air liquide où la détente sans travail n'est pas isotherme mais subit un léger refroidissement dénommé « effet Joule Kelvin ».

Les calculs se ramènent à résoudre chacune des deux intégrales du travail $\int pdv$ *ou* $\int vdp$, *qui se rencontrent, la première dans un arc isolé de compression ou de détente, la seconde dans le cycle entier du compresseur ou du détendeur.*

Cette résolution des deux intégrales est faite en premier lieu dans les deux cas théoriques d'isothermie ou d'adiabatisme, puis dans un cas qui se rapproche davantage des vraies conditions d'exploitation et qu'on nomme polytropie.

Les lecteurs, auxquels ce dernier mot paraîtrait obscur, n'ont qu'à prendre à la lettre son sens étymologique qui est « plusieurs directions ». En effet, par chaque point du plan Clapeyron passent deux directions fixes, l'isotherme et l'adiabatique. Mais on peut tracer, par le même point, plusieurs autres directions qui varient de l'une à l'autre suivant deux influences :

1° *Le fini de la construction qui intervient dans l'importance des frottements ;*

2° *L'absence ou le degré d'efficacité du refroidissement.*

Les autres chapitres comportent l'étude technologique des machines : compresseurs à piston, à un ou plusieurs étages, compresseurs rotatifs à palettes, turbo-compresseurs centrifuges type Rateau, turbo-compresseurs axiaux dont le haut rendement a contribué au succès de la turbine à gaz, et enfin les ingénieux compresseurs à pistons libres, type Pescara.

L'une des précieuses originalités de l'ouvrage réside dans le choix judicieux d'un grand nombre d'applications numériques. Une longue pratique de l'enseignement nous a montré qu'un raisonnement, une formule, ne sont vraiment bien compris des élèves (ou des lecteurs) qu'après la mise en chiffres. C'est à ce moment-là seulement que les malentendus se dissipent et que la compréhension devient totale.

Nous abordons un point délicat en parlant du système d'unités adopté dans l'ouvrage. Certes, pour être orthodoxe, l'auteur aurait dû faire usage de la masse comme unité principale et de la force comme unité dérivée. Le kilogramme serait devenu une unité de masse, les force, pression, travail et puissance auraient été exprimés en multiples ou sous-multiples du sthène, de la pièze, du joule et du watt. Aurait ainsi disparu l'usage du kilogramme-poids, du kilogramme par cm^2*, du kilogrammètre et du cheval. Or, ces dernières unités sont encore d'un usage courant chez les ingénieurs.*

M. Lefèvre a préféré se placer au rang de ses lecteurs et non pas les précéder dans la voie où les savants veulent, à juste titre, les orienter.

Terminons en disant que M. Lefèvre est tout particulièrement désigné, par ses antécédents, pour écrire un ouvrage magistral sur l'air comprimé. Nous l'avions d'ailleurs déjà sollicité pour écrire l'article « Compression de l'air et des gaz », qui a paru dans le volume Mécanique et Chaleur *des* Techniques de l'Ingénieur. *Ingénieur des Arts et Métiers, ayant fait une carrière déjà longue dans les bureaux d'études de constructeurs de compresseurs, licencié ès-sciences, il réunit en sa personne les connaissances pratiques et la maîtrise du calcul. Sur ces deux points, il a réussi et mérite nos félicitations.*

Le 7 février 1951.

C. MONTEIL.

Directeur honoraire de l'Ecole Centrale.

AVANT-PROPOS

Je ne reviendrai pas sur le but poursuivi par cet ouvrage, puisque M. le Professeur C. Monteil a bien voulu l'exposer dans la préface qu'il m'a fait l'honneur et le grand plaisir de rédiger. Je donnerai seulement à mes lecteurs, dans cet avant-propos, quelques explications pratiques concernant sa disposition matérielle.

Présentation typographique. — Le lecteur constatera que certains passages du texte sont imprimés en petits caractères; il s'agit de démonstration de formules ou d'indications sur les unités à adopter, d'exemples de calcul, de description d'appareils, et d'une façon générale de passages pouvant être sautés en première lecture et réservés pour un examen plus attentif.

Indépendamment de son partage en cinq chapitres :

— *Notions théoriques sur l'air comprimé;*

— *Compresseurs à pistons;*

— *Compresseurs rotatifs (machines volumétriques et turbo-compresseurs);*

— *Commande et installation des compresseurs;*

— *Essais et exploitation,*

le volume est divisé en paragraphes numérotés de 1 à 61 et subdivisés, eux-mêmes, en sous-paragraphes repérés *a, b, c*... Ces divisions et subdivisions sont indiquées dans la table analytique des matières, qui renvoie aux pages correspondantes.

Les principales formules sont numérotées [1], [2], etc., à l'intérieur d'un paragraphe; elles exigent donc, pour être rappelées dans un paragraphe ultérieur, de préciser à la fois leur numéro et celui du paragraphe correspondant. Quand, dans le cours d'une démonstration, il est nécessaire de repérer des équations, pour éviter toute confusion ces repères sont faits par astérisques (*), (**), (***), etc.

Exemples de calcul et tableaux. — Les exemples de calcul sont numérotés de 1 à 74, indépendamment de la division en chapitres et en paragraphes. Quelle que soit leur importance, qui varie de quelques lignes pour des applications de formule jusqu'à plusieurs pages pour la détente de l'air humide (n° 25) ou la détermination des refroidisseurs en partant des lois sur les échanges de chaleur (n^{os} 43, 45, 46), ils sont présentés de façon uniforme : un énoncé donnant toutes les données du problème est suivi d'une solution en une ou plusieurs parties. Les calculs ont été exécutés à la règle; le lecteur ne devra donc pas être surpris si les résultats ne sont pas d'une exactitude rigoureuse.

Les tableaux, qui regroupent certaines formules essentielles, résument des comparaisons développées dans le texte, ou donnent des valeurs numériques, sont numérotées en chiffres romains de I à XXXVIII. Leur rappel dans le texte comporte l'indication de la page.

Unités et notations. — Le système d'unités des mécaniciens (mètre, kilogramme-force, seconde) a été exclusivement employé; il a seulement été fait mention, au § 2 concernant les unités puis au § 51 à propos des épreuves réglementaires des réservoirs, des unités légales MTS et en particulier de l'hectopièze.

Pour les symboles d'unités, les abréviations normalisées ont été rigoureusement respectées (pour cette raison, la calorie a été représentée par le symbole mth, abréviation de millithermie). Pour les symboles de grandeurs, les notations recommandées par l'AFNor ont été également suivies dans la mesure du possible. D'ailleurs, après chaque formule, les unités d'emploi et la signification des notations sont indiquées explicitement; il est en outre précisé si la formule est homogène et par conséquent valable dans tout système homogène d'unités. L'équation de dimensions est donnée avec la définition de chaque grandeur.

Figures. — Les courbes ou abaques permettant la lecture de valeurs numériques ont été tracés avec un quadrillage, et à une échelle simple permettant les relevés au décimètre.

En ce qui concerne les dessins de compresseurs, d'éléments constitutifs, ou d'accessoires, il eût été préférable pour l'aspect de l'ouvrage de les exécuter de façon uniforme en partant des documents d'origine en ma possession, mais un tel travail aurait dépassé de beaucoup les moyens matériels dont je disposais. J'ai donc sollicité le concours des divers constructeurs, qui ont largement répondu, en me fournissant des clichés et souvent même, en les préparant spécialement à mon intention. Je les en remercie, car ils m'ont ainsi permis d'illustrer mon texte d'une documentation abondante. Je me suis efforcé de choisir, pour chaque constructeur, les illustrations les plus caractéristiques de son domaine de fabrication, mais je n'y ai certainement pas réussi parfaitement; aussi j'engage mes lecteurs, par souci d'impartialité, à ne pas se contenter de l'examen des figures mais à consulter le texte où j'ai fait mention des diverses firmes ayant adopté un mode de construction déterminé.

Documentation commerciale. — Au début et à la fin de ce livre, deux cahiers d'annonces se rapportent, l'un aux compresseurs et à leurs éléments de construction, l'autre à leurs accessoires d'installation et à l'outillage pneumatique. L'ensemble de ces annonces constitue une documentation commerciale spécialisée qui complète utilement mon travail et j'engage mes lecteurs à la consulter; elle leur rendra certainement service. Je remercie les industriels qui ont bien voulu y participer et je souhaite qu'ils en tirent profit.

Enfin je ne saurai terminer cet avant-propos sans remercier MM. Bonnet-Baillière, père et fils, de leur compréhension et de la confiance qu'ils ont bien voulu me témoigner. J'espère qu'ils n'auront pas à le regretter et que je ne me suis pas fait trop d'illusions sur les possibilités de diffusion du présent ouvrage.

Le 15 février 1951. Jean Lefèvre.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

Chapitre Premier. — NOTIONS THÉORIQUES SUR L'AIR COMPRIMÉ

Chapitre III. — COMPRESSEURS ROTATIFS

CHAPITRE IV

COMMANDE ET INSTALLATION DES COMPRESSEURS

Chapitre V. — **ESSAIS ET EXPLOITATION DES COMPRESSEURS**

INDEX DES EXEMPLES DE CALCUL

INDEX DES TABLEAUX

* Aux tableaux proprement dits, nous avons ajouté dans cet index les figures représentant des courbes ou abaques qui permettent la lecture de valeurs numériques.

L'AIR COMPRIMÉ

TOME PREMIER

PRODUCTION

CHAPITRE PREMIER

NOTIONS THÉORIQUES SUR L'AIR COMPRIMÉ

1. Air atmosphérique. Gaz parfaits.

a) ***Composition.*** — L'air sec est un mélange gazeux composé :

— en poids :
d'environ 23 % d'oxygène et 77 % d'azote et autres gaz inertes;

— en volumes :
d'environ 21 % d'oxygène et 79 % d'azote et autres gaz inertes.

La composition détaillée du mélange est donnée dans le tableau I ci-dessous qui indique, en outre, certaines propriétés des composants.

Le *poids moléculaire* M est le rapport du poids de la molécule de gaz à celui de l'atome d'hydrogène. C'est aussi le poids en kilogrammes d'un volume de 22,4 m³ du gaz considéré, à la température de 0° C et sous la pression atmosphérique normale (760 mm de mercure).

Le *poids spécifique* ϖ_0 est le poids, exprimé en kilogrammes, d'un mètre cube de gaz, toujours considéré à la température de 0° C et sous une pression de 760 mm de mercure.

Les *conditions de liquéfaction* sont définies par :

— la température de liquéfaction t_l, sous la pression atmosphérique normale;

— la température critique t_c, au-dessus de laquelle le gaz ne peut pas être liquéfié, quelle que soit la pression à laquelle il est soumis;

— la pression critique p_c, correspondant à la température critique.

I. Composition de l'air

constituants	proportion en poids %	indice moléculaire	nombre d'atomes par molécule	poids moléculaire M	poids spécifique ϖ_0 kg : m³	conditions de liquéfaction t_l °C	t_c °C	Pc kg : cm²
Oxygène	23,20	O^2	2	32	1,429	— 183	— 119	52
Azote	75,47	N^2	2	28	1,251	— 196	— 147	35
Argon	1,28	Ar	1	40	1,784	— 186	— 122	50
Gaz carbonique .	0,05	CO^2	3	44	1,977	— 78	+ 31	75

La proportion de gaz carbonique varie avec le lieu; la valeur indiquée est une moyenne. L'air contient en outre, mais en quantités infimes, quatre gaz rares : le xénon, le néon, le krypton et l'hélium. Ces gaz sont monoatomiques comme l'argon et ne se liquéfient qu'à très basse température.

b) ***Gaz parfaits.*** — Tant qu'ils évoluent à des températures assez éloignées du point critique de liquéfaction, les gaz sont soumis à des lois simples (loi de Mariotte, loi de Gay-Lussac) qui feront l'objet du paragraphe 3; on dit alors que ce sont des *gaz parfaits*. Le tableau précédent permet de constater qu'aux températures usuelles tous les composants de l'air sec, sauf le gaz carbonique, sont des gaz parfaits; comme le gaz carbonique n'intervient que pour une très faible part dans le mélange, on peut considérer *l'air sec* comme *un gaz parfait*.

Mais l'air atmosphérique n'est pas sec; il contient suivant les conditions météorologiques une quantité variable de *vapeur d'eau*, de l'ordre de quelques grammes par mètre cube. Cette quantité est assez faible pour que, d'une façon générale, on puisse appliquer à l'air atmosphérique les lois des gaz parfaits. Mais la vapeur d'eau contenue dans l'air peut se condenser, ou bien inversement les gouttelettes d'eau liquide constituant un brouillard peuvent s'évaporer dans l'air environnant; le changement d'état d'une quantité d'eau, même relativement faible, libère ou absorbe une quantité de chaleur appréciable, qui fausse le jeu des lois d'évolution de l'air supposé sec. Il faut donc dans certains cas particuliers étudier l'*influence de l'humidité de l'air;* cette étude fera l'objet des paragraphes 15 et 16.

c) ***Constantes physiques.*** — Avec la composition de l'air ont été données les principales constantes physiques de ses constituants. Le tableau II ci-dessous donne les constantes du mélange, c'est-à-dire de l'air supposé sec.

Le *volume spécifique* v_0 est le volume, exprimé en mètres cubes du kilogramme d'air à la température de 0° C et sous la pression atmosphérique normale équilibrant une colonne de 760 mm de mercure. C'est l'*inverse du poids spécifique.*

L'air n'étant pas un corps simple n'a pas de *poids moléculaire* proprement dit; mais on peut appeler ainsi le poids moléculaire moyen de ses constituants.

Par la *liquéfaction* sous pression atmosphérique normale on a indiqué la zone de températures correspondant à la liquéfaction des trois composants principaux : oxygène, azote et argon.

Comme *point critique* (température et pression), on a considéré celui de ces trois éléments qui est le plus facilement liquéfiable : l'oxygène.

Pour ne former qu'un seul tableau, à ces constantes en ont été ajoutées d'autres : coefficient de dilatation, chaleurs spécifiques, etc.), qui seront définies aux paragraphes 3 et 4.

II. CONSTANTES PHYSIQUES DE L'AIR

NATURE DES CONSTANTES	SYMBOLE	VALEUR	UNITÉ	DIMENSIONS
Poids spécifique (à 0° C et sous 760 mm de mercure)	ϖ_0	1,293	kg : m³	$ML^{-2}T^{-2}$
Volume spécifique (à 0° C et sous 760 mm de mercure)	v_0	0,773	m³ : kg	$M^{-1}L^{2}T^{2}$
Poids moléculaire	M	28,96	mol-kg	
Température de liquéfaction (sous 760 mm de mercure)	t_l	— 183 à — 196	° C	Θ
Température critique de liquéfaction	t_c	— 119	° C	Θ
Pression critique correspondante	p_c	52	kg : cm²	$ML^{-1}T^{-2}$
Coefficient de dilatation	α	1:273 = 0,00367		Θ^{-1}
Constante d'équation spécifique	R	29,27	m : °	$L\Theta^{-1}$
Chaleur spécifique à pression constante	c_p	0,240	mth / kg °	$L\Theta^{-1}$
Chaleur spécifique à volume constant	c_v	0,171	mth / kg °	$L\Theta^{-1}$
Rapport des chaleurs spécifiques $c_p : c_v$ — air sec	K	1,405		
Rapport des chaleurs spécifiques $c_p : c_v$ — air moyenᵗ humide	K	1,400		

Dans les calculs le rapport K des chaleurs spécifiques intervient fréquemment; on prendra la valeur K = 1,4 qui est celle de l'air atmosphérique moyennement humide.

d) ***Pression atmosphérique.*** — La couche d'air atmosphérique exerce par son poids une certaine pression; si l'on fait le vide dans un réservoir, l'air exerce sa pression sur les parois extérieures. La pression atmosphérique se mesure avec le *baromètre;* elle varie d'un lieu à l'autre, en particulier avec l'altitude, et au même lieu d'un moment à l'autre selon l'état de l'atmosphère. Au niveau de la mer, la pression atmosphérique équilibre, en moyenne, la poussée d'une *colonne de 760 mm de mercure;* cette pression est dite *pression atmosphérique normale;* exprimée en unité de force par unité de surface elle est égale à 1,033 kg : cm².

Le manomètre placé sur un réservoir de gaz comprimé mesure la différence entre la pression à l'intérieur de ce réservoir et la pression atmosphérique au lieu et à l'instant considérés; on appelle cette différence la **pression effective** tandis que la pression réelle à l'intérieur du réservoir est nommée **pression absolue.** Dans la pratique industrielle on parle de la pression effective, mais dans les calculs thermodynamiques on fait usage de la pression absolue.

Ainsi, si le manomètre d'un réservoir indique 5 kg : cm² tandis que le baromètre indique 745 mm de mercure, soit :

$$p_0 = 1{,}033 \times 745 : 760 = 1{,}012 \text{ kg : cm}^2$$

la pression absolue est de :

$$p = 5 + 1{,}012 = 6{,}012 \text{ kg : cm}^2.$$

La pression atmosphérique en un même lieu ne varie guère que de 25 mm de mercure de part et d'autre de la pression moyenne, en fonction des *conditions météorologiques.* Sa variation est par contre très sensible en fonction de *l'altitude;* elle diminue au fur et à mesure que l'on s'élève pour devenir très faible dans la stratosphère; inversement elle est plus forte au fond d'une mine qu'en surface. Le tableau III ci-dessous donne sa valeur moyenne pour diverses altitudes.

III. VARIATION DE LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE AVEC L'ALTITUDE

ALTITUDE en mètres	PRESSION		ALTITUDE en mètres	PRESSION		ALTITUDE en mètres	PRESSION	
	en mm de mercure	en kg : cm²		en mm de mercure	en kg : cm²		en mm de mecure	en kg : cm²
0	760	1,033	0	760	1,033	0	760	1,033
— 100	769	1,045	+ 100	751	1,021	+ 1 000	673	0,915
— 200	779	1,059	+ 200	742	1,008	+ 2 000	596	0,810
— 300	789	1,073	+ 300	733	0,996	+ 3 000	526	0,715
— 400	799	1,086	+ 400	724	0,985	+ 4 000	462	0,629
— 500	809	1,100	+ 500	715	0,973	+ 5 000	405	0,552
— 600	819	1,113	+ 600	706	0,960	+ 6 000	354	0,482
— 700	830	1,127	+ 700	697	0,948	+ 7 000	308	0,419
— 800	840	1,142	+ 800	688	0,936	+ 8 000	267	0,363
— 900	851	1,156	+ 900	680	0,925	+ 9 000	230	0,313
— 1 000	862	1,171	+ 1 000	673	0,915	+ 10 000	198	0,270

2. Systèmes d'unités.

L'examen des propriétés physiques de l'air a nécessité la définition de certaines grandeurs et le choix de leurs unités de mesure; la même nécessité s'imposera au cours des paragraphes suivants. Avant d'aller plus loin, il convient de préciser les systèmes d'unités qui seront utilisés dans cet ouvrage. Ils sont au nombre de deux :

— **le système MKfS** (mètre, kilogramme-force, seconde), en dépit des efforts des savants et des normalisateurs, est resté celui du langage courant des ingénieurs et des praticiens de la mécanique; nous l'utiliserons d'une façon générale et pour tous les calculs.

— **le système MTS** (mètre, tonne-masse, seconde), qui est le *système légal* en France depuis la loi du 2 avril 1919 et rejoint pour l'expression de la puissance les unités électriques internationales; nous y aurons recours dans certains cas particuliers.

a) ***Système MKfS.*** — Les unités fondamentales dans ce système sont :

— le *mètre,* unité de longueur;
— la *seconde,* unité de temps;
— le *kilogramme-force* (ou kilogramme-poids), force qu'exerce la pesanteur sur une masse égale à celle d'un décimètre cube d'eau distillée à son maximum de densité (4° C).

L'*unité de masse* n'est pas dans ce système une unité fondamentale; ce n'est qu'une *unité dérivée* en vertu de la *loi fondamentale de la mécanique :*

$$F = m\gamma \qquad \text{Force} = \text{masse} \times \text{accélération.}$$

C'est la masse à laquelle une force de 1 kg communique une accélération de 1 m : s^2.

Comme l'accélération unité 1 m : s^2 est 9,81 fois plus faible que l'accélération de la pesanteur (9,81 m : s^2), il faut que la masse-unité soit 9,81 fois plus forte que la masse de l'unité de poids.

L'**unité de masse MKfS,** qui n'a pas de nom spécial, est donc la ***masse qui pèse 9,81 kg.*** Il importe de se rappeler sa valeur, pour tous les problèmes mettant en jeu des puissances vives, des quantités de mouvement ou des forces centrifuges.

En principe, toutes les unités du système dérivent directement des trois unités fondamentales; c'est le cas par exemple :
— du m : s, *mètre par seconde,* unité de vitesse;

— du kg : m^3, *kilogramme par mètre cube,* unité de poids spécifique;
— du kgm, *kilogrammètre,* unité de travail.

Toutefois l'usage a fait prévaloir l'emploi de certains multiples au lieu de l'unité dérivée directe :
— pour les pressions : le *kilogramme par centimètre carré :*

$$1 \text{ kg} : \text{cm}^2 = 10\,000 \text{ kg} : \text{m}^2$$

— pour les puissances : le *cheval :* 1 ch = 75 kgm : s.

Il faut y prendre garde dans les calculs et pour appliquer une formule homogène, exprimer toutes les grandeurs en partant des mêmes unités fondamentales : mètre, kilogramme, seconde.

D'autre part, dans la pratique, on exprime une vitesse de rotation en *nombre de tours par minute* N alors que la relation :

$V = \omega r$ Vitesse circonférentielle = vitesse angulaire × rayon

n'est vraie que si ω est exprimée en *radians par seconde* (r : s).

Or comme un tour vaut 2π radians et une minute 60 secondes on en déduit :

$$1 \text{ t} : \text{mn} = \pi : 30 \text{ r} : \text{s} \qquad \text{et} \qquad V = \pi N r : 30.$$

Le système MKfS s'est maintenu dans la pratique parce que la notion de poids est plus concrète que celle de masse, mais il a un défaut : l'accélération de la pesanteur n'étant pas rigoureusement constante, si la masse d'un corps est fixe son poids varie légèrement d'un point à l'autre du globe. Les différences sont faibles et n'ont pas d'importance dans les transactions commerciales, mais les physiciens doivent en tenir compte; c'est pourquoi ils ont adopté le *système CGS* (centimètre, gramme-masse, seconde) comportant la masse comme grandeur fondamentale.

b) ***Système MTS.*** — C'est un système formé de multiples décimaux des unités CGS plus appropriés que celles-ci aux ordres de grandeur industriels.

Les unités fondamentales en sont :
— le *mètre,* unité de longueur;
— la *seconde,* unité de temps;
— la *tonne,* masse d'un mètre cube d'eau distillée à 4° C.

Les principales unités dérivées sont :

— le *sthène* (sn) unité de force qui communique une accélération de 1 m : s^2 à une masse de 1 t; comme le kilogramme poids communique à une masse 1 000 fois plus faible une accélération 9,81 fois plus forte, un sthène vaut 102 kilogrammes du système MKfS (102 = 1 000 : 9,81);

— le *pièze* (pz) unité de pression égale à un sthène par m^2. On utilise plus fréquemment son multiple l'*hectopièze* qui vaut 1,02 kg : cm^2 et correspond sensiblement à la pression atmosphérique;

— le *kilojoule* (kJ) unité de travail, correspondant au travail de 1 sthène sur une distance de 1 mètre et équivalent à 102 kilogrammètres;

— le *kilowatt* (kW) unité de puissance égale à 1 kilojoule par seconde et équivalente à 102 kilogrammètres : seconde ou à 1,36 cheval. Le kilowatt est un multiple du watt qui représente en électricité la puissance d'un courant continu de 1 ampère sous une tension de 1 volt.

Actuellement, le système MTS n'est utilisé pratiquement par les mécaniciens que dans deux cas bien déterminés :

1° Pour la *graduation officielle des pressions* (manomètres, timbre de contrôle des réservoirs), l'unité légale de pression étant l'*hectopièze;*

2° Pour définir la *puissance électrique,* exprimée en *kilowatts,* qui correspond à une puissance mécanique mesurée en chevaux.

c) ***Unités de pression.*** — Indépendamment des unités : kg : cm², hpz, que nous venons de définir, on exprime souvent dans la pratique, les pressions peu élevées par la *hauteur de liquide* (eau ou mercure) qu'elles sont capables d'équilibrer dans un tube manométrique.

Une colonne d'eau de 1 cm² de section et de 1 m de hauteur pèse 100 g.

1 kg : cm² correspond donc à une hauteur de 10 mètres d'eau et 1 kg : m² à une hauteur de 1 millimètre d'eau.

De même la colonne de mercure de mêmes dimensions pèse 1,36 kg.

1 kg : cm² correspond donc à une hauteur de 735 millimètres de mercure.

En toute rigueur, il faut tenir compte de la variation de densité de l'eau ou du mercure avec la température. Nous y reviendrons au paragraphe 55 à propos de la mesure des pressions et le tableau XXXIV (p. 563) donne pour les températures usuelles la correspondance rigoureuse entre la hauteur de liquide et la pression.

Le tableau IV ci-dessous donne les valeurs de chaque unité de pression en fonction des autres.

IV. CORRESPONDANCE DES UNITÉS DE PRESSION

UNITÉS DE PRESSION	VALEUR CORRESPONDANTE EN			
	hpz	kg : cm²	mm d'eau	mm de mercure
Hectopièze (ou mégabarye)	1	1,02	10 200	750
Kilogramme : centimètre carré	0,981	1	10 000	735
Millimètre d'eau (ou kg : m²)	$9,81 \times 10^{-5}$	10^{-4}	1	0,0735
Millimètre de mercure	$1,33 \times 10^{-3}$	$1,36 \times 10^{-3}$	13,6	1

d) ***Unités d'énergie.*** — Le travail ou l'énergie s'expriment en kilogrammètres dans le système MKfS et en kilojoules dans le système MTS, mais il existe dans la pratique industrielle d'autres unités. Nous savons que les unités de puissance dans les deux systèmes sont respectivement le cheval et le kilowatt liés par les relations :

$$1 \text{ ch} = 0{,}736 \text{ kW} \qquad 1 \text{ kW} = 1{,}36 \text{ ch}.$$

Partant de la puissance développée par une machine ou une installation, on définit souvent l'énergie mise en jeu pendant un certain temps comme le produit de ce temps par la puissance moyenne et on l'exprime à l'aide :

— du *cheval-heure :* 1 ch.h = 3 600 × 75 = 270 000 kgm

— ou du *kilowatt-heure :* 1 kW.h = 3 600 kJ = 367 000 kgm.

Enfin chaque système comporte une **unité de chaleur :** la *calorie* (*) appelée souvent grande calorie par opposition à la petite calorie, unité CGS) et la *thermie,* qui sont respectivement les quantités de chaleur nécessaires pour élever de 1° C la température d'un kilogramme ou d'une tonne d'eau (au voisinage de 15° C).

La masse de 1 tonne et le poids de 1 kilogramme étant relatifs à des quantités d'eau dans le rapport de 1 000 à 1, la thermie vaut 1 000 calories. Aussi le symbole de la thermie étant th le *symbole normalisé de la calorie ou millithermie est* mth.

Comme nous le verrons au paragraphe 4 il y a équivalence entre la chaleur et le travail, si bien que les *unités de chaleur sont des unités d'énergie.* Le tableau V ci-dessous donne la valeur de chaque unité d'énergie en fonction des autres.

V. Correspondance des unités d'énergie

Unités d'énergie	Symboles	Valeur correspondante en kgm	kJ	ch.h	kW.h	mth
Kilogrammètre	kgm	1	$9{,}81 \times 10^{-3}$	$3{,}70 \times 10^{-6}$	$2{,}72 \times 10^{-6}$	$2{,}34 \times 10^{-3}$
Kilojoule ...	kJ	102	1	$3{,}78 \times 10^{-4}$	$2{,}78 \times 10^{-4}$	0,239
Cheval-heure.	ch. h	270 000	2 648	1	0,736	632
Kilowatt-h...	kW. h	367 000	3 600	1,36	1	860
Calorie (*) ou millithermie	mth	427	4,19	$1{,}58 \times 10^{-3}$	$1{,}16 \times 10^{-3}$	1

(*) Nous avons conservé l'appellation de *calorie* usuelle pour les ingénieurs; les appellations normalisées sont kilocalorie ou millithermie; l'emploi du symbole mth dans les calculs évitera toute confusion.

e) ***Equations de dimensions.*** — Les équations déduites par le raisonnement des lois fondamentales de la mécanique et un grand nombre de *formules homogènes* tirées d'observations expérimentales sont valables quel que soit le système d'unités choisi, pourvu que ce *système soit cohérent,* c'est-à-dire que chaque unité employée dérive directement des unités fondamentales.

Ainsi dans les calculs en système MKfS :

les pressions exprimées en kg : cm^2 devront être converties en kg : m^2;

les puissances exprimées en chevaux devront être converties en kgm : s;

les vitesses de rotation exprimées en tours : minute converties en radians : seconde.

A chaque fois qu'une nouvelle grandeur est définie il est intéressant de fixer ses *dimensions* qui peuvent toujours s'exprimer par le produit des trois symboles M, L, T représentant la masse, la longueur ou le temps, chacun d'eux affecté d'un exposant positif ou négatif. Cette règle sera suivie dans cet ouvrage, pour la définition de chaque grandeur.

Parmi les grandeurs usuelles en mécanique :

— les longueurs, surfaces et volumes ont respectivement pour dimensions L, L^2 et L^3;

— une vitesse linéaire a pour dimensions LT^{-1} et une accélération linéaire LT^{-2} ;

— une vitesse angulaire a pour dimensions T^{-1} et une accélération angulaire T^{-2} ;

— une force (ou un poids) a pour dimensions MLT^{-2} et une pression $ML^{-1}T^{-2}$;

— un travail a pour dimensions ML^2T^{-2} et une puissance ML^2T^{-3}.

L'exposant du symbole M, L, ou T est toujours entier sauf pour les grandeurs électromagnétiques.

Dans les relations relatives aux phénomènes thermiques, la température peut être considérée comme une quatrième dimension indépendante des trois autres et représentée par le symbole Θ, les quantités de chaleur étant considérées comme équivalentes à un travail.

Les angles qui sont des rapports entre longueurs n'ont pas de dimensions.

Les équations de dimensions permettent de voir clair dans les changements d'unités et d'éviter des erreurs grossières dans les formules par le contrôle de leur homogénéité. Ainsi les deux membres d'une équation doivent avoir les mêmes dimensions et toute expression logarithmique ou exponentielle ou toute expression affectée d'un exposant qui n'est pas un nombre entier ou une fraction simple doivent être nécessairement sans dimensions.

3. Compressibilité et dilatation des gaz.

a) ***Loi de Mariotte; tracé d'une isotherme.*** — Les gaz sont parfaitement compressibles et expansibles; ils occupent le volume mis à leur disposition, mais la pression du fluide est modifiée par la variation de ce volume.

Si l'on comprime un gaz, c'est-à-dire si l'on réduit le volume mis à sa disposition, sa pression augmente. Si, au contraire, on lui offre un volume supérieur à celui qu'il occupe, il se détend; sa pression diminue.

Si le gaz est *parfait,* comme c'est le cas pour l'air, et si la température est invariable, la **loi de** MARIOTTE exprime une relation simple entre le volume et la pression :

A température constante, le volume spécifique v d'un gaz parfait est inversement proportionnel à sa pression absolue p :

$$pv = p_0 v_0 = \text{Constante.} \qquad [1]$$

La loi de MARIOTTE ne s'applique pas aux gaz non parfaits, c'est-à-dire dans des conditions voisines de leur point de liquéfaction; elle n'est même pas rigoureusement exacte pour les gaz parfaits, mais elle suffit très largement pour tous les calculs usuels.

Exemple de calcul n° 1. — Calculer la pression effective d'un kilogramme d'air occupant à 0° C un volume de 200 dm³.

Selon l'énoncé, à la pression p cherchée et à 0° C, le volume spécifique de l'air est : $v = 0{,}200$ m³ : kg.

Le tableau II (p. 3) donne le volume spécifique de l'air à 0° C et à la pression atmosphérique normale :

$$v_0 = 0{,}773 \text{ m}^3 : \text{kg} \qquad \text{pour} \qquad p_0 = 1{,}033 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

L'application de la loi de MARIOTTE donne :

$$p = p_0 v_0 : v = 1{,}033 \times 0{,}773 : 0{,}200 = 3{,}993 \text{ kg} : \text{cm}^2.$$

La pression ainsi calculée est une pression absolue, la pression effective est :

$$p - p_0 = 3{,}993 - 1{,}033 = 2{,}960 \text{ kg} : \text{cm}^2, \qquad \textit{résultat cherché.}$$

Remarque. — Dans ce calcul on a pu laisser les pressions exprimées en kg : cm² et les volumes spécifiques en m³ : kg, sans les ramener en unités cohérentes, parce que pressions et volumes interviennent seulement par leurs rapports $p : p_0$ et $v : v_0$.

Connaissant le volume spécifique de l'air à 0° et à la pression atmosphérique normale, la loi de MARIOTTE permet de calculer la pression quand on offre au kilogramme d'air, maintenu à la température de 0°, un volume plus ou moins grand. Il est ainsi possible de tracer une courbe dite **isotherme à 0° C** (fig. 1) de la pression de l'air en fonction de son volume spécifique.

Cette courbe est une *hyperbole équilatère* ayant pour asymptotes l'axe des volumes et l'axe des pressions et passant par le points d'abscisse v_0 et d'ordonnée p_0.

Si l'on connaissait le volume du kilogramme d'air à la pression atmosphérique normale et à des températures de 50°, 100°, 200°, etc., on pourrait tracer d'autres courbes qui seraient les isothermes à ces températures. Nous verrons que la loi de GAY-LUSSAC nous permettra cette détermination et nous donnera ainsi la possibilité de disposer d'un *faisceau d'isothermes* donnant l'une quelconque des trois variables : pression absolue, volume spécifique, température, quand on connaît les deux autres.

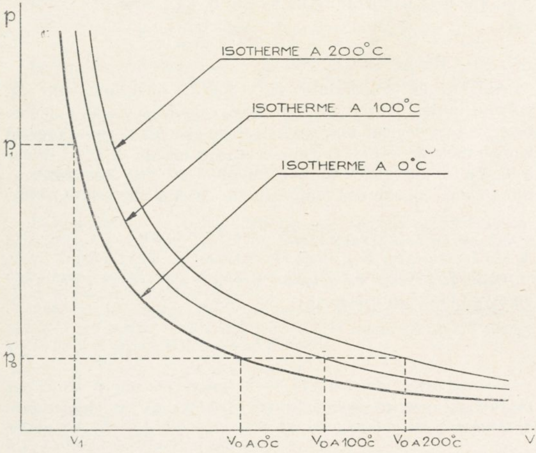

FIG. 1. — Loi de Mariotte. Courbes isothermes.

b) ***Loi de Gay-Lussac; température absolue.*** — La chaleur dilate les corps solides et liquides; elle dilate aussi les gaz et dans des proportions beaucoup plus sensibles.

Si un gaz occupe sous une certaine pression le volume v_0 à la température de 0° C et s'il occupe sous la même pression le volume v_t à la température t :

— l'augmentation de volume est : $v_t - v_0$

— l'augmentation relative est : $(v_t - v_0) : v_0$

On appelle *coefficient de dilatation du gaz*, à pression constante entre 0° et t°, l'augmentation relative moyenne de volume par degré :

$$\alpha = (v_t - v_0) : v_0 t$$

La dilatation des gaz parfaits est réglée par la **loi de** GAY-LUSSAC qui s'énonce :

Le coefficient de dilatation à pression constante des gaz parfaits a la même valeur $\alpha = 1:273$ *pour tous les gaz, à toutes les températures et à toutes les pressions :*

$$v_t = v_0 (1 + \alpha t) \quad \text{avec} \quad \alpha = \text{Constante} = 1:273 = 0{,}00367. \quad [2]$$

Si l'on applique cette formule à la recherche du volume d'un gaz à la température de $-273°$ C, on trouve :

$$v_{-273} = v_0 (1 - 273:273) = 0.$$

Ainsi à la température de $-273°$ C, quel que soit son volume initial, le volume d'un gaz, calculé suivant la loi de GAY-LUSSAC, devient nul. On est ainsi conduit à considérer la température de $-273°$ C comme le **zéro absolu** et à substituer à l'échelle thermométrique centigrade usuelle des températures t une échelle des températures absolues T telle que :

$$T = (t + 273)\ °K \text{ (degrés KELVIN)}.$$

Cette *différence de notation* simplifie l'expression de la loi de GAY-LUSSAC qui devient :

$$v : v_0 = T : T_0. \quad [3]$$

La variation de volume à pression constante d'un gaz parfait est proportionnelle à la variation de la température absolue.

Exemple de calcul n° 2. — Connaissant le volume spécifique de l'air à 0° C et à la pression atmosphérique normale, calculer le volume spécifique à 100° C et à la même pression.

A 0° C et à la pression atmosphérique normale, le tableau II (p. 3) indique que le volume spécifique de l'air est :

$$v_0 = 0{,}773 \text{ m}^3 : \text{kg}.$$

Aux températures de 0° C et de 100° C correspondent respectivement les températures absolues :

$$T_0 = t_0 + 273 = 273° \text{ K} \qquad \text{et} \qquad T = t + 273 = 373° \text{ K}.$$

L'application de la loi de GAY-LUSSAC donne immédiatement :

$$v = v_0 T : T_0 = 0{,}773 \times 373 : 273 = 1{,}056 \text{ m}^3 : \text{kg},$$

résultat cherché.

L'application de la loi de GAY-LUSSAC et de la loi de MARIOTTE permet de tracer le *faisceau d'isothermes* de la figure 1.

c) ***Equation spécifique des gaz parfaits.*** — L'interdépendance des trois caractéristiques de l'état d'un gaz : *pression, volume spécifique, température,* mise en évidence par le faisceau des isothermes, s'exprime algébriquement par une relation très simple si le gaz est parfait. Cette relation s'appelle **équation spécifique** et s'écrit pour un kilogramme de gaz :

$$pv = \mathrm{RT} \quad \text{avec} \quad \mathrm{R} = \text{Constante.} \qquad [4]$$

La constante R s'exprime en mètres : degrés; elle est homogène ou quotient d'une longueur par une température (dimensions $\mathrm{M}\,\Theta^{-1}$).

La valeur numérique diffère pour chaque gaz; pour l'air : $\mathrm{R} = 29{,}27$ (on prend souvent : $\mathrm{R} = 29{,}3$).

L'équation spécifique s'établit en partant des lois de MARIOTTE et de GAY-LUSSAC.

Démonstration. — Considérons un gaz évoluant de l'état initial p_0, v_0, T_0 à un état final p, v, T en posant par un état intermédiaire p_0, v', T pour lequel la pression est égale à la pression initiale p_0 et la température à la température finale T, le volume spécifique v' étant à déterminer.

Pendant le passage de l'état initial à l'état intermédiaire la pression est restée constante tandis que la température est passée de T_0 à T; la loi de GAY-LUSSAC donne :

$$v' = v_0\,\mathrm{T} : \mathrm{T}_0 \qquad [*]$$

Pendant le passage de l'état intermédiaire à l'état final la température est restée constante tandis que la pression est passée de p_0 à p; la loi de MARIOTTE donne :

$$pv = p_0 v' \qquad [**]$$

En éliminant v' entre les équations [*] et [**] il vient :

$$pv = p_0 v_0\,\mathrm{T} : \mathrm{T}_0.$$

Les caractéristiques de l'état initial sont des constantes que l'on peut grouper en un seul facteur, ce qui permet d'écrire :

$$pv = \mathrm{RT} \qquad \text{avec} \qquad \mathrm{R} = p_0 v_0 : \mathrm{T}_0 \qquad \text{C.Q.F.D.}$$

Pour l'air si : $\mathrm{T}_0 = 273°\,\mathrm{K}$ et $p_0 = 1{,}033\ \mathrm{kg : cm^2} = 10\,330\ \mathrm{kg : m^2}$

on a : $v_0 = 0{,}773\ \mathrm{m^3 : kg}$.

on en tire : $\mathrm{R} = 10\,330 \times 0{,}773 : 273 = 29{,}27$

qui est bien la valeur indiquée.

L'équation spécifique permet en particulier de calculer le poids d'air contenu dans une capacité de volume donné, connaissant la pression et la température.

Exemple de calcul n° 3. — Calculer le poids d'air contenu dans un réservoir de 250 litres, à la température de 25° C et sous la pression effective de 50 hpz.

La pression atmosphérique est supposée à sa valeur normale.

Exprimons d'abord toutes les données dans le système MKfS :

Volume du réservoir :	$\mathcal{V}$	$= 0{,}25\ m^3$
Pression effective......	$p' = 50 \times 1{,}02 \times 10\,000$	$= 510\,000\ kg : m^2$
Pression absolue.......	$p = 510\,000 + 10\,330$	$= 520\,330\ kg : m^2$
Température absolue...	$T = 273 + 25$	$= 298°\ K$

Pour connaître le volume spécifique de l'air contenu dans le réservoir, utilisons l'équation spécifique :

$$v = RT : p = 29{,}27 \times 298 : 520\,330 = 0{,}0167\ m^3 : kg$$

Le poids d'air contenu dans le réservoir est le quotient du volume de celui-ci par le volume spécifique de l'air :

$$P = \mathcal{V} : v = 0{,}25 : 0{,}0167 = 15\ kg,$$ *résultat cherché.*

En remplaçant le volume par le *poids spécifique* ϖ l'équation spécifique s'écrit :

$$p : \varpi = RT \qquad \text{ou} \qquad \varpi = p : RT \qquad [5]$$

Le tableau VI ci-dessous donne quelques valeurs du poids spécifique de l'air sec en fonction de la pression et de la température.

VI. POIDS SPÉCIFIQUE DE L'AIR COMPRIMÉ EN kg : m³

PRESSIONS		TEMPÉRATURES EN DEGRÉS CENTIGRADES							
Effectives	Absolues	— 10	0	+ 10	+ 20	+ 50	+ 100	+ 150	+ 200
0	1,033	1,34	1,29	1,25	1,20	1,09	0,95	0,83	0,75
0,5	1,533	1,99	1,92	1,85	1,79	1,62	1,40	1,24	1,10
1	2,033	2,64	2,54	2,45	2,37	2,15	1,86	1,64	1,47
1,5	2,533	3,29	3,17	3,06	2,95	2,68	2,32	2,04	1,83
2	3,033	3,93	3,79	3,65	3,53	3,20	2,77	2,44	2,18
3	4,033	5,25	5,05	4,87	4,70	4,27	3,70	3,26	2,91
4	5,033	6,52	6,29	6,06	5,85	5,31	4,60	4,05	3,63
5	6,033	7,84	7,55	7,29	7,03	6,38	5,53	4,88	4,36
6	7,033	9,13	8,80	8,49	8,20	7,40	6,43	5,68	5,08
7	8,033	10,42	10,03	9,69	9,36	8,49	7,35	6,48	5,80
10	11,03	14,3	13,8	13,3	12,8	11,6	10,1	8,9	8
15	16,03	20,8	20	19,3	18,7	17	14,7	13	11,5
20	21,03	27,3	26,3	25,4	24,5	22,2	19,2	17	15,1
50	51,03	66,2	63,8	61,5	59,4	53,8	46,6	41	36,7
100	101,03	131	126	122	117	106	93	82	73
150	151,03	195	189	182	176	160	138	122	109
200	201,03	261	251	242	234	212	184	162	145

Si au lieu de considérer le cas particulier de l'air, on envisage *le cas général d'un gaz parfait quelconque*, la valeur de la constante R dépend de la nature du gaz.

Mais si dans l'équation spécifique $pv = RT$, v au lieu de désigner le volume spécifique représente le *volume moléculaire*. R devient une *constante commune à tous les gaz.*

Dans le système MKfS le volume de la molécule-kilogramme est 22,4 m³, on a donc, en considérant l'air à 0° C et à la pression atmosphérique normale, comme base de calcul :

$$R_M = p_0 v_M : T_0 = 10\,330 \times 22{,}4 : 273 = 847 \text{ kgm : mol-kg}^\circ.$$

On peut donc écrire pour *tous les gaz parfaits* la relation :

$$pv_M = R_M T$$

avec $R_M = 847$ kgm : mol-kg° en système MKfS.

Dans chaque cas particulier, il suffit de diviser les deux membres par le poids moléculaire exprimé en molécules-kilogrammes pour retrouver l'expression habituelle de l'équation spécifique du gaz considéré, en fonction de son volume spécifique. Ainsi pour l'air :

$$pv = [R_M : M]\,T \qquad \text{avec} \qquad R = R_M : M = 847 : 28{,}96 = 29{,}3.$$

d) ***Gaz non parfaits et vapeurs.*** — Les lois de MARIOTTE et de GAY-LUSSAC ne sont plus applicables aux gaz quand on se rapproche de leur température de liquéfaction et encore moins aux vapeurs.

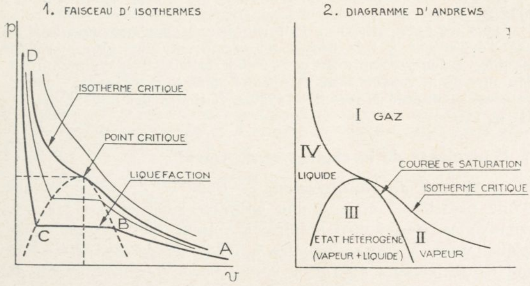

FIG. 2. — Gaz liquéfiables.

Si l'on considère le faisceau des isothermes tracé sur la figure 2, celles-ci se déforment quand la température s'abaisse et présentent un point d'inflexion. Au-dessous de l'**isotherme critique,** correspondant à la température critique de liquéfaction, toutes les isothermes présentent une partie rectiligne horizontale qui correspond à la *zone de liquéfaction à pression* *constante,* pour laquelle le corps se présente sous la forme d'un mélange en proportions variables de liquide et de vapeur.

Suivons une telle isotherme dans le sens des volumes décroissants :

— de A à B le corps est à l'état gazeux; c'est une *vapeur sèche.* Sa pression augmente lentement quand le volume diminue.

— en B la liquéfaction commence, la *vapeur* est dite « *saturante* ».

— de B en C la pression reste constante et égale à la pression de saturation; la diminution de volume a seulement pour effet d'augmenter la proportion de liquide et de modifier le *titre* du mélange *vapeur + liquide.*

— en C la liquéfaction est terminée.

— de C en D le corps est à l'état liquide; de faibles diminutions de volume augmentent considérablement la pression.

L'espace du diagramme *pv* est ainsi divisé en quatre régions bien distinctes, dont la mise en évidence constitue le *diagramme d'*ANDREWS.

En I, au-dessus de l'isotherme critique, le corps n'est jamais à l'état liquide quelle que soit la pression, c'est l'*état gazeux.*

En II, pour des pressions d'autant plus faibles que la température est basse, le corps est à l'*état de vapeur sèche.*

En III, c'est la zone de l'*état hétérogène :* (vapeur + liquide) séparée de la précédente par la courbe de *saturation.*

En IV, c'est la zone de l'*état liquide* pour des pressions d'autant plus fortes que la température est élevée.

Dans les applications de l'air comprimé, on n'aura pas, sauf le cas d'évolutions à très basses températures (fabrication de l'air liquide) à tenir compte de ces considérations. Mais l'air contient toujours de la vapeur d'eau et celle-ci, dans le domaine des températures et pressions usuelles, évolue toujours dans les zones II, III et IV.

4. Equivalence de la chaleur et du travail.

a) ***Travail de compression.*** — Pour faire passer un gaz d'une pression donnée à une pression supérieure, il faut le comprimer, c'est-à-dire réduire le volume qu'il occupe. Cette réduction de volume s'opérera à l'aide de *forces extérieures* qui se déplaceront au fur et à mesure et fourniront ainsi du travail. *La compression d'un gaz exige donc du travail mécanique.*

Pour concrétiser, supposons que le gaz est contenu dans un cylindre à l'intérieur duquel se déplace un piston, suivant le schéma de la figure 3, l'ensemble étant parfaitement étanche et le fonctionnement s'effectuant sans frottements. Représentons l'évolution de l'état du gaz dans le **diagramme *p, v*** (pression-volume).

Nous portons en abscisses le *volume v* du cylindre et en ordonnées la *pression absolue p*. Le point M caractérise l'état du gaz Quand le volume varie la pression change et le point M décrit une courbe AB qui ne sera pas, en général, une hyperbole, car nous n'avons pas supposé, comme dans le cas de la loi de MARIOTTE (fig. 1), que la température était constante.

Si nous supposons le mouvement assez lent pour pouvoir négliger les variations de puissance vive, les forces extérieures agissant sur le piston équilibrent la pression dans le cylindre; leur résultante est donc égale au produit pS de la pression par la surface du piston.

Nous conviendrons de considérer comme *positif* le *travail fourni par les forces extérieures*.

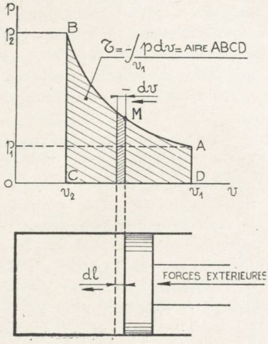

FIG. 3. — Travail de compression.

Pour un déplacement élémentaire *dl* du piston, dans le sens de la compression :

— la variation de volume sera................ $-dv = \ \mathrm{S}\,dl$;
— le travail accompli par les forces extérieures sera .... $d\mathcal{T} = \ p\mathrm{S}\,dl$;
— et l'on pourra écrire...................... $d\mathcal{T} = -p\,dv$.

Le signe — provient de ce qu'un travail positif, fourni par les forces extérieures correspond à une diminution de volume.

Le travail élémentaire est représenté par le rectangle hachuré de largeur dv et de hauteur p. Quand le volume varie de v_1 à v_2 le *travail dépensé* est égal à la somme de tous les petits rectangles pdv compris entre v_1 et v_2.

Le **travail de compression** est représenté par *l'aire comprise entre la courbe* figurative de l'évolution du gaz et *sa projection* sur l'axe des volumes :

$$\mathcal{T} = -\int_{v_1}^{v_2} p dv = \text{aire ABCD} \qquad [1]$$

Si la pression absolue p est exprimée en kg : m² et le volume v en m³ le travail sera obtenu en kilogrammètres.

Mais si les abscisses v correspondent non plus au volume géométrique du cylindre, mais au *volume spécifique* du gaz en m³ : kg, on obtient un *travail unitaire* en kilogrammètres par kilogramme de gaz, grandeur homogène à une longueur.

Remarquons, d'autre part, que la pression considérée p est la pression absolue, mais qu'il faut comprendre parmi les forces extérieures agissant sur le piston, la pression absolue qui s'exerce sur sa face arrière et qui est souvent la pression atmosphérique.

Connaissant la loi d'évolution du gaz, depuis son état initial jusqu'à son état final il est donc possible de déterminer le travail mécanique dépensé pour le comprimer.

L'expérience prouve que si la *compression exige du travail elle fournit de la chaleur,* soit que cette chaleur échauffe le gaz comprimé, soit qu'elle soit absorbée par l'eau ou l'air de refroidissement si l'on cherche à refroidir le cylindre.

b) ***Détente avec ou sans travail.*** — Reprenant l'exemple précédent dans lequel le gaz a été comprimé du volume v_1 au volume v_2 par les forces extérieures fournissant du travail, nous pouvons aussi réaliser l'opération inverse, c'est-à-dire laisser le volume augmenter de v_2 à v_1, la pression qui s'exerce sur le piston agissant contre les forces extérieures et fournissant contre elles un travail.

Le travail considéré comme négatif sera encore représenté par l'aire ABCD et égal en valeur absolue au précédent, si la loi de détente de B en A correspond à la loi de compression de A en B, ce qui suppose comme nous le verrons plus loin que les températures en chaque point sont les mêmes à l'aller et au retour.

Alors que la compression dégageait de la chaleur, la **détente avec travail** *en absorbe* et le gaz se refroidit à moins qu'on ne lui fournisse, à travers la paroi du cylindre, de la chaleur pour le réchauffer au fur et à mesure de sa détente. Mais contrairement à la compression qui exige toujours du travail mécanique la détente peut ne pas en fournir. Le cylindre peut être mis en communication par un robinet avec un réservoir vide; le gaz se détend mais ne fournit pas de travail et dans ce cas il ne se produit aucun abaissement de température. *Une* **détente sans travail** *n'absorbe pas de chaleur.*

On peut décomposer en deux phases l'opération de *détente sans travail* indiquée ci-dessus. Le robinet étant ouvert, le gaz se détend et remplit le réservoir; il n'y a pas de travail fourni à l'extérieur mais seulement aux molécules du gaz, qui prennent une grande vitesse et par suite une puissance vive ou énergie dynamique considérables; aussi pendant cette première phase le gaz se refroidit. Puis l'énergie dynamique des molécules se dissipe en chocs et en remous et le gaz se réchauffe. Finalement tout le travail fourni a été gaspillé et la température est revenue à sa valeur initiale.

Dans la pratique industrielle, toutes les *détentes par laminage* de l'air ou de gaz parfaits telles que celles qui se produisent au passage à travers les détendeurs, les robinets ou les clapets sont des détentes sans travail et ne sont pas accompagnées d'un abaissement de température.

c) ***Equivalent mécanique de la calorie.*** — L'expérience a permis de constater qu'il y a quantitativement correspondance entre le travail mis en jeu dans la compression ou la détente d'un gaz et la chaleur dégagée ou absorbée.

De même, on a pu mesurer le dégagement de chaleur qui correspond à une perte de travail par choc ou par frottement; on a pu aussi comparer la quantité de chaleur et le travail mécanique fournis par un même courant électrique sous une même différence de potentiel.

Il a été ainsi possible d'établir qu'il existe un *rapport constant entre le travail dépensé ou produit et la quantité de chaleur apparue ou disparue dans un cycle fermé* (*). La valeur de ce rapport dépend, bien entendu, des unités employées. Dans le système MKfS, une calorie (ou millithermie) correspond à un travail de 427 kilogrammètres. On appelle :

équivalent mécanique de la calorie le nombre sans dimensions $E = 427$;

équivalent thermique du kilogrammètre son inverse $A = 1:427$.

La correspondance entre la calorie et d'autres unités de travail : kilojoule, cheval-heure, kilowatt-heure, a été donnée au tableau V de la page 8.

L'étude de la chaleur spécifique des gaz nous donnera un exemple de l'équivalence de la chaleur et du travail.

d) ***Chaleurs spécifiques des gaz.*** — On appelle *chaleur spécifique* d'un corps le nombre de calories qu'il faut fournir à 1 kilogramme de ce corps pour élever sa température de 1 degré centigrade.

Par suite de la définition de la calorie, la chaleur spécifique de l'eau à l'état liquide, sous la pression atmosphérique normale et au voisinage de 15° C, est égale à 1.

Pour les gaz, on admet pratiquement que la chaleur spécifique est indépendante de la température et de la pression. Par contre, on distingue deux chaleurs spécifiques très différentes, selon que le gaz est chauffé ou refroidi sous *pression constante* ou à *volume constant.*

Si on chauffe un gaz, *à volume constant*, dans un réservoir clos par exemple, la masse gazeuse augmente de température et de

(*) Voir étude détaillée du principe de l'équivalence dans l'article *Thermodynamique* de C. MONTEIL du volume *Mécanique et Chaleur* de *Techniques de l'Ingénieur.*

pression, mais elle ne peut prendre aucune expansion et par conséquent ne fournit aucun travail. La chaleur fournie au gaz ne sert qu'à augmenter sa température.

On appelle **chaleur spécifique** d'un gaz à **volume constant** le nombre de calories nécessaire pour élever de 1° C la température du kilogramme de ce gaz, en maintenant son volume constant, et en laissant par conséquent augmenter sa pression. Son symbole normalisé est c_v (certains auteurs emploient c ou c').

Si maintenant, on chauffe un gaz, en le laissant se dilater, mais en maintenant sa *pression constante*, la masse gazeuse augmente de volume malgré la résistance des forces extérieures; elle doit ainsi fournir un travail dont elle trouve l'équivalence dans la chaleur fournie qui doit donc être plus forte que dans le premier cas.

On appelle **chaleur spécifique** d'un gaz à **pression constante** le nombre de calories nécessaire pour élever de 1° C la température du kilogramme de ce gaz en maintenant sa pression constante, et en laissant par conséquent augmenter son volume. Son symbole normalisé est c_p (certains auteurs emploient C ou c).

Pour **l'air** les deux chaleurs spécifiques ont pour valeur numérique :

$$c_v = 0{,}171 \qquad c_p = 0{,}240$$

Pour tous les gaz parfaits bi-atomiques, les *chaleurs spécifiques rapportées à la molécule-kilogramme* ont respectivement pour valeur approchée :

$$c'_v = 5 \qquad c'_p = 7.$$

En divisant par le poids moléculaire, on trouve immédiatement les chaleurs spécifiques rapportées au kilogramme de gaz. Ainsi pour l'air, en divisant c'_v et c'_p par $M = 28{,}96$ il vient :

$$c_v = 5 : 28{,}96 = 0{,}173 \simeq 0{,}171 \qquad c_p = 7 : 28{,}96 = 0{,}242 \simeq 0{,}240.$$

e) ***Relations entre les deux chaleurs spécifiques.*** — On peut établir facilement, en partant du principe de l'équivalence de la chaleur et du travail, *une relation entre les deux chaleurs spécifiques* c_p et c_v *et la constante* R *de l'équation spécifique des gaz parfaits.*

La différence de quantité de chaleur nécessaire pour élever de $t°$ C la température du kilogramme de gaz, suivant que l'on opère à pression constante ou à volume constant, est de :

$$(c_p - c_v)\, t \text{ calories} \qquad \text{ou} \qquad E\,(c_p - c_v)\, t \text{ kilogrammètres.}$$

Or, en vertu du principe de l'équivalence, cette quantité de chaleur correspond au travail nécessaire pour augmenter le volume du kilogramme de gaz à pression constante. Or nous avons vu que le travail correspondant à une variation de volume élémentaire dv, contre les forces extérieures équilibrant la pression p est égal à pdv. Comme dans le cas présent p est constant, nous avons :

$$\mathcal{T} = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p\,(v_2 - v_1).$$

Le travail est le produit de la variation de volume par la pression constante, et nous pouvons écrire :

$$E\,(c_p - c_v)\,t = \mathcal{T} = p\,(v_2 - v_1). \qquad [^*]$$

Soient T_1 la température initiale absolue et $T_2 = T_1 + t$ la température finale. L'équation spécifique donne :

$$pv_1 = RT_1 \qquad \text{et} \qquad pv_2 = RT_2$$

d'où par différence :

$$p\,(v_2 - v_1) = R\,(T_2 - T_1) = Rt$$

et en reportant dans [*] :

$$E\,(c_p - c_v)\,t = Rt \qquad \text{ou} \qquad E\,(c_p - c_v) = R.$$

Cette relation très importante s'applique à tous les gaz parfaits, et s'écrit indifféremment :

$$E\,(c_p - c_v) = R \qquad \text{ou} \qquad c_p - c_v = AR \qquad [2]$$

Exemple de calcul n° 4. — Retrouver la valeur de l'équivalent mécanique de la calorie E en partant de la connaissance des deux chaleurs spécifiques et de la constante R de l'air.

Nous savons (tableau II, page 3) que pour l'air :

$$c_p = 0{,}240 \qquad c_v = 0{,}171 \qquad R = 29{,}27.$$

De la relation : $E\,(c_p - c_v) = R$ nous tirons :

$$E = R : (c_p - c_v) = 29{,}27 : (0{,}240 - 0{,}171) = 425.$$

En prenant des valeurs plus précises des chaleurs spécifiques, on trouverait $E = 427$.

Pour tous les gaz parfaits bi-atomiques, on obtient pour la constante R' rapportée à la molécule-kilogramme :

$$AR' = c'_p - c'_v = 7 - 5 = 2.$$

En divisant cette valeur par A et par le poids moléculaire, on peut obtenir ainsi la valeur approchée de la constante R de chaque gaz bi-atomique.

Il existe pour les *gaz parfaits* une autre relation entre *les chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant; leur rapport est indépendant de la nature du gaz :*

$$c_p : c_v = K. \qquad [3]$$

avec $K = 1{,}4$ pour les gaz bi-atomiques (air, oxygène, azote, hydrogène)
et $K = 1{,}66$ pour les gaz mono-atomiques (argon, vapeur de mercure)
et $K = 1{,}33$ pour les gaz tri-atomiques (gaz carbonique CO^2, vapeur d'eau H^2O).

5. Evolutions isothermique, adiabatique et polytropique.

a) ***Compression et détente isothermiques.*** — Au début du paragraphe précédent, en établissant l'expression du travail de compression ou de détente :

$$\mathcal{T} = -\int p\mathrm{d}v = \text{aire ABCD (équ. [1], fig. 3)},$$

nous avons supposé que la loi de compression ou de détente était quelconque et que la courbe n'était l'hyperbole de la loi de MARIOTTE $pv = C^{te}$ que dans un cas particulier. Ce cas particulier est celui de l'*évolution isothermique* ou à température constante; il se trouverait réalisé dans un cylindre de compresseur refroidi pendant la compression ou dans un cylindre de moteur réchauffé pendant la détente, de telle façon que l'air qui est comprimé ou qui se détend reste à température invariable.

Il est intéressant de calculer le **travail de compression;** il correspond à la *quantité de chaleur* qu'il faut évacuer du cylindre pour que la température de l'air reste constante.

Les caractéristiques de l'état initial et de l'état final étant respectivement p_1v_1 et p_2v_2, la loi de compression s'écrit :

$$pv = p_1v_1 \qquad \text{ou} \qquad p = p_1v_1 : v$$

et le travail des forces extérieures, quand le volume v passe de v_1 à v_2, a pour expression :

$$\mathcal{T} = -\int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v = -p_1v_1\int_{v_1}^{v_2}\frac{\mathrm{d}v}{v} = -p_1v_1\,\mathrm{Lg}\,\frac{v_2}{v_1} = p_1v_1\,\mathrm{Lg}\,\frac{v_1}{v_2}$$

$\mathrm{Lg}\,(v_1 : v_2)$ est le logarithme naturel (ou népérien) du rapport de compression $v_1 : v_2$; c'est un nombre positif puisque :

$$v_1 : v_2 = p_2 : p_1 > 1.$$

Dans la pratique on est le plus souvent conduit à remplacer le logarithme naturel (Lg) par le logarithme vulgaire ou décimal (log) qui se trouve dans les tables ($\mathrm{Lg}\,a = 2{,}302 \log a$).

L'expression du travail de compression isothermique est donc :

$$\mathcal{T} = p_1v_1\,\mathrm{Lg}\,\frac{v_1}{v_2} = 2{,}302\,p_1v_1\log\frac{v_1}{v_2}\cdot \qquad [1]$$

Dans cette expression on peut bien entendu, puisque la compression est isothermique et suit la loi de MARIOTTE, remplacer p_1v_1 par p_2v_2 si l'on connaît les caractéristiques de l'état final au lieu de celles de l'état initial et le rapport des volumes $v_1 : v_2$ par celui des pressions $p_2 : p_1$.

Si v désigne le *volume* en m^3 et p la pression absolue en $kg : m^2$ on obtiendra le *travail* en kgm.

Si v désigne le ***volume spécifique*** en m³ : kg on obtiendra le ***travail unitaire*** par kilogramme de gaz, grandeur homogène à une longueur. Dans ce cas, si au lieu de connaître les caractéristiques de pression et de volume spécifique de l'état initial ou de l'état final on connaît la température, on pourra remplacer p_1v_1 par RT et écrire :

$$\mathfrak{T} = \mathrm{RT\,Lg}\,(v_1 : v_2).$$

Si au lieu d'une compression il s'agit d'une **détente isothermique,** l'expression du travail reste valable. Comme le rapport $v_1 : v_2$ du volume initial au volume final est alors inférieur à 1 le logarithme est négatif, ce qui est normal puisque selon les conventions établies le travail fourni par le gaz contre les forces extérieures est un travail négatif.

Pratiquement on se préoccupe seulement dans les calculs de la valeur absolue du travail et pour le calcul d'un travail de détente, on considère le rapport $v_2 : v_1$ du volume final au volume initial, ce qui évite d'utiliser un logarithme négatif et l'on a :

$$\mathfrak{T} = 2{,}302\; p_1v_1 \log\,(v_2 : v_1).$$

La **quantité de chaleur** à évacuer pendant la compression, ou à fournir pendant la détente, est égale au produit du travail par l'équivalent thermique du kilogrammètre :

$$\mathrm{Q} = \mathrm{A}\mathfrak{T}.$$

Exemple de calcul n° 5. — Abstraction faite des pertes de travail par frottement, quelle quantité horaire de chaleur faut-il évacuer d'un cylindre de compresseur aspirant 10 kg d'air par minute à 27° C et à la pression atmosphérique normale et les refoulant dans un réservoir à la pression effective de 6 kg : cm², pour obtenir une compression isothermique ?

Nous pouvons écrire pour chaque kilogramme d'air :

$$\mathfrak{T} = 2{,}302\; p_1v_1 \log\,(v_1 : v_2) = 2{,}302\;\mathrm{RT_1} \log\,(p_2 : p_1)$$

or nous avons :

$\mathrm{R} = 29{,}3$ m : °	$\mathrm{T} = 273 + 27 = 300°$ K
$p_1 = 1{,}033$ kg : cm²	$p_2 = 6 + 1{,}033 = 7{,}033$ kg : cm²

On en déduit : $p_2 : p_1 = 7{,}033 : 1{,}033 = 6{,}8$

et : $\log p_2 : p_1 = \log 6{,}8 = 0{,}833.$

On a donc pour chaque kilogramme d'air un travail de compression unitaire :

$$\mathfrak{T} = 2{,}302\;\mathrm{RT_1} \log\,(p_2 : p_1) = 2{,}3 \times 29{,}3 \times 300 \times 0{,}833 = 16\,900 \text{ kgm : kg}.$$

La chaleur à évacuer par heure sera le produit de ce travail unitaire, par le débit-poids horaire et par l'équivalent thermique du kilogrammètre, soit :

$q = 16\,900 \times 600 : 427 = 23\,800$ calories-heure, *résultat cherché.*

Remarque. — Dans la réalité, il faudrait en outre évacuer la chaleur correspondant aux pertes de travail par frottements.

b) ***Evolutions adiabatiques. Loi de Laplace.*** — Si la compression ou la détente d'un gaz s'effectuent *sans échange de chaleur avec l'extérieur,* par exemple à l'intérieur d'un cylindre dont les parois, de capacité calorifique négligeable, sont parfaitement calorifugées, l'évolution est dite **adiabatique.** S'il s'agit d'une compression le gaz s'échauffe en absorbant tout le travail fourni par les forces extérieures; s'il s'agit d'une détente, il se refroidit en cédant la chaleur équivalente au travail dépensé contre les forces extérieures. Dans les deux cas, si l'on fait abstraction des frottements, la transformation est régie par la **loi de** LAPLACE :

$$pv^{K} = p_1 v_1^{K} = \text{Constante} \qquad \text{avec } K = c_p : c_v \ (1{,}4 \text{ pour l'air}) \quad [2]$$

Cette loi vérifiée par l'expérience s'applique aux gaz parfaits et se démontre en partant de l'équation spécifique et du principe de l'équivalence.

Démonstration. — L'expression différentielle du *principe de l'équivalence* s'écrit :

$$dQ = c_v dt + Apdv \qquad [*]$$

ce qui signifie que la chaleur élémentaire dépensée pour chauffer 1 kg de gaz de dt° est égale à la chaleur nécessaire pour l'échauffer à volume constant, augmentée de la chaleur équivalente au travail correspondant à l'augmentation de volume dv.

D'autre part, l'expression différentielle de l'*équation spécifique* ($pv = RT$) s'écrit :

$$pdv + vdp = RdT = Rdt. \qquad [**]$$

En reportant dans l'équation [*] la valeur de dt tirée de l'équation [**] et en remarquant que :

$$c_p - c_v = AR \qquad \text{ou} \qquad A = (c_p - c_v) : R,$$

il vient :

$$dQ = c_v (pdv + vdp) : R + (c_p - c_v)\, pdv : R = (c_v vdp + c_p pdv) : R.$$

La transformation étant adiabatique, les *échanges de chaleur sont nuls* et $dQ = 0$. On a donc :

$$c_v vdp + c_p pdv = 0 \quad \text{ou} \quad c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v} = 0$$

et en intégrant :

$$c_v \operatorname{Lg} p + c_p \operatorname{Lg} v = C^{te} \quad \text{ou} \quad pv^{c_p : c_v} = pv^K = \text{Constante.} \qquad \text{C.Q.F.D.}$$

La courbe représentative de la loi de LAPLACE est plus inclinée sur l'axe des volumes (fig. 4) que l'hyperbole de la loi de MARIOTTE.

En effet, pour une même compression, la pression augmente plus vite puisqu'à l'effet de diminution de volume s'ajoute celui de l'élévation de température. Inversement, pour une détente, la pression diminue plus vite puisqu'à l'effet de l'augmentation de volume s'ajoute celui de l'abaissement de température.

c) ***Température et travail dans une évolution adiabatique.*** — En partant de la loi de LAPLACE et de l'équation spécifique des gaz parfaits, on détermine facilement la **variation de température** dans une compression ou une détente adiabatiques :

Si $p_1 v_1$, T_1 sont les caractéristiques de l'état initial, la loi de LAPLACE permet d'écrire :

$$pv^K = p_1 v_1^K \qquad \text{ou} \qquad p : p_1 = (v_1 : v)^K$$

et l'équation spécifique donne en partant de ce résultat :

$$T : T_1 = pv : p_1 v_1 = (v : v_1) \times (p : p_1) = (v : v_1) \times (v_1 : v)^K = (v_1 : v)^{K-1}$$

Si l'on cherche la variation de T en fonction du rapport des pressions, on écrit :

$$(v_1 : v) = (p : p_1)^{\frac{1}{K}}$$

d'où l'on tire :

$$T : T_1 = (v_1 : v)^{K-1} = (p : p_1)^{\frac{K-1}{K}}.$$

La variation de température est déterminée par le rapport des volumes ou celui des pressions :

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{K-1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} \qquad [3]$$

Pour l'air, K étant égal à 1,4, on a :

$$K - 1 = 0{,}4 \qquad \text{et} \qquad (K - 1) : K = 0{,}286.$$

La *température* dans une évolution adiabatique varie donc en *sens inverse du volume* et dans le *même sens* que la *pression*, et plus vite avec le volume qu'avec la pression.

La valeur du **travail de compression** ou de **détente** d'un gaz, entre un état initial $p_1 v_1$, T_1 et un état final $p_2 v_2$, T_2, s'obtient en effectuant la somme intégrale des travaux élémentaires pdv *et* en tenant compte de la loi de LAPLACE :

$$\mathcal{T} = -\int_{v_1}^{v_2} pdv \quad \text{avec} \quad pv^K = p_1 v_1^K$$

ou :

$$p = p_1 v_1^K : v^K = p_1 v_1^K \times v^{-K}$$

ou :

$$\mathcal{T} = -p_1 v_1^K \int_{v_1}^{v_2} v^{-K}\, dv = -p_1 v_1^K \left(\frac{v_2^{1-K} - v_1^{1-K}}{1-K} \right)$$

On obtient ainsi :
en multipliant le premier facteur et en divisant le second par v_1^{1-K},
en remarquant que $v_1 : v_2 = (p_2 : p_1)^{\frac{1}{K}}$,
en effectuant le produit indiqué et en remarquant que $p_1 v_1^K = p_2 v_2^K$
la triple relation :

$$\mathcal{T} = \frac{p_1 v_1}{K-1}\left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{K-1} - 1\right] = \frac{p_1 v_1}{K-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right] = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{K-1} \qquad [4]$$

On utilisera l'une ou l'autre de ces trois égalités suivant que l'on connaît : l'état initial et le rapport des volumes, l'état initial et le rapport des pressions ou l'état initial et l'état final.

Si les pressions sont exprimées en kg : m² et les volumes en m³ on obtient le travail en kilogrammètres.

Si v_1 et v_2 représentent des volumes spécifiques on obtient le travail unitaire par kilogramme de gaz.

Le *travail unitaire, par kilogramme* de gaz, peut aussi s'exprimer en fonction de la variation de température par la relation :

$$\mathcal{T} = Ec_v\ (t_2 - t_1) \qquad [5]$$

E étant l'équivalent mécanique de la calorie et c_v la chaleur spécifique du gaz à volume constant.

En effet pour 1 kg de gaz :

$$p_2 v_2 = RT_2 \qquad \text{et} \qquad p_1 v_1 = RT_1$$

on peut donc écrire :

$$\mathcal{T} = [p_2 v_2 - p_1 v_1] : (K-1) = R\,(T_2 - T_1) : (K-1)$$

ou : $$\mathcal{T} = Ec_v\,(T_2 - T_1)$$ puisque :

$$c_p - c_v = AR = R : E \qquad \text{et} \qquad (c_p - c_v) : c_v = (K-1)$$

Cette équation [5] signifie que dans une compression adiabatique, le travail correspond à la chaleur nécessaire pour élever à volume constant la température du gaz de T_1 à T_2, c'est-à-dire à faire varier ce qu'on appelle son **énergie interne.**

Dans le cas d'une *détente* l'application des formules ci-dessus donne un *travail négatif* ce qui est conforme aux conventions établies.

Comme pratiquement on s'intéresse seulement à la valeur du travail, on pourra pour éviter le signe — inverser l'ordre des termes dans les formules pour obtenir une différence positive.

Exemple de calcul n° 6. — De l'air comprimé se détend adiabatiquement de la pression effective de 6 kg : cm^2 jusqu'à la pression atmosphérique normale. La température initiale est de 27° C.

Calculer directement le travail correspondant à la détente d'un kilogramme de cet air. Calculer la température finale. Vérifier que le travail correspond à la variation d'énergie interne.

1° *Travail de détente.* — En partant des caractéristiques de l'état initial :

$$p_1 v_1 = RT_1 = 29{,}3 \times (273 + 27) = 8\,790 \text{ kgm par kilogramme d'air}$$

et du rapport des pressions :

$$p_2 : p_1 = 1{,}033 : (6 + 1{,}033) = 1 : 6{,}8$$

On obtient directement la valeur absolue du travail de détente en écrivant :

$$\mathcal{T} = \frac{p_1 v_1}{K - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right] = \frac{8\,790}{0{,}4}\left[1 - \left(\frac{1}{6{,}8}\right)^{0{,}286}\right] =$$

$$= 9.300 \text{ kgm par kilogramme d'air.}$$

Pour calculer $6{,}8^{0{,}286}$ si l'on ne dispose pas d'une règle à calcul à « log de log » donnant directement la puissance quelconque d'un nombre on pose :

$$\log 6{,}8^{0{,}286} = 0{,}286 \log 6{,}8 = 0{,}286 \times 0{,}833 = 0{,}238 = \log 1{,}73$$

d'où :

$$6{,}8^{0{,}286} = 1{,}73.$$

2° *Température finale.* — On aura directement, en fonction du rapport des pressions :

$$T_2 = T_1 (p_2 : p_1)^{\frac{K-1}{K}} = (273 + 27) \times (1 : 6{,}8)^{0{,}286} = 173° \text{ K}$$

ou :

$$t_2 = -100° \text{ C.}$$

3° *Variation d'énergie interne.* — Elle est égale à la quantité de chaleur nécessaire pour ramener à la température initiale, le kilogramme d'air, en l'échauffant à volume constant :

$$Q = c_v (t_1 - t_2) = 0{,}171 \times (27 + 100) = 21{,}7 \text{ calories.}$$

Le travail correspondant à cette quantité de chaleur est :

$$\mathcal{T} = EQ = 21{,}7 \times 427 = 9.300 \text{ kgm}$$

résultat déjà trouvé ci-dessus.

d) **Evolutions réelles. Loi polytropique.** — Les évolutions isothermiques et adiabatiques sont des évolutions idéales très difficiles à réaliser dans un cylindre.

Pour obtenir la compression ou la détente isothermiques d'un gaz dans un cylindre de compresseur, il faudrait qu'il soit refroidi ou réchauffé à la température d'admission à travers une paroi parfaitement conductrice et que la transmission de chaleur à travers le gaz lui-même soit instantanée.

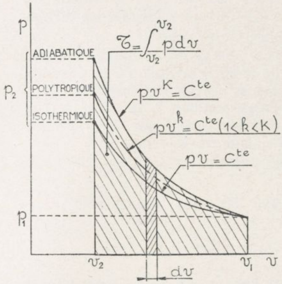

FIG. 4. — Lois de compression.

Pour obtenir une compression ou une détente adiabatiques, il faudrait que la paroi n'absorbe pas de chaleur par elle-même, c'est-à-dire que sa masse ou sa chaleur spécifique soient nulles, et que l'isolement thermique par calorifugeage soit parfait.

Dans la pratique industrielle, les compressions ou les détentes *dans un cylindre* sont intermédiaires entre l'isothermique et l'adiabatique (fig. 4). On ne cherche pas à connaître exactement les lois suivies, mais on admet qu'elles coïncident avec une loi choisie pour les commodités du calcul, que l'on appelle loi de compression ou de détente **polytropique** définie par la relation :

$$pv^k = \text{Constante} \qquad [6]$$

k dépendant des conditions d'échange de chaleur.

Les formules [3] établies pour le calcul de la température finale et [4] pour le calcul du travail en évolution adiabatique, restent valables pour une compression ou une détente polytropique en remplaçant K par k et l'on a :

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{k-1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad [7]$$

$$\tau = \frac{p_1 v_1}{k-1}\left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} - 1\right] = \frac{p_1 v_1}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{k-1} \qquad [8]$$

Seule la formule [5] posant l'égalité du travail et de la variation d'énergie interne n'est pas applicable, car sa démonstration supposait $K = c_p : c_v$. En effet, l'évolution n'étant plus adiabatique, le travail mis en jeu correspond à la fois à la variation d'énergie interne et aux échanges calorifiques avec l'extérieur.

Le choix de l'exposant k, pour la prévision de la température finale et le calcul du travail dépend des conditions d'échange de chaleur.

Dans les cylindres de compresseurs à pistons, la compression est intermédiaire entre la compression isothermique et la compression adiabatique, parce que le refroidissement n'est que partiel.

On a donc : $1 < k < K$

soit pour l'air : $1 < k < 1{,}4$

Nous verrons au paragraphe 17 que l'on admet en général $k = 1{,}35$ ou $k = 1{,}3$.

Par contre, la détente dans une tuyère est sensiblement adiabatique, parce que le gaz circulant à grande vitesse n'a pas le temps de céder de la chaleur à la paroi et l'on peut admettre $k = 1{,}4$.

Il faut remarquer que les évolutions isothermique et adiabatique sont des cas particuliers et non des cas limites. Dans les turbocompresseurs, un échauffement supplémentaire de l'air est dû aux remous et frottements que provoque sa circulation à grande vitesse à travers le rotor et le stator de la machine. L'exposant de la loi polytropique k est alors supérieur à K (pour l'air $k > 1{,}4$).

De même, bien que ce cas ne se rencontre pas dans la pratique, on pourrait concevoir une compression avec un refroidissement surabondant tel que k soit inférieur à 1.

6. Cycle de travail dans un cylindre.

Les travaux dont il est question au paragraphe précédent concernent exclusivement la compression ou la détente et ils correspondent, soit à la chaleur échangée avec l'extérieur, soit à la variation d'énergie interne du gaz évoluant. Mais dans la pratique, qu'il s'agisse d'une machine volumétrique (compresseur à piston, moteur à air, etc.) ou d'une turbomachine, il faut en outre considérer les travaux correspondant à *l'admission* et au *refoulement* du gaz.

En effet, si l'on considère une pompe à liquide, le travail de compression est négligeable puisque la compressibilité du fluide est pratiquement nulle. Il n'en est pas moins vrai que la pompe consomme de l'énergie, et d'autant plus que sa pression de refoulement est supérieure à sa pression d'alimentation; c'est parce que la puissance de *déplacement du fluide,* égale au produit du débit-volume par la pression est plus grande à la sortie qu'à l'entrée.

Cette différence entre le travail reçu à l'entrée et le travail fourni à la sortie est moins sensible avec un gaz, parce que, quand la pression est plus forte, le volume débité est plus faible; mais elle n'est nulle que dans le cas particulier d'une compression isothermique. Dans tous les autres cas, il faut bien se garder de confondre le travail de compression (ou de détente) proprement dit, avec le travail correspondant au cycle complet d'évolution du fluide.

a) ***Diagramme théorique d'un compresseur, d'une pompe à vide ou d'un moteur.*** — Considérons un cylindre de compresseur (tracé schématiquement figure 5). Admettons que le piston peut faire varier le volume depuis v_1 jusqu'à zéro, c'est-à-dire qu'à fond de course il ne reste aucun espace résiduel. Le cylindre est pourvu :

— d'un clapet d'aspiration qui s'ouvre à la pression p_1,
— et d'un clapet de refoulement qui s'ouvre à la pression p_2.

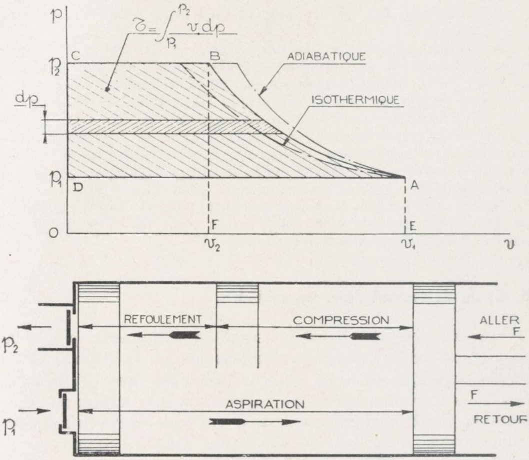

FIG. 5. — Cycle théorique de travail dans un cylindre de compresseur à piston.

Suivons le fonctionnement du compresseur pendant un **cycle,** c'est-à-dire une *course aller et retour du piston.* Observons la variation de la pression en fonction du volume dans le diagramme *pv* et notons le travail de la force extérieure F qui agit le piston et constitue l'effort moteur équilibrant l'effort résistant exercé par l'air sous pression.

Nous négligerons volontairement l'action de la pression qui règne derrière le piston, parce que nous raisonnons sur un cycle complet. En effet, ou bien cette pression est constante (compresseur à simple effet) et son travail est nul pour l'ensemble du cycle; ou bien elle est variable (compresseur à double effet) et nous supposerons que le diagramme correspondant est étudié séparément, à charge d'en tenir compte ensuite pour l'étude d'ensemble de la machine.

Au départ, le cylindre est à son volume maximum v_1; il est rempli d'air à la pression p_1. Le clapet d'aspiration vient de se fermer; celui de refoulement ne s'ouvrira que quand la pression p_2 sera atteinte; le cylindre constitue donc une capacité fermée.

Compression. — Le piston se rapproche du fond de cylindre : la pression augmente, le volume diminue.

La relation entre p et v dépend de la loi de compression, intermédiaire, en général, entre l'isothermique et l'adiabatique et représentée sur le diagramme par la courbe AB.

Quand en B la pression p_2 est atteinte le volume est égal à v_2; le travail fourni par la force F est égal au travail de compression défini au paragraphe 4 (équ. [1]) et a pour valeur :

$$\mathcal{T}_1 = -\int_{v_1}^{v_2} p dv = \text{aire ABFE}$$

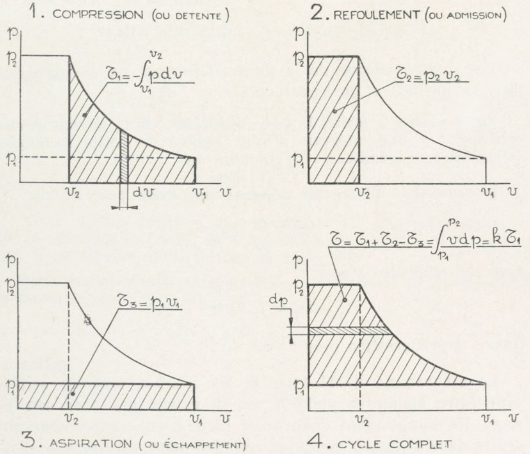

FIG. 6. — Travail mis en jeu dans un cycle.

Refoulement. — La pression p_2 étant atteinte le clapet de refoulement se soulève; le piston continue sa course en refoulant l'air à la pression constante p_2, jusqu'à ce que le volume soit réduit à 0.

Le refoulement est représenté sur le diagramme par l'horizontale BC. La variation de volume a été v_2 et la force F a donc dû fournir le travail correspondant à cette réduction de volume contre la pression constante p_2, travail qui a pour valeur :

$$\mathcal{T}_2 = p_2 v_2 = \text{aire BCOF.}$$

Aspiration. — Le piston ayant, pour un volume nul, atteint son point mort, commence sa course de retour; le clapet de refoulement se ferme, le clapet d'aspiration s'ouvre.

Comme nous avons supposé qu'il n'existe aucun espace résiduel, la pression tombe instantanément de la valeur p_2 à la valeur p_1 suivant la verticale CD.

Pendant toute la course de retour, l'air pénètre dans le cylindre à la pression constante p_1 tandis que le volume passe de 0 à v_1. L'aspiration est représentée par l'horizontale DA et le travail a pour valeur absolue :

$$|\mathcal{T}_3| = p_1 v_1 = \text{aire DAEO.}$$

Mais la pression p_1 agit sur le piston dans le même sens que l'effort F; elle a donc une action motrice et non pas résistante. Il faut retrancher ce dernier travail des deux autres.

Le travail total dépensé par cycle a pour valeur :

$$\mathcal{T} = p_2 v_2 - p_1 v_1 - \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v = \text{aire ABCD.} \qquad [1]$$

Les quatre images de la figure 6 mettent en évidence les travaux partiels et le travail total.

En observant la forme de l'aire résultante ABCD, on voit qu'elle correspond à une intégrale définie, somme de petits rectangles élémentaires d'abscisse v et d'ordonnée $\mathrm{d}p$.

L'expression du **travail dépensé par cycle** peut s'écrire :

$$\mathcal{T} = \int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p \qquad [2]$$

à ne pas confondre avec :

$$\mathcal{T}_1 = \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v$$

travail de compression proprement dit.

Le diagramme a été tracé et les résultats ont été acquis sans faire aucune hypothèse sur la valeur des pressions p_1 et p_2. Ils s'appliquent donc aussi bien à un *compresseur* qui aspire dans l'atmosphère pour refouler dans un réservoir d'air comprimé qu'à une *pompe à vide* qui aspire dans une enceinte d'air raréfié pour refouler à l'atmosphère.

Dans le cas d'un cylindre de *moteur* (voir fig. 7) la compression devient une détente, mais les formules restent applicables.

En effet pour conserver les mêmes notations : p_1v_1 pour l'état final, p_2v_2 pour l'état final il faut dans les relations trouvées d'après le diagramme inverser les indices. Mais pour rester fidèle aux conventions établies, il faut aussi changer les signes car les travaux résistants deviennent moteurs. Si l'on ne veut considérer que la valeur absolue du travail dans un cylindre de moteur, et en conséquence abandonner son signe négatif, il faut changer l'ordre des termes (plus loin : tableau VII).

b) ***Travail par cycle, selon la loi de compression.*** — Le travail par cycle dépend de la *loi de compression ou de détente.*

Pour une évolution **isothermique** comme $p_2v_2 = p_1v_1$ on a :

$$\mathcal{T} = -\int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{p_1}^{p_2} v dp = p_1v_1 \ \mathrm{Lg}\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = p_1v_1 \ \mathrm{Lg}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Le travail par cycle est égal au travail de compression ou de détente proprement dit. Pour une évolution **adiabatique** ou **polytropique** il n'en est plus de même.

Effectuons l'intégration :

$$\mathcal{T} = \int_{p_1}^{p_2} v dp \quad \text{avec} \quad pv^k = p_1v_1{}^k \quad \text{ou} \quad v = v_1p_1{}^{\frac{1}{k}} \times p^{\frac{-1}{k}}$$

on obtient :

$$\mathcal{T} = v_1p_1{}^{\frac{1}{k}}\int_{p_1}^{p_2} p^{\frac{-1}{k}} dp = v_1p_1{}^{\frac{1}{k}} \times \frac{k}{k-1}\left[p_2{}^{\frac{k-1}{k}} - p_1{}^{\frac{k-1}{k}}\right] =$$

$$= \frac{k}{k-1} p_1v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]$$

Ainsi si l'on compare aux équations [8] du paragraphe 5 (p. 28) donnant le travail de compression, le travail par cycle est égal à ce dernier multiplié par le facteur k.

Pour employer une autre méthode, décomposons le travail d'un cycle entier et écrivons :

$$\mathcal{T} = p_2v_2 - p_1v_1 - \int_{v_1}^{v_2} p dv \qquad \text{avec :} \qquad -\int_{v_1}^{v_2} p dv = \frac{p_2v_2 - p_1v_1}{k-1} = \mathcal{T}_1$$

on obtient :

$$\mathcal{T} = \frac{k}{k-1}(p_2v_2 - p_1v_1) = -k\int_{v_1}^{v_2} p dv = k\,\mathcal{T}_1 \quad \text{(fig. 6).}$$

Le **travail par cycle** $\int v dp$ *est égal au produit du travail de compression ou de détente* $\int p dv$*, par l'exposant k de la loi de compression.*

Ainsi dans une *évolution adiabatique idéale* (sans échange de chaleur et sans frottement) le travail par cycle et le travail de compression (ou de détente) proprement dit sont dans le rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constants :

$$\int_{p_1}^{p_2} v dp = \mathrm{E}c_p(t_2 - t_1) \quad \text{et} \quad \int_{v_1}^{v_2} p dv = \mathrm{E}c_v(t_2 - t_1).$$

Nous pouvons donc dresser le tableau VII ci-dessous, donnant le *travail par cycle* dans un cylindre de compresseur ou de moteur à air, en partant des résultats acquis au paragraphe précédent. Pour qu'il ne soit plus question de signe, nous donnons le travail moteur absorbé pour le cycle compresseur, et le travail fourni pour le cycle moteur.

VII. TRAVAIL PAR CYCLE DANS UN CYLINDRE DE COMPRESSEUR OU DE MOTEUR

LOI DE COMPRESSION ou de détente		TRAVAIL ABSORBÉ par cycle dans un cylindre de compresseur	TRAVAIL FOURNI par cycle dans un cylindre de moteur
Compression ou détente isothermiques		$\mathfrak{T} = 2{,}302\, p_1 v_1 \log \frac{p_2}{p_1}$ pour un volume aspiré égal à v_1	$\mathfrak{T} = 2{,}302\, p_1 v_1 \log \frac{p_1}{p_2}$ pour un volume admis égal à v_1
Compression ou détente polytropiques	On connaît le rapport de compression ou de détente.	$\mathfrak{T} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]$ pour un volume aspiré égal à v_1	$\mathfrak{T} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$ pour un volume admis égal à v_1
	On connaît l'écart de température.	$\mathfrak{T} = \frac{k}{k-1} R\,(t_2 - t_1)$ pour un kilogramme de gaz	$\mathfrak{T} = \frac{k}{k-1} R\,(t_1 - t_2)$ pour un kilogramme de gaz
Compression ou détente adiabatiques	On connaît le rapport de compression ou de détente.	$\mathfrak{T} = \frac{K}{K-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right]$ pour un volume aspiré égal à v_1	$\mathfrak{T} = \frac{K}{K-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right]$ pour un volume admis égal à v_1
	On connaît l'écart de température.	$\mathfrak{T} = Ec_p\,(t_2 - t_1)$ pour un kilogramme de gaz	$\mathfrak{T} = Ec_p\,(t_1 - t_2)$ pour un kilogramme de gaz

La loi de compression ou de détente exerce une influence sensible sur *le travail par cycle*. Les deux images de la figure 7 permettent de s'en rendre compte immédiatement.

Considérons un diagramme de *cylindre compresseur* (image 1). Pour un même volume aspiré v_1 et entre les mêmes pressions p_1 et p_2, le cycle avec compression adiabatique exige plus de travail que celui avec compression isothermique. Comme en général l'air échauffé par la compression n'est utilisé qu'après refroidissement, il y a donc intérêt à se rapprocher le plus possible de la compression isothermique.

Considérons maintenant un diagramme de *cylindre moteur* (image 2). Pour un même volume admis v_1 et entre les mêmes pressions p_1 et p_2, le cycle avec détente isothermique fournit plus de travail que celui avec détente adiabatique.

En *détente adiabatique,* si basse soit la pression de détente finale p_2, la valeur du *travail* a une *limite finie,* qui dépend de l'état initial du gaz. En effet si $p_2 = 0$, ce qui entraîne $T_2 = 0$, le travail a une valeur finie $\mathfrak{T} = Ec_pT_1$.

En *détente isothermique,* au contraire : $\log(p_1 : p_2) \rightarrow \infty$ quand $p_2 \rightarrow 0$; le *travail* fourni n'a *pas de limite,* quand on abaisse la pression de détente finale, ce qui se conçoit, puisque l'énergie mise en jeu, fournie par réchauffage extérieur, n'est pas limitée.

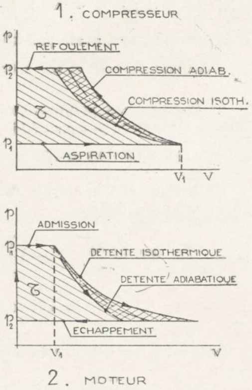

FIG. 7. — Diagrammes compresseur et moteur.

Les diverses formules du tableau VII montrent aussi l'importance de l'*état initial.*

Dans tous les cas, pour un même rapport de compression ou de détente, le travail par kilogramme de gaz est proportionnel à $p_1v_1 = RT_1$ c'est-à-dire à la température initiale T_1.

On a donc intérêt :

— dans un compresseur, pour réduire le travail dépensé, à ce que l'air aspiré soit le plus froid possible;

— inversement dans un moteur, pour augmenter le travail produit, à ce que l'air soit admis à la température la plus haute, compatible avec un graissage et une tenue mécanique correcte.

Exemple de calcul n° 7. — Comparer le travail théorique par kilogramme d'air dans un cylindre de compresseur dans les trois cas de compression isothermique, adiabatique et polytropique ($k = 1{,}3$).

La température d'aspiration est 20° C; la pression atmosphérique est la pression normale tandis que la pression effective de refoulement est de 7 kg : cm².

1° *Compression isothermique.* — Le rapport des pressions est :

$$p_2 : p_1 = (7 + 1{,}033) : 1{,}033 = 7{,}78$$

Le travail par kilogramme d'air est donc :

$$\mathfrak{T} = 2{,}302\, RT_1 \log(p_2 : p_1) = 2{,}3 \times 29{,}3 \times 293 \times \log 7{,}78 = 17\,600 \text{ kgm.}$$

2° *Compression adiabatique.* — Le rapport des pressions est toujours $p_2 : p_1 = 7{,}78$

$$K : (K - 1) = 1{,}4 : 0{,}4 = 3{,}5 \quad \text{et} \quad (K - 1) : K = 0{,}4 : 1{,}4 = 0{,}286.$$

On a donc si l'on calcule directement la valeur du travail pour un kilogramme d'air :

$$\mathcal{T} = \frac{K}{K-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right] =$$

$$= 3{,}5 \times 29{,}3 \times 293 \left[7{,}78^{0{,}286} - 1 \right] = 24\ 000 \text{ kgm.}$$

On peut aussi calculer la température finale :

$$T_2 = T_1 (p_2 : p_1)^{\frac{K-1}{K}} = 293 \times 7{,}78^{0{,}286} = 527^\circ \text{ K} \quad \text{ou} \quad t_2 = 254^\circ \text{ C}$$

et en déduire le travail par kilogramme d'air :

$$\mathcal{T} = Ec_p (t_2 - t_1) = 427 \times 0{,}240 \times (254 - 20) = 24\ 000 \text{ kgm.}$$

3° *Compression polytropique* ($k = 1{,}3$). — Le rapport des pressions est toujours $p_2 : p_1 = 7{,}78$

$k : (k - 1) = 1{,}3 : 0{,}3 = 4{,}33$ $\qquad$ $(k - 1) : k = 0{,}3 : 1{,}3 = 0{,}231.$

On a donc, si l'on calcule directement la valeur du travail pour un kilogramme d'air :

$$\mathcal{T} = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] =$$

$$= 4{,}33 \times 29{,}3 \times 293 \left[7{,}78^{0{,}231} - 1 \right] = 22\ 600.$$

On peut aussi calculer la température finale :

$$T_2 = T_1 (p_2 : p_1)^{\frac{k-1}{k}} = 293 \times 7{,}78^{0{,}231} = 471^\circ \text{ K} \quad \text{ou} \quad t_2 = 198^\circ \text{ C}$$

et en déduire le travail par kilogramme d'air :

$$\mathcal{T} = \frac{k}{k-1} R (t_2 - t_1) = 4{,}33 \times 29{,}3 \times (198 - 20) = 22\ 600 \text{ kgm.}$$

c) ***Puissance théorique de compression de l'air.*** — Nous venons de voir que le travail de compression par cycle dépend :

— de la loi de compression, isothermique, adiabatique ou polytropique;

— du rapport de compression;

— du volume et de la pression initiales.

On en déduit la **puissance théorique de compression** en faisant intervenir le temps, c'est-à-dire en *remplaçant le volume par le débit.*

Or dans la pratique industrielle :

— la puissance s'exprime en chevaux (1 ch = 75 kgm : s);

— le débit s'exprime en mètres cubes par minute d'air mesuré aux conditions de pression et de température de l'aspiration (1 m³ : s = 60 m³ : mn);

— la pression initiale est généralement la pression atmosphérique dont la valeur normale est $p_0 = 1{,}033$ kg : cm² = 10 330 kg : m².

En partant des relations du tableau VII, on trouve que *pour un débit* Q_0 m³ : mn *d'air libre, la compression de l'air depuis la pression atmosphérique normale* p_0 *jusqu'à la pression* p *exige :*

— une **puissance** théorique de compression **isothermique :**

$$\mathcal{T}_{is} = 2{,}302 \times \frac{10\,330}{75 \times 60} Q_0 \log \frac{p}{p_0} = 5{,}28\ Q_0 \log \frac{p}{p_0} \quad \text{chevaux} \quad [3]$$

— une **puissance** théorique de compression **polytropique :**

$$\mathcal{T}_{pol} = \frac{k}{k-1} \times \frac{10\,330}{75 \times 60} Q_0 \left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] =$$

$$= 2{,}30 \frac{k}{k-1} Q_0 \left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] \quad \text{chevaux} \quad [4]$$

k dépendant dans chaque cas particulier des conditions d'échange de chaleur.

— une **puissance** théorique de compression **adiabatique :**

$$\mathcal{T}_{ad} = \frac{K}{K-1} \times \frac{10\,330}{75 \times 60} Q_0 \left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right] =$$

$$= 8{,}03\ Q_0 \left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{0{,}286} - 1\right] \quad \text{chevaux} \quad [5]$$

Le tableau VIII ci-dessous donne les valeurs théoriques de la puissance isothermique, polytropique (pour des valeurs usuelles de k), et adiabatique de compression pour un débit de 1 m³ : mn (aspiré à la pression atmosphérique normale) et diverses pressions effectives de refoulement. Le même tableau donne les températures de refoulement correspondant à une température d'aspiration de 20° C.

VIII. Puissance théorique de compression de l'air

Compression d'un mètre-cube par minute d'air aspiré à 20° C et sous 760 mm de mercure

Pression de refoulement			Compress. isotherm.	Compression polytropique $k = 1,3$		Compression polytropique $k = 1,35$		Compression adiabatique $K = 1,4$	
Pression effective $p - p_0$ kg/cm²	Pression absolue p kg : cm²	Rapport de compression $p : p_0$	Puissance théorique ch.	Puissance théorique ch.	Température finale °C	Puissance théorique ch.	Température finale °C	Puissance théorique ch.	Température finale °C
0,5	1,533	1,484	0,906	0,949	48	0,955	52	0,959	55
1	2,033	1,968	1,554	1,682	70	1,699	76	1,715	82
1,5	2,533	2,45	2,06	2,29	87	2,32	97	2,35	106
2	3,033	2,94	2,47	2,80	103	2,86	115	2,90	126
2,5	3,533	3,42	2,82	3,26	116	3,32	131	3,39	144
3	4,033	3,90	3,13	3,67	128	3,75	145	3,82	160
4	5,033	4,87	3,64	4,40	150	4,50	169	4,61	188
5	6,033	5,84	4,05	5,01	168	5,15	191	5,29	213
6	7,033	6,81	4,40	5,54	183	5,70	209	5,86	234
7	8,033	7,78	4,70	6,04	198	6,23	227	6,42	254
8	9,033	8,74	4,97	6,49	211	6,70	242	6,91	272
9	10,03	9,71	5,21	6,88	223	7,12	256	7,35	289
10	11,03	10,68	5,44	7,23	234	7,51	269	7,78	304
12	13,03	12,62	5,82	7,95	254	8,23	292	8,54	332
15	16,03	15,52	6,29	8,80	279	9.17	323	9,54	368
20	21,03	20,4	6,91	10,04	317	10,50	367	10,98	417
25	26,03	25,2	7,40	11,04	345	11,58	404	12,15	464
30	31,03	30	7,81	11,87	369	12,54	435	13,21	502
40	41,03	39,7	8,45						
50	51,03	49,4	8,95						
60	61,03	59,1	9,36						
70	71,03	68,8	9,70						
80	81,03	78,4	10,00						
90	91,03	88,1	10,27						
100	101	97,8	10,50						
120	121	117,1	10,92						
150	151	146,2	11,42						
200	201	194,6	12,08						
250	251	243	12,58						
300	301	291	13,00						

Correction de puissance. — La puissance théorique ne dépend pas de la température de l'air aspiré, le débit d'un m³ : mn étant par définition mesuré aux conditions d'aspiration. Aucune correction n'est à faire si la température d'aspiration est différente de 20°.

Si la pression d'aspiration est différente de 760 mm de mercure, multiplier la valeur de la puissance indiquée au tableau par le facteur de correction du tableau XXIII (p. 186, § 20).

Correction de température. — Si la température d'aspiration t_0 est différente de 20° C, multiplier la température finale absolue par: $(t_0 + 273) : 293$.

Si la pression d'aspiration est différente de 760 mm de mercure, partir du rapport de compression, pour déterminer la température de refoulement.

7. Ecoulement des fluides.

Nous avons étudié jusqu'à présent le travail exercé ou absorbé par un fluide, sans tenir compte de son énergie cinétique, c'est-à-dire de la puissance vive de ses molécules.

Celle-ci est négligeable, en effet, si les vitesses sont faibles par rapport aux travaux mis en jeu, comme c'est le cas dans un cylindre de compresseur ou de moteur. Mais il n'en est plus de même si la vitesse du fluide joue un rôle primordial.

a) ***Ecoulement à volume spécifique constant. Equation de Bernouilli.*** — C'est le cas des *liquides*, et en *première approximation* des *gaz,* quand leur rapport de détente est voisin de l'unité.

Considérons une veine fluide assez étroite (fig. 8) pour que, dans une même section droite, la vitesse et la pression soient les mêmes en chaque point.

L'écoulement est régi par deux équations :

1° **L'équation de continuité.** — Le régime permanent étant établi, le poids de fluide qui traverse en un temps donné une section droite quelconque de la veine est invariable. Le volume spécifique étant supposé constant, ce qui est vrai pour le poids l'est aussi pour le volume et l'on a :

$$Q = sV = s_1V_1 = s_2V_2 = \text{Const}^{\text{te}},$$

s désignant la section, V la vitesse, Q le débit-volume.

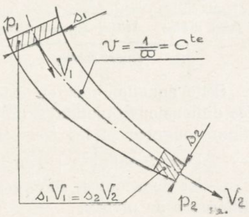

FIG. 8 — Loi de Bernouilli.

2° **L'équation de conservation de l'énergie.** — Pour un kilogramme de fluide, on peut poser comme nulle la somme algébrique :

— de la variation d'énergie cinétique;

— des travaux de la pression du fluide à l'entrée et à la sortie;

— du travail de la pesanteur entre l'entrée et la sortie;

— du travail mécanique fourni ou reçu par le fluide;

— des travaux de frottement dégradés en chaleur.

La masse du kilogramme étant $1 : g$ la variation d'énergie cinétique a pour expression :

$$\Delta\,(mV^2 : 2) = (V_2^2 - V_1^2) : 2g.$$

Le travail de la pression du fluide à l'entrée est par kilogramme : $-p_1v$ (v étant le volume spécifique).

Le travail de la pression du fluide à la sortie est par kilogramme : $+p_2v$ (v étant le volume spécifique).

La somme algébrique de ces deux travaux s'écrit, si $\varpi = 1 : v$ est le poids spécifique :

$$(p_2 - p_1)\, v = (p_2 - p_1) : \varpi.$$

Le travail de la pesanteur, par kilogramme, est égal à la différence d'altitude : $z_2 - z_1$.

Le travail mécanique $\mathcal{T}$ est positif s'il est fourni par le fluide au détriment de la charge et négatif dans le cas contraire; ce travail peut être celui des forces centrifuges si l'on considère la veine d'une roue mobile, ou le travail sur l'arbre si l'on considère l'ensemble d'une turbo-machine.

Le travail gaspillé par frottements pour un kilogramme de fluide, s'appelle *perte de charge;* il est désigné par Δh.

L'équation de conservation de l'énergie, pour un kilogramme de fluide, s'écrit donc :

$$\underbrace{\underbrace{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}}_{\text{Energie cinétique}} + \underbrace{\frac{p_2 - p_1}{\varpi}}_{\text{Différence de pression}} + \underbrace{z_2 - z_1}_{\text{Différence de niveau}}}_{\text{Variation de charge}} + \underset{\substack{\text{Travail}\\ \text{fourni}\\ \text{par le}\\ \text{fluide}}}{\mathcal{T}} + \underset{\substack{\text{Perte}\\ \text{de}\\ \text{charge}}}{\Delta h} = 0. \qquad [1]$$

Cette équation met en évidence la **notion de charge** dont les dimensions (quotient d'un travail par un poids) sont celles d'une longueur et les trois éléments qui la composent :

— l'un *dynamique :* l'énergie cinétique;

— les deux autres *statiques :* la différence de pression et la différence de niveau.

Elle permet de remarquer aussi que la « *chute de pression* » et la « *perte de charge* » ne signifient la même chose que dans le cas particulier d'une conduite de section uniforme (où la vitesse ne varie pas) et de dénivellation nulle, dans laquelle le fluide ne fournit pas ou ne reçoit pas de travail.

Si le fluide ne fournit et ne reçoit pas de travail et que la perte de charge puisse être négligée, on retrouve l'**équation classique** de BERNOUILLI :

$$\frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\varpi} + z_2 = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\varpi} + z_1$$

qui exprime la *constance de la charge* quand on néglige le frottement.

La vitesse V dans une tuyauterie issue d'un réservoir où le liquide est pratiquement au repos ($V_1 = 0$) est fonction de la charge statique h dans le réservoir et l'équation de BERNOUILLI prend la forme bien connue de la **formule de** TORICELLI (fig. 9) :

$$V = \sqrt{2gh} \quad \text{avec} \quad h = (p_1 - p_2) : \varpi + (z_1 - z_2)$$

la charge statique h, exprimée en mètres étant la somme de la charge manométrique $(p_1 - p_2) : \varpi$, quotient de la différence de pression par le poids spécifique, et de la charge géométrique $(z_1 - z_2)$.

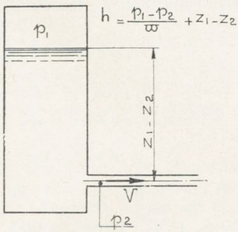

FIG. 9. — Charge statique.

Exemple de calcul n° 8 (*). — Calculer la pression d'air effective qu'il faut admettre au-dessus du niveau d'un liquide dans un réservoir en sous-sol, pour élever ce liquide ayant la densité de l'eau à une hauteur de 12 mètres avec un débit de 40 litres : minute. On négligera les pertes de charge par frottements ou changements de direction dans la conduite dont le diamètre est de 1 cm.

On appliquera la loi de BERNOUILLI avec une vitesse nulle dans le réservoir :

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\varpi} + z_1 - z_2 \quad \text{ou} \quad p_1 - p_2 = \varpi \left[\frac{V^2}{2g} + z_2 - z_1\right].$$

La pression effective de l'air doit correspondre à $p_1 - p_2$.
La section de la conduite est :

$$s = \pi d^2 : 4 = \pi \times 1 : 4 = 0{,}785 \text{ cm}^2 \quad \text{ou} \quad 0{,}785 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Le débit de liquide doit être de 40 litres : minutes ou (0,04 : 60) $m^3 : s$; la vitesse est donc :

$$V = Q : s = 0{,}04 : (60 \times 0{,}785 \times 10^{-4}) = 8{,}5 \text{ m : s.}$$

La différence de niveau est $z_2 - z_1 = 12$ mètres.
Le poids spécifique du liquide est : $\varpi = 1\,000$ kg : m².
On a donc pour la pression effective de l'air nécessaire pour le débit demandé :

$$p_1 - p_2 = \varpi[(V^2 : 2g) + z_2 - z_1] = 1\,000\,[(\overline{8{,}5}^2 : 2 \times 9{,}81) + 12] =$$
$$= 15\,700 \text{ kg : m}^2 = 1{,}57 \text{ kg : cm}^2.$$

b) ***Débit par un orifice.*** — Considérons l'orifice en mince paroi, représenté par l'image 1 de la figure 10. Il y a *contraction du jet d'écoulement,* c'est-à-dire que la section minima s_2 de ce jet est inférieure à la section s de l'orifice.

En effet dans le jet d'écoulement la pression diminue et la vitesse augmente. Au droit de l'orifice de section s la pression p_2 et la vitesse V_2 ne sont pas atteintes, mais seulement un peu plus loin à la section s_2.

La continuité impose : $sV = s_2V_2$ donc puisque $V < V_2$ on a $s_2 < s$.

(*) Voir tome II (2e chapitre) la chasse pneumatique des liquides par pression statique d'air comprimé.

Au delà de la section s_2 la pression est constante, mais le frottement diminue la vitesse si bien que la section augmente, la variation étant toutefois beaucoup moins régulière qu'entre s et s_2.

L'expression du débit s'écrit *si* $\alpha = s_2 : s$

$$Q = s_2 V_2 = s_2 \sqrt{2gh} = \alpha s \sqrt{2gh}.$$

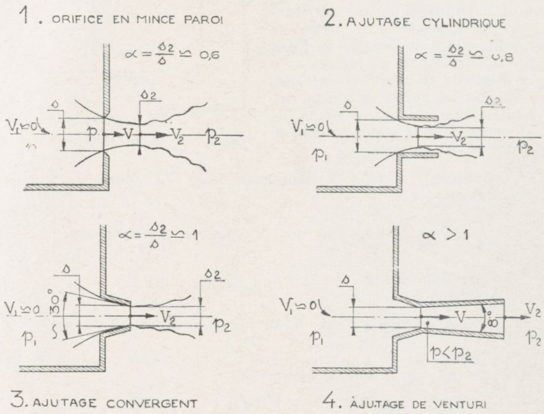

FIG. 10. — Influence de l'orifice d'écoulement.

La valeur de α **coefficient de contraction** dépend de la forme de l'orifice :

$\alpha \backsimeq 0{,}6$ pour un *orifice en mince paroi* : image 1 figure 10
$\alpha \backsimeq 0{,}8$ pour un *ajutage cylindrique* : — 2 —
$\alpha \backsimeq 1$ pour un *ajutage convergent* : — 3 —

Dans l'**ajutage de** VENTURI (image 4, fig. 10) constitué par un ajutage convergent, suivi d'un divergent faiblement conique, α est supérieur à 1.

En effet la vitesse décroît dans le divergent : la charge dynamique se transforme en charge statique et la pression augmente. Ainsi la pression au col p est inférieure à la pression finale p_2.

La hauteur réelle de charge : $h' = h + (p_2 - p) : \varpi$ est supérieure à h.

Pratiquement on exprime toujours le débit, non pas en fonction de la hauteur h', mais en fonction de la hauteur de charge h correspondant à $p_1 - p_2$. Ainsi le coefficient α devient plus grand que 1.

La contraction joue aussi bien pour les veines gazeuses que pour les veines liquides, les valeurs de α pouvant être légèrement différentes, mais la relation :

$$V = \sqrt{2gh} \qquad \text{avec} \qquad h = \Delta p : \varpi$$

établie pour un volume spécifique ϖ constant ne peut être utilisée, de façon approchée pour les gaz, que si la chute de pression Δp est faible.

L'*approximation* peut se faire de deux façons très différentes :

1° La plus simple consiste à calculer la vitesse en prenant pour poids spécifique ϖ la valeur d'amont ϖ_1 obtenue en partant de la pression p_1 et de la température t_1 généralement connues.

On commet ainsi sur la vitesse une erreur par défaut d'environ — 5 % si $\Delta p : p \simeq 30$ % et d'environ — 1 % si $\Delta p : p \simeq 10$ %.

Une autre erreur par défaut s'y ajoute, si dans le calcul du débit-volume d'air détendu on ne tient pas compte du refroidissement dû à la détente.

2° On obtient une bonne précision si pour le calcul de la vitesse on prend pour poids spécifique ϖ la valeur moyenne entre les poids spécifiques d'amont et d'aval, ce dernier étant lui-même calculé en tenant compte du refroidissement. Cette dernière méthode revient à remplacer la courbe de détente par une droite, et l'écart est inférieur à 1 % tant que le rapport $p_1 : p_2 < 1{,}5$.

Mais le calcul est aussi long que par la formule exacte que nous donnons plus loin.

Exemple de calcul n° 9. — Quel est approximativement le débit qui s'écoule vers l'atmosphère, par un orifice de 1 cm² de section, dans la paroi d'une conduite où circule de l'air à la pression effective de 0,200 kg : cm² et à la température ambiante de 20° C ? On admettra que la pression atmosphérique est de $p_0 = 1$ kg : cm² et que le coefficient de contraction est $\alpha = 0{,}67$.

1° Admettons pour le calcul de la charge, le *poids spécifique en amont* ϖ_1. Il est égal à :

$$\varpi_1 = p_1 : RT_1 = 12\,000 : (29{,}3 \times 293) = 1{,}395 \text{ kg : m}^3.$$

La chute de pression est :

$$\Delta p = 0{,}200 \text{ kg : cm}^2 = 2\,000 \text{ kg : m}^2.$$

La vitesse d'écoulement dans la section contractée, à la pression $p_2 = p_0$, sera donc :

$$V = \sqrt{2g\Delta p : \varpi_1} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 2\,000 : 1{,}395} = 167 \text{ m : s}.$$

Un débit-volume d'air, s'exprime en « air libre » à la pression et à la température de l'ambiance. Si nous négligeons le refroidissement dû à la détente, il suffira de multiplier la vitesse V_2 d'écoulement par la section contractée de la veine :

$$Q = \alpha s V_2 = 0{,}67 \times 0{,}000\,1 \times 167 = 0{,}011\,2 \text{ m}^3 : \text{s ou } 0{,}672 \text{ m}^3 : \text{mn}.$$

2° Calculons maintenant la charge en partant du *poids spécifique moyen* ϖ.

Le poids spécifique ϖ_1 en amant, calculé précédemment, est égal à 1,395 kg : m³. L'écoulement étant rapide, la détente est adiabatique (voir plus loin) et la variation du poids spécifique, inverse de celle du volume spécifique, est donnée par la loi de LAPLACE :

$$v_2 : v_1 = (p_1 : p_2)^{\frac{1}{K}} \qquad \varpi_2 : \varpi_1 = (p_2 : p_1)^{\frac{1}{K}}$$

avec : $$1 : K = 1 : 1{,}4 = 0{,}715.$$

Le poids spécifique ϖ_2 en aval est donc égal à :

$$\varpi_2 = \varpi_1 \times (p_2 : p_1)^{0{,}715} = 1{,}395 \times (1 : 1{,}2)^{0{,}715} = 1{,}225 \text{ kg : m}^3.$$

Le poids spécifique moyen pendant la détente ϖ est donc :

$$\varpi = (\varpi_1 + \varpi_2) : 2 = (1{,}395 + 1{,}225) : 2 = 1{,}310 \text{ kg : m}^3.$$

On en déduit la vitesse d'écoulement dans la section contractée :

$$V = \sqrt{2g\Delta p : \varpi} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 2\,000 : 1{,}310} = 173 \text{ m : s.}$$

L'air dans la section contractée est à la pression atmosphérique mais à une température inférieure à la température ambiante :

$$T_2 = T_1 \times (p_2 : p_1)^{0{,}286} = 293 \times (1 : 1{,}2)^{0{,}286} = 278° \text{ K} \quad \text{ou} \quad t_2 = 5° \text{ C.}$$

Le débit doit donc être corrigé dans le rapport des températures absolues de l'air ambiant et de l'air détendu :

$$Q = \alpha s V \times (T_1 : T_2) = 0{,}67 \times 0{,}0001 \times 173 \times 293 : 278 = 0{,}0122 \text{ m}^3 : \text{s}$$

ou 0,732 m³ : mn.

Nota. — L'exemple de calcul n° 11 (p. 53) donnera le calcul exact du débit.

c) ***Ecoulement à volume spécifique variable. Equation de Saint-Venant.*** — C'est le cas général des gaz. Considérons la même veine fluide que pour l'écoulement à volume spécifique constant, mais étudions l'influence de la variation du volume spécifique sur les deux équations qui régissent l'écoulement (fig. 11).

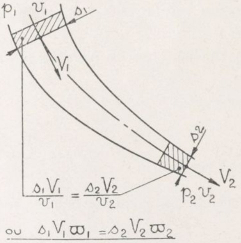

FIG. 11. — Equation de Saint-Venant

1° Equation de continuité. — Le poids de fluide Q_P qui traverse dans l'unité de temps une section droite quelconque de la veine est toujours invariable; mais ce qui reste vrai pour le poids ne l'est plus pour le volume et il faut écrire :

$$Q_P = sV\varpi = s_1 V_1 \varpi_1 = s_2 V_2 \varpi_2 = \text{Constante},$$

s désignant la section, V la vitesse, $\varpi = 1 : v$ le poids spécifique.

2° **Equation de conservation de l'énergie.** — Pour un kilogramme de fluide, on peut considérer comme nulle la somme algébrique :

— de la variation d'énergie cinétique,

— des travaux de la pression du fluide à l'entrée et à la sortie,

— du *travail de compression ou de détente* correspondant à la variation du poids spécifique,

— du travail mécanique fourni ou reçu par le fluide,

— des travaux de frottement dégradés en chaleur.

Par rapport à l'écoulement à volume spécifique constant étudié en *a*, nous avons supprimé le travail de la pesanteur généralement négligeable pour les gaz et nous avons ajouté le travail correspondant à la compression ou à la détente (somme des travaux élémentaires pdv).

Le travail, qui correspond au passage de la veine fluide dans une turbo-machine, est, comme précédemment, positif s'il est fourni par le fluide et négatif dans le cas contraire.

Dans ces conditions l'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\underbrace{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}}_{\text{Energie cinétique}} + \underbrace{p_2 v_2 - p_1 v_1}_{\substack{\text{Travail de la pression}\\ \text{à l'entrée}\\ \text{et à la sortie}}} - \underbrace{\int_{v_1}^{v_2} p dv}_{\substack{\text{Travail}\\ \text{de compression}\\ \text{ou de détente}}} + \underbrace{\mathcal{T}}_{\substack{\text{Travail}\\ \text{mécanique}\\ \text{fourni}}} + \underbrace{\Delta h}_{\substack{\text{Perte}\\ \text{de}\\ \text{charge}}} = 0.$$

Mais nous savons (§ 6, fig. 6) que :

$$p_2 v_2 - p_1 v_1 - \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{p_1}^{p_2} v dp$$

représente le travail dépensé pendant un cycle dans un cylindre de compresseur, ou le travail utilisable dans un cylindre de moteur. C'est donc le *potentiel de travail disponible* à l'état statique dans l'air comprimé.

On en déduit l'**équation de** Saint-Venant pour un kilogramme de gaz :

$$\underbrace{\underbrace{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}}_{\text{Energie cinétique}} + \underbrace{\int_{p_1}^{p_2} v dp}_{\text{Potentiel statique}}}_{\text{Variation de charge}} + \underbrace{\mathcal{T}}_{\substack{\text{Travail}\\ \text{mécanique}\\ \text{fourni}}} + \underbrace{\Delta h}_{\substack{\text{Perte}\\ \text{de}\\ \text{charge}}} = 0. \qquad [2]$$

Cette équation met bien en évidence les deux éléments de la charge :

— l'un dynamique $V^2 : 2g$ qui dépend uniquement de la vitesse du gaz;

— l'autre statique $\int v \mathrm{d}p$ qui serait utilisable dans un cylindre de moteur.

Il faut remarquer, qu'abstraction faite des pertes de charge qui représentent de l'énergie dégradée en chaleur, les différents termes de l'équation de SAINT-VENANT représentent des formes d'énergie entre lesquelles peuvent avoir lieu des *échanges réversibles.*

La pression peut se transformer en vitesse dans une tuyère et réciproquement la vitesse en pression dans un diffuseur. Une diminution de la charge fournit du travail mécanique dans une turbine et inversement du travail mécanique augmente la charge dans un turbo-compresseur.

En adjoignant à l'équation de continuité et à l'équation de SAINT-VENANT, une relation entre p et v caractérisant la loi de compression ou de détente, on peut résoudre les problèmes concernant l'écoulement d'une veine gazeuse.

Dans tout ce qui précède nous n'avons pas fait d'hypothèse sur les échanges possibles de chaleur avec l'extérieur. Ceux-ci interviennent par leur influence sur la loi de compression ou de détente.

d) ***Ecoulement adiabatique dans une tuyère. Pression critique. Vitesse au col.*** — Un des problèmes qui se présentent le plus souvent dans la pratique est celui de la détente d'un gaz à travers un orifice ou une tuyère. Considérons en premier lieu le cas d'une tuyère profilée pour épouser la forme de la veine fluide, en faisant les hypothèses suivantes :

— la vitesse à l'entrée de la tuyère est sensiblement nulle;

— aucun travail mécanique n'est fourni; toute l'énergie potentielle se transforme en énergie cinétique;

— les pertes de charge sont négligées.

Dans ces conditions l'*équation de* SAINT-VENANT [2] *se simplifie* et s'écrit :

$$\frac{V^2}{2g} + \int_{p_1}^{p} v \mathrm{d}p = 0.$$

Comme la vitesse est grande et la surface d'échange de chaleur très faible, *la détente est adiabatique.*

On a donc comme relation entre v et p, fixée par la loi de compression :

$$pv^{K} = p_1 v_1^{K} \quad \text{ou} \quad v = v_1 p_1^{\frac{1}{K}} : p^{\frac{1}{K}}$$

d'où l'on tire :

$$\frac{V^2}{2g} = -\int_{p_1}^{p} v\mathrm{d}p = -v_1 p_1^{\frac{1}{K}} \int_{p_1}^{p} p^{-\frac{1}{K}}\, \mathrm{d}p.$$

Cette intégration a déjà été effectuée au paragraphe 6 et elle donne :

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{K}{K-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right] \qquad [3]$$

Cette relation donne la vitesse d'un gaz en détente adiabatique, comme la formule de Toricelli : $V = \sqrt{2gh}$ donne la vitesse d'écoulement d'un liquide, et permet donc de déterminer la section de la veine en fonction de la détente.

Pour l'écoulement d'un gaz, le volume spécifique variant avec la pression, le débit-volume n'est pas constant. C'est le *débit-poids* Q_P qui est la seule grandeur constante tout le long de la veine fluide, et s, V, v étant respectivement la section, la vitesse et le volume spécifique, l'équation de continuité s'écrit :

$$Q_P = sV\varpi = sV : v \quad \text{ou} \quad s = Q_P v : V$$

Cette dernière égalité nous montre qu'au fur et à mesure de la détente la section de la veine fluide subit deux influences contradictoires :

— celle du volume spécifique dont l'augmentation tend à augmenter la section;

— celle de la vitesse dont l'augmentation tend à diminuer la section.

On démontre que cette section passe par un *minimum* appelé **section critique** pour :

$$\varphi = \frac{p}{p_1} = \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}}$$

soit :

$$\varphi = 0{,}528 \qquad \text{si, comme pour l'air : } K = 1{,}4.$$

La pression $p_c = \varphi p_1$ qui correspond à ce minimum de section, au **col de la tuyère,** est appelée **pression critique.** Elle ne dépend que de la pression d'amont p_1.

Démonstration. — De $s = Q_P v : V$ on déduit, puisque Q_P est constant, que s passe par un minimum quand $V : v$ ou son carré $V^2 : v^2$ passent par un maximum. Or, d'après [3] :

$$\frac{V^2}{v^2} = \frac{2g \dfrac{K}{K-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\dfrac{p}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right]}{v_1^2 p_1^{\frac{2}{K}} p^{-\frac{2}{K}}} = \text{Constante} \times \left[p^{\frac{2}{K}} - \frac{p^{\frac{K+1}{K}}}{p_1^{\frac{K-1}{K}}}\right]$$

Le deuxième membre passe par un maximum quand sa dérivée s'annule, c'est-à-dire quand :

$$\frac{2}{K} p^{\frac{2-K}{K}} - \frac{K+1}{K p_1^{\frac{K-1}{K}}} p^{\frac{1}{K}} = 0 \quad \text{ou} \quad 2p_1^{\frac{K-1}{K}} = (K+1)\, p^{\frac{K-1}{K}}$$

ou :

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}} \qquad \text{C.Q.F.D.}$$

En reportant cette valeur particulière du rapport $p : p_1$ dans l'expression [3] de la vitesse d'écoulement, on obtient la valeur de la **vitesse critique** ou **vitesse au col :**

$$Vc = \sqrt{2g \frac{K}{K+1} p_1 v_1} = \sqrt{2g \frac{K}{K+1} RT_1}$$

ou pour l'air :

$$Vc = 3{,}38 \sqrt{p_1 v_1} = 18{,}3 \sqrt{T_1}.$$

La première double égalité est valable pour tous les gaz parfaits et dans tous les systèmes homogènes d'unités. La seconde n'est valable que pour l'air et dans le système MKfS, car elle a été déduite de la première en y faisant :

$$K = 1{,}4 \qquad g = 9{,}81 \text{ m : s}^2 \qquad \text{et} \qquad R = 29{,}27 \text{ m : }^\circ$$

On démontre et l'expérience permet de vérifier que la *vitesse critique* de détente adiabatique d'une veine gazeuse est égale à la **vitesse de propagation du son** dans le gaz considéré, *à la même température* (*).

Démonstration. — La vitesse de propagation du son a dans un fluide est donnée par la relation générale :

$$a^2 = dp : d\rho \quad \text{si } \rho = \varpi : g \text{ est la masse spécifique du fluide.}$$

Cette vitesse est toujours assez élevée pour correspondre à une évolution adiabatique régie par la loi de LAPLACE :

$$pv^K = C^{te} = C \quad \text{ou} \quad p\varpi^{-K} = C$$

ou encore :

$$p = C \times \varpi^K.$$

On obtient, en exprimant a en fonction de p et de ϖ et en dérivant :

$$a^2 = g \frac{dp}{d\varpi} = gKC\varpi^{K-1} = gK \times pv^K \times \varpi^{K-1} = gKpv$$

ou :

$$a = \sqrt{gKpv} = \sqrt{gKRT}.$$

Ce résultat montre que la *vitesse de propagation du son dans un gaz déterminé ne dépend que de sa température.*

(*) Voir *Thermodynamique et Mécanique des fluides*, par C. MONTEIL. Dunod, éditeur.

Or si T_1 est la température absolue en amont d'une tuyère, la température au col est égale à :

$$T = T_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} \quad \text{avec} \quad \frac{p}{p_1} = \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}}$$

d'où :

$$T = \left(\frac{2}{K+1}\right) T_1$$

On a donc comme expression de la vitesse de propagation du son au col, en fonction de la température d'amont T_1 :

$$a = \sqrt{gKRT} = \sqrt{2g\,\frac{K}{K+1}\,RT_1} = V_c \qquad \text{C.Q.F.D.}$$

e) ***Débit-poids d'un gaz se détendant dans une tuyère.*** — La connaissance du *rapport* φ *entre la pression critique et la pression d'amont*, égal à 0,528 pour l'air est très importante pour la détermination du débit. Considérons en premier lieu l'écoulement dans une **tuyère profilée pour épouser la forme de la veine gazeuse** (fig. 12). Deux cas seront à considérer :

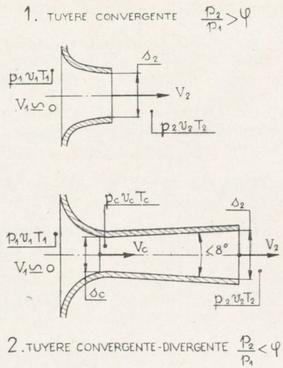

FIG. 12. — Ecoulement gazeux dans une tuyère.

1° *La détente est faible :* **le rapport $p_2 : p_1 > \varphi$.** La pression critique ne sera pas atteinte, la tuyère ne comportera pas de col; elle sera simplement convergente. La valeur du débit sera tirée, pour la section terminale s_2, de la connaissance de la vitesse tirée de l'équation [3] établie en *d* et l'on aura pour le **débit-poids** Q_P si ϖ_2 est le poids spécifique à la sortie :

$$Q_P = s_2 \varpi_2 \sqrt{2\,g \cdot \frac{K}{K-1}\,p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right]}$$

avec :

$$\varpi_2 = \varpi_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{K}} \qquad [4]$$

expression qui dépend à la fois de la *pression d'amont* p_1 et de la *pression d'aval* p_2.

XXXVIII. — UNITÉS ANGLAISES ET AMÉRICAINES USUELLES DANS LE DOMAINE DE L'AIR COMPRIMÉ (*suite et fin*)

UNITÉS ANGLAISES	DÉSIGNATION FRANÇAISE	ABRÉVIATIONS	VALEUR EN UNITÉS FRANÇAISES
Heat and Temperature	*Chaleur et Température*		
British thermal unit	**Unité anglaise de chaleur**	1 B.T.U. .... =	0,252 mth (calorie)
Ton of refrigeration = 200 BTU/mn	Unité de réfrigération......	....	3 024 mth/h
Degree Farenheit	C étant une valeur de l'échelle centigrade... $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ F — — Farenheit... $F = \frac{9}{5}\ C + 32$ 0° C = + 32° F et 0° F = — 17,77° C Températures absolues C' = C + 273 F' = F + 460 F' = 1,8 C'		

VALEURS ANGLAISES DE QUELQUES CONSTANTES PHYSIQUES

Accélération de la pesanteur	$g =$ 32,1 ft/sec² = 9,81 m/sec²
Température de la glace fondante	32° F = 0 °C
Zéro absolu thermodynamique	— 460° F = — 273 °C
Coefficient de dilatation des gaz	$\alpha = \frac{1}{460}$ correspond à $\frac{1}{273}$
Pression atmosphérique normale	$p_0 =$ 14,696 p.s.i. = 1,033 kg/cm² $p_0 =$ 29,92 " Hg = 76 cm de Hg
Équivalent mécanique de la chaleur	$E = 770{,}5\ \frac{ft.pd}{BTU} = 427\ \frac{kgm}{mth}$
Chaleurs spécifiques de l'air	$c_v =$ 0,171 $c_p =$ 0,240 comme en unités françaises. (en raison des définitions similaires de la B.T.U. et de la calorie)
Constante spécifique de l'air	R = 53.3 ft/° F = 29,3 m/° C

J.-B. Baillière et Fils, éditeurs (N° 395)
Dépôt légal : 2e trim. 1951
N° d'impression : 213-50
Imprimerie. L'Union Typographique, Villeneuve-Saint-Georges (S.-et-O.)