NBB

Nouvelle Bibliothèque Professionnelle

4

PRÉCIS D'ÉLECTRICITÉ

Tome III

(SOLUTIONS DE PROBLÈMES D'ÉLECTRICITÉ THÉORIQUE ET INDUSTRIELLE)

P. Mathivet

J. B. Baillière et Fils - Paris

PRÉCIS D'ÉLECTRICITÉ

TOME III

Recueil d'exercices
et de problèmes d'Electricité
et d'Electrotechnique
avec leurs solutions

NOUVELLE BIBLIOTHÈQUE PROFESSIONNELLE

PRÉCIS D'ÉLECTRICITÉ

TOME III

Recueil d'exercices et de problèmes d'Électricité et d'Électrotechnique avec leurs solutions

PAR

Pierre MATHIVET

Ingénieur de l'Ecole Supérieure d'électricité

PARIS

J.-B. BAILLIÈRE ET FILS, ÉDITEURS

19, rue Hautefeuille (VI^e^)

AVANT-PROPOS

Les deux premiers tomes de notre « Précis d'Électricité » ont traité successivement les lois générales de l'Électricité et les machines électriques. Pour compléter cet ensemble, il nous a semblé utile, sinon indispensable, de publier un recueil d'exercices formant un 3e tome.

Les problèmes proposés sont exposés avec leur solution complète dans le but de guider le lecteur et de lui permettre d'assimiler les principes cités dans les 2 premiers volumes.

Nous avons choisi nos sujets parmi les problèmes que le technicien rencontre constamment au cours de sa carrière, afin de faciliter le passage, toujours délicat, de la théorie à l'application industrielle et développer le sens pratique du lecteur.

Nous espérons ainsi que les 3 volumes de notre « Précis d'Électricité » formeront un tout cohérent.

— *Les premiers chapitres sont consacrés aux lois générales. Les problèmes proposés auront souvent un caractère théorique inévitable pour permettre de préciser les fondements même de l'électricité. Nous nous efforcerons, chaque fois que cela sera possible, d'attirer l'attention sur les applications pratiques réalisables.*

— *Les chapitres suivants, consacrés aux machines, seront orientés vers des cas d'utilisation, tels qu'ils se présentent dans l'industrie.*
Le choix de ces exercices a été dicté par le souci de mettre en relief les propriétés des machines et leur domaine d'utilisation.

— *Nous avons insisté sur les caractéristiques des machines à courant continu qui connaissent actuellement un renouveau avec les servo-mécanismes.*

Enfin nous nous permettons un dernier conseil sur la manière rationnelle de résoudre un problème.

Il est indispensable de commencer par lire et assimiler l'énoncé le plus complètement possible.

Ensuite il faut s'expliquer qualitativement les phénomènes en jeu.

Le problème est alors à moitié résolu. Il ne reste plus qu'à le mettre en équation et à mener les calculs à leur terme, sans erreur. Il sera alors prudent de vérifier l'homogénéité des formules.

A cet égard, pour faciliter le travail de tous ceux qui nous liront, nous avons traité chaque problème, d'abord selon l'ancienne méthode, c'est-à-dire, soit dans le système CGS, soit dans le système pratique. Puis à la fin, nous l'avons résolu dans le système MKSA rationalisé.

Ce dernier système adopté par la X^e Conférence Internationale des Poids et Mesures en 1954, sera obligatoire en France, à partir du 1^er janvier 1962, en application du décret 61-501 du 3 mai 1961.

Le lecteur pourra se reporter au chapitre 20 sur les unités du Tome 1 et à l'appendice du présent ouvrage pour faire la liaison.

Mars 1962.

CHAPITRE I

ÉLECTROCINÉTIQUE

L'Électrocinétique est l'un des éléments de base, au même titre que l'électromagnétisme, nécessaire pour résoudre la plupart des problèmes d'électricité.

Ce chapitre ne comprend pas de subtilités de raisonnement ou de difficultés d'application, mais ses lois et leurs limites de validité doivent être parfaitement connues.

Les exercices proposés, ont été choisis avec le souci d'appliquer les lois de l'électrocinétique aussi bien dans leur domaine général que dans les cas limites, afin d'amener à discuter le résultat obtenu.

Nous avons orienté les problèmes traités vers une application pratique telle que l'on en rencontre constamment dans l'industrie.

COULOMB - Charles, Augustin (1736-1806)

Coulomb est né à Angoulême en 1736 d'une famille de magistrats. Il entra tôt au service du Génie et fut envoyé à La Martinique où sa santé fut altérée par le climat.

En 1776, il avait adressé un mémoire à l'Académie sur la statique des voûtes et lors d'un séjour à Paris, il se lia avec les savants.

Envoyé à Rochefort en 1779, il y composa un mémoire sur la théorie des machines simples.

Après avoir été reçu à l'Académie des Sciences, Coulomb fut nommé en 1784 Intendant des Eaux et Fontaines de France.

Après avoir reçu de nombreux honneurs, la Révolution arriva et Coulomb préféra donner sa démission.

Il se consacra alors à des travaux personnels et importants sur diverses questions de mécanique, sur le frottement, sur le magnétisme et l'électricité.

Il fut nommé membre de l'Institut dès sa création.

Il mourut le 23 août 1806.

PROBLÈME n° 1

Deux accumulateurs de capacités C_1 et C_2 différentes ayant la même résistance interne r débitent en parallèle sur une résistance externe R.

On se propose d'intercaler une résistance additionnelle ρ avec l'un d'eux pour que les 2 accumulateurs se déchargent dans le même temps (fig. 1).

Quelle valeur doit-on donner à ρ, et sa valeur convient-elle, quelle que soit la valeur de la résistance externe R ?

***

a) La capacité des 2 accumulateurs répond aux relations

$$C_1 = I_1 T$$
$$C_2 = I_2 T$$

en désignant par :

T le temps de décharge,
I_1, I_2 les courants moyens de décharge.

b) Ceux-ci peuvent être déterminés en fonction de leurs pertes de charge, soit :

$$I_1 = \frac{e - U}{r + \rho}$$

$$I_2 = \frac{e - U}{r}$$

Divisons membre à membre ces 2 équations, il vient

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r}{r + \rho} = \frac{C_1}{C_2}$$

c) Nous pouvons encore écrire cette relation sous la forme :

$$\frac{}{\rho} = \frac{C_1}{C_2 - C_1}$$

soit finalement

$$\rho = r\,\frac{C_2 - C_1}{C_1}$$

expression indépendante de R.

Le rôle de ρ est de limiter le courant débité par la batterie ayant la plus faible capacité C_1 ; mais le rendement est alors affecté par les pertes Joule dans la résistance additionnelle.

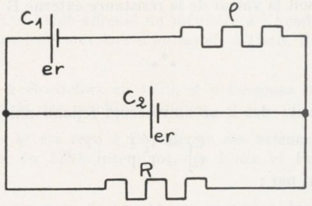

Fig. 1

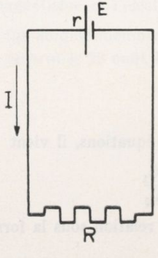

Fig. 2

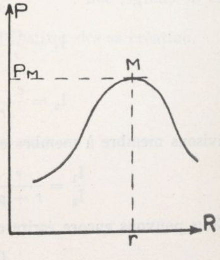

Fig. 3

PROBLÈME n° 2

On considère une pile de force électromotrice $E = 2\ V$ et de résistance interne $r = 0{,}1\ \Omega$ débitant sur un circuit extérieur de résistance R.

Pour quelle valeur de R, la puissance débitée par la pile sera-t-elle maximale ?

* * *

a) La tension aux bornes de la pile est (fig. 2)

$$U = RI = \frac{R}{R + r} E$$

puisque le courant débité est

$$I = \frac{E}{R + r}$$

b) La puissance débitée par la pile est :

$$P = \frac{R}{(R + r)^2} E^2$$

La figure 3 donne la courbe représentative de la puissance en fonction de R.

La dérivée

$$\frac{dP}{dR} = \frac{E^2 (r - R)}{(R + r)^3}$$

s'annule pour

$$r = R$$

donc, P est maximale lorsque la résistance externe est égale à la résistance interne.

Sa valeur est alors :

$$P_M = \frac{E^2}{4r} = \frac{\overline{2}^2}{4 \times 0{,}1} = 10\ W$$

avec un courant

$$I = \frac{2}{2 \times 0{,}1} = 10\ A$$

Cette valeur peut être incompatible avec les possibilités de la pile.

c) Calculons, à titre indicatif, le rendement correspondant :

$$\eta = \frac{U}{E} = \frac{R}{R + r} = 0,5$$

Il est de 50 % quelles que soient les caractéristiques du circuit.

PROBLÈME n° 3

Si, dans le problème n° 2, nous supposons que nous disposions de p éléments de piles identiques, comment faut-il les grouper pour que la puissance débitée soit maximale ?

***

a) Couplons les p éléments de piles en n groupes de m éléments en série.

Nous aurons évidemment : $p = n \times m$

La résistance équivalente sera :

$$r' = \frac{m \cdot r}{n} = r\,\frac{m^2}{p}$$

La force électromotrice du groupement sera :

$$E' = m \times E$$

Le courant débité sera :

$$I = \frac{mE}{R + \dfrac{rm^2}{p}}$$

b) La puissance débitée sera :

$$P = RI^2 = \frac{p^2\, m^2\, E^2\, R}{(pR + m^2\, r)^2}$$

dont la valeur maximale aura lieu pour

$$R = \frac{m^2}{p} r = r'$$

Nous retrouvons le résultat précédent qui était évident à priori.

Il faut encore que la résistance externe R soit égale à la résistance du générateur équivalent au groupement.

PROBLÈME n° 4

On considère 2 résistances de valeurs R_1 et R_2 à 0° et dont les coefficients de température sont α_1 et α_2.

Est-il possible d'obtenir par couplage en série ou en parallèle des 2 résistances, un ensemble ayant une résistance indépendante de la température ?

*
* *

a) Considérons la valeur des 2 résistances aux températures θ_1 et θ_2

$$R_1(\theta_1) = R_1(1 + \alpha_1 \theta_1)$$
$$R_1(\theta_2) = R_1(1 + \alpha_1 \theta_2)$$
$$R_2(\theta_1) = R_2(1 + \alpha_2 \theta_1)$$
$$R_2(\theta_2) = R_2(1 + \alpha_2 \theta_2)$$

b) Dans le couplage en série, désignons par R_s la résistance équivalente. Calculons sa valeur aux températures θ_1 et θ_2 et écrivons l'égalité

$$R_s(\theta_1) = R_1(1 + \alpha_1 \theta_1) + R_2(1 + \alpha_2 \theta_1)$$
$$R_s(\theta_2) = R_1(1 + \alpha_1 \theta_2) + R_2(1 + \alpha_2 \theta_2)$$

L'égalité $R_s(\theta_1) = R_s(\theta_2)$ conduit à la relation :

$$\frac{R_1}{R_2} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

indépendante de la température θ.

En outre, le rapport des résistances doit être égal à l'inverse du rapport des coefficients de température et ceux-ci doivent être de signe contraire, ce qui signifie que l'une des résistances augmente avec θ, alors que l'autre diminue.

Ce résultat est intuitif, puisque l'on désire réaliser une compensation entre les variations de R_1 et de R_2.

c) Examinons maintenant le cas du couplage en parallèle des résistances.

La résistance équivalente sera pour les températures θ_1 et θ_2

$$R_p(\theta_1) = \frac{R_1(\theta_1) \times R_2(\theta_1)}{R_1(\theta_1) + R_2(\theta_1)}$$

$$R_p(\theta_2) = \frac{R_1(\theta_2) \cdot R_2(\theta_2)}{R_1(\theta_2) + R_2(\theta_2)}$$

En égalant ces 2 valeurs, nous obtenons

$$\frac{R_1 R_2 (1 + \alpha_1 \theta_1)(1 + \alpha_2 \theta_1)}{R_1(1 + \alpha_1 \theta_1) + R_2(1 + \alpha_2 \theta_1)} = \frac{R_1 R_2 (1 + \alpha_1 \theta_2)(1 + \alpha_2 \theta_2)}{R_1(1 + \alpha_1 \theta_2) + R_2(1 + \alpha_2 \theta_2)}$$

et après simplification, la relation :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\alpha_1 (1 + \alpha_2 \theta_1)(1 + \alpha_2 \theta_2)}{\alpha_2 (1 + \alpha_1 \theta_1)(1 + \alpha_1 \theta_2)}$$

Cette équation montre qu'il n'est pas possible d'obtenir une résistance R_p indépendante de la température.

Il est possible d'avoir

$$R_p(\theta_1) = R_p(\theta_2)$$

mais l'égalité n'est plus valable pour des températures différentes de θ_1 et θ_2.

PROBLÈME n° 5

Pour contrôler l'allumage des feux de position d'un véhicule automobile, on emploie couramment le montage de la figure 4.

Les 2 feux de position B et C sont constitués par 1 ampoule de 24 W et le témoin D par une ampoule de 6 W.

Indiquez le fonctionnement du schéma en supposant que la tension de la batterie A est 12 V et que la résistance électrique des lampes B, C, D peut-être considérée comme constante quelle que soit la tension à leurs bornes.

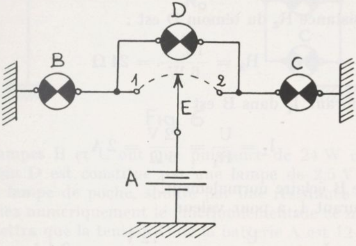

Fig. 4

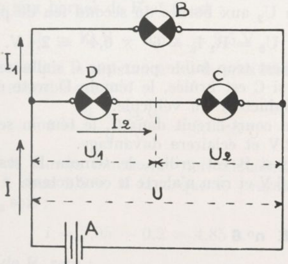

Fig. 5

a) Supposons le commutateur E placé sur la position 1. Nous avons le schéma équivalent représenté par la figure 5.

La résistance R_1 d'une lampe de 24 W (B ou C) est :

$$R_1 = \frac{U^2}{W} = \frac{\overline{12}^2\ V}{24\ W} = 6\ \Omega$$

La résistance R_2 du témoin D est :

$$R_2 = \frac{\overline{12}^2\ V}{6\ W} = 24\ \Omega$$

b) Le courant I_1 dans B est :

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12\ V}{6\ \Omega} = 2\ A$$

la lampe B éclaire normalement.

Le courant I_2 a pour valeur :

$$I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{12\ V}{(6 + 24)\ \Omega} = 0{,}4\ A$$

c) La tension U_1 aux bornes de D est :

$$U_1 = R_2\, I_2 = 24^{\Omega} \times 0{,}4^{A} = 9{,}6\ V$$

valeur assez voisine de 12 V pour que le témoin D éclaire

La tension U_2 aux bornes du second feu de position est :

$$U_2 = R_1\, I_2 = 6^{\Omega} \times 0{,}4^{A} = 2{,}4\ V.$$

cette tension est trop faible pour que C s'allume.

En outre, si C est brûlée, le témoin D reste éteint, avertissant le conducteur du véhicule.

S'il y a un court-circuit dans C, le témoin sera alimenté sous U = 12 V et éclairera davantage.

Par contre si B est grillée, le témoin D reste alimenté sous U_1 = 9,6 V et rien n'alerte le conducteur.

PROBLÈME n° 6

Pour contrôler l'allumage des feux arrière B et C d'un véhicule automobile, on utilise couramment le montage représenté par la figure 6.

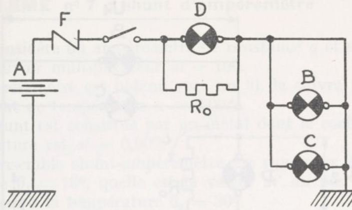

Fig. 6

Les lampes B et C ont une puissance de 24 W chacune. Le témoin D est constitué par une lampe de 2,5 V - 0,2 A, du type lampe de poche, shunté par une résistance R_0.

Justifiez numériquement le fonctionnement de ce montage. On admettra que la tension U de la batterie A est 12 V.

***

a) L'interrupteur étant fermé, le montage équivalent est celui de la figure 7.

La tension aux bornes de B et C est :

$$U_1 = 12\text{ V} - 2{,}5\text{ V} = 9{,}5\text{ V}$$

En admettant que la résistance des lampes reste constante, le courant I absorbé est :

$$I = \frac{2 \times 24\text{ W}}{9{,}5\text{ V}} = 5{,}05\text{ A}$$

b) Pour que le témoin fonctionne normalement, c'est-à-dire absorbe 0,2 A sous 2,5 V, il faut que le courant i dans la résistance R_0 soit :

$$i = 5{,}05 - 0{,}2 = 4{,}85\text{ A}$$

La valeur de R_0 sera :

$$R_0 = \frac{U_2}{i} = \frac{2{,}5\text{ V}}{4{,}85\text{ A}} = 0{,}515\ \Omega$$

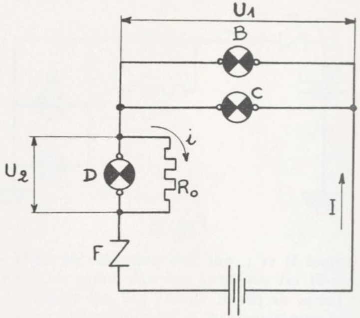

Fig. 7

et la puissance à dissiper sera :

$$W_R = U_2\, i = R_0\, i^2 = 2{,}5\ ^V \times 4{,}85\ ^A = 12{,}1\ W$$

c) Le fonctionnement du montage est alors le suivant :

1. B et C étant allumés, D éclaire normalement.

2. Les 2 lampes B et C restant éteintes, D ne s'allume pas.

3. Une seule des 2 lampes B ou C est allumée, le courant I est sensiblement 2 fois plus faible. La tension aux bornes du shunt n'est plus que de l'ordre de $\frac{U_2}{2}$ et D éclaire moins.

4. S'il y a un court-circuit dans B — C, ou les fils d'alimentation, I croît ainsi que la tension U_2 et le témoin grille.

En résumé, tout fonctionnement défectueux alerte le conducteur du véhicule par l'intermédiaire de D.

PROBLÈME nº 7 : shunt d'ampèremètre

On considère un ampèremètre de résistance g et son shunt s de pouvoir multiplicateur $m = 100$.

L'ampèremètre est bobiné avec un fil de cuivre ayant un coefficient de température $\alpha = 0{,}004$.

Le shunt est constitué par un métal dont le coefficient de température est $\alpha' = 0{,}002$.

Si l'ensemble shunt-ampèremètre est rigoureux à la température $\theta_1 = 10^o$, quelle est la valeur m' du pouvoir multiplicateur à la température $\theta_2 = 30^o$.

***

a) Nous avons déterminé (voir tome I, page 45) la valeur de la résistance s du shunt en fonction du pouvoir multiplicateur :

$$g = s\,(m - 1) \qquad (1)$$

b) En appelant g_0 et s_0 les valeurs de g et de s à 0^o et g_1 et s_1 à $\theta_1{}^o$, nous avons les relations classiques à la température θ_2

$$g_2 = g_0\,(1 + \alpha\,\theta_2) = g_1\,\frac{1 + \alpha\,\theta_2}{1 + \alpha\,\theta_1}$$

$$s_2 = s_1\,\frac{1 + \alpha'\,\theta_2}{1 + \alpha'\,\theta_1}$$

c) Nous pouvons alors écrire l'équation (1) sous la forme :

$$\frac{g_1}{s_1} = m - 1$$

$$\frac{g_2}{s_2} = m' - 1 = (m - 1)\,\frac{(1 + \alpha\,\theta_2)\,(1 + \alpha'\,\theta_1)}{(1 + \alpha\,\theta_1)\,(1 + \alpha'\,\theta_2)}$$

d) Passons à l'application numérique :

$$m' - 1 = (100 - 1)\,\frac{\left(1 + \dfrac{4 \times 30}{1\,000}\right)\left(1 + \dfrac{2 \times 10}{1\,000}\right)}{\left(1 + \dfrac{4 \times 10}{1\,000}\right)\left(1 + \dfrac{2 \times 30}{1\,000}\right)}$$

$$= 1{,}036 \times 99 = 102{,}564$$

soit

$$m' = 103{,}564$$

L'erreur introduite par la différence des coefficients de température est de 3,5 %.

C'est pour cette raison que les constructeurs d'appareils de mesure réalisent le bobinage de l'ampèremètre aussi peu résistant que possible et branchent en série une résistance de tarage dont le coefficient de température est pratiquement nul.

PROBLÈME n° 8

Pour mesurer la puissance absorbée par un récepteur X à courant continu, on utilise un ampèremètre et un voltmètre dans les conditions suivantes :

1) On branche un ampèremètre A de résistance $a = 0{,}001\ \Omega$ parcourant toute sa graduation lorsqu'il est parcouru par un courant $i = 0{,}01$ A.

Quel shunt doit-on utiliser pour mesurer I = 100 A ?

2) On branche un voltmètre V parcourant toute sa graduation pour U = 100 V. Quelle résistance r doit-on lui adjoindre pour mesurer U = 220 V, la résistance propre de l'appareil étant V = 50 000 Ω.

3) Quelle erreur commet-on sur la mesure de la puissance P en effectuant la mesure U · I avec le montage de la figure 8 ?

***

a) En ne considérant que le montage de l'ampèremètre et de son shunt, nous avons établi que pour un pouvoir multiplicateur m, le shunt doit avoir une résistance $s = \dfrac{a}{m-1}$

Dans notre cas particulier

$$m = \frac{100\ \text{A}}{0{,}01\ \text{A}} = 10\,000$$

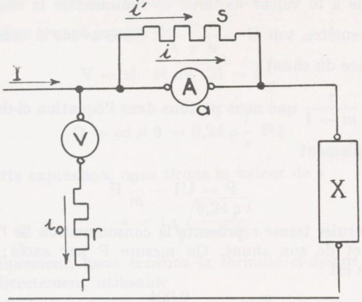

Fig. 8

Il en résulte

$$s = \frac{0,001}{9999} = 10^{-7}\ \Omega$$

b) Lorsque le voltmètre de résistance V est employé seul, nous avons

$$V\, i_0 = 100\ \mathrm{V}$$

Avec la résistance additionnelle, pour avoir la déviation totale pour 220 V il faut que l'appareil soit encore traversé par i_0 soit

$$(V + r)\, i_0 = 220\ \mathrm{V}$$

Nous en déduisons

$$\frac{V + r}{V} = \frac{220}{100} = 2,2$$

et la valeur de r est $r = 1,2\ \mathrm{V} = 60\,000\ \mathrm{V}$

c) En évaluant la puissance à partir de la formule $P = U \cdot I$, nous commettons une erreur systématique sur la mesure de la tension, I étant exact. La tension aux bornes du récepteur est égale à la valeur mesurée U diminuée de la chute dans l'ampèremètre, soit $U - \frac{a-s}{a+s}$ I. Nous avons la valeur de la résistance du shunt :

$s = \frac{a}{m-1}$ que nous portons dans l'équation ci-dessus, soit finalement

$$P = UI - \frac{a}{m} I^2$$

Le dernier terme représente la consommation de l'ampèremètre et de son shunt. On mesure P par excès; l'erreur absolue est :

$$\Delta P = -\frac{a}{m} I^2 = -\frac{0{,}001}{10\,000} (100)^2 = -0{,}001 \text{ W}$$

d) L'erreur systématique est négligeable; cela ne signifie pas que la mesure soit satisfaisante, car les erreurs d'étalonnage et de lecture de chacun des 2 appareils s'ajoutent.

PROBLÈME n° 9 : rhéostat de démarrage

On désire construire une série de rhéostats de démarrage en maillechort ayant une densité $d = 8$, une résistivité $\rho = 0{,}3\ \Omega \frac{mm^2}{m}$ une chaleur spécifique $c = 0{,}1$

Déterminer la section du fil en fonction de la durée t du démarrage et de l'élévation θ de température admise en supposant que pendant la durée du démarrage il n'y a pas de dissipation de chaleur.

***

a) L'hypothèse de la dissipation négligeable revient à admettre que toute la chaleur dissipée sert à élever la température du fil. Nous pouvons alors écrire la relation bien connue

$$Q = cd\, V\, \theta = 0{,}24\, RI^2\, t$$

ou encore en tenant compte de

$$V = sl \quad \text{et de} \quad R = \rho\, \frac{l}{s}$$

$$Q = cd\, sl\, \theta = 0{,}24\, \rho\, \frac{l}{s}\, I^2\, t$$

De cette expression, nous tirons la valeur de s

$$s = I \sqrt{\frac{0{,}24\, \rho\, t}{c\, d\, \theta}}$$

b) Pratiquement, nous écrirons la formule ci-dessus sous la forme directement utilisable

$$s = KI \sqrt{\frac{t}{\theta}}$$

en définissant le coefficient K caractéristique du métal

$$K = \sqrt{\frac{0{,}24\, \rho}{c \times d}}$$

c) Ce coefficient n'est pas un nombre pur; nous devons rechercher ses dimensions et choisir les unités.

En exprimant I en ampère, t en seconde, θ en degré, ρ en $\mu\Omega cm^2/cm$, c en calorie par gramme et par degré, d en kg/dm^3, pour obtenir s en mm^2, nous devons avoir

$$K = 0{,}049 \sqrt{\frac{\rho\ \mu\Omega\ cm^2/cm}{c \times d}} = 0{,}049 \sqrt{\frac{30}{0{,}1 \times 8}} = 0{,}3$$

d) Nous aurons finalement la formule

$$s\,mm^2 = 0{,}3\; I \sqrt{\frac{t}{\theta}}$$

Par exemple, si nous voulons réaliser un rhéostat pour un moteur dont le courant de démarrage peut être supposé constant et égal à 100 A pendant 10 secondes, en imposant une élévation de température du fil limitée à 250°, nous devrons employer un fil de maillechort de section

$$s = 0{,}3 \times 100 \sqrt{\frac{10}{250}} = 6 \text{ mm}^2$$

PROBLÈME n° 10 : calcul d'un radiateur

On désire construire un radiateur étanche constitué par un tube de fer, de diamètre D = 40 mm fermé à ses 2 extrémités, de longueur L = 1 m et renfermant à l'intérieur une résistance en fil de maillechort de résistivité $\rho = 22\ \mu\Omega$ cm²/cm.

On désire que pour une température ambiante $\theta_1 = 20°$, le tube soit porté à $\theta_2 = 100°$ et la résistance à $\theta_3 = 120°$.

Le radiateur étant alimenté sous une tension de 220 V et en admettant un coefficient de Newton $k = 0{,}000\,4$ calorie par cm², par degré et par seconde, identique pour le tube de fer et pour le fil de maillechort, calculer :

1) la puissance du radiateur;

2) les caractéristiques à donner à la résistance.

*
**

a) La puissance du radiateur est imposée par la température du corps chaud que l'on s'est fixé.

En effet lorsqu'il y a équilibre thermique, nous savons (loi de Newton) que la quantité de chaleur rayonnée par le tube de fer est égale à la quantité de chaleur apportée par le courant électrique.

Nous écrirons

$$0{,}24\ \mathrm{P} = k\, s\, (\theta_2 - \theta_1)$$

P étant la puissance dissipée,

s la surface de rayonnement, soit, en négligeant les 2 extrémités du tube, $s = \pi\, \mathrm{D}\, \mathrm{L}$

Nous en déduisons la puissance du radiateur

$$P = \frac{k\pi DL\,(\theta_2 - \theta_1)}{0{,}24} = \frac{0{,}000\,4 \times \pi \times 4 \times 100\,(100 - 20)}{0{,}24}$$

$$= 167{,}5 \text{ W/m}$$

Cette valeur est faible, compte tenu que θ_2 n'est que 100°

b) L'intensité absorbée par le radiateur sera

$$I = \frac{P}{U} = \frac{167{,}5}{220} = 0{,}76 \text{ A}$$

c) Pour déterminer la résistance, nous appliquerons encore la loi de Newton sous la forme

$$Q = 0{,}24\,RI^2 = ks_1\,\theta_3$$

Remplaçons R par sa valeur

$$R = \rho\frac{l}{s_2} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$$

et s_1 par πdl
en appelant *d*, le diamètre du fil de maillechort et *l* sa longueur.

L'expression se simplifie alors et permet de déterminer le diamètre du fil :

$$d = \sqrt[3]{\frac{0{,}96}{\pi^2}\,\frac{\rho I^2}{k\theta_3}} = \sqrt{\frac{0{,}96 \times 22 \times 10^{-6} \times \overline{0{,}76}^2}{\pi^2 \times 0{,}000\,4 \times 120}} = 0{,}02974 \text{ cm}$$

soit un fil de diamètre $d = 0{,}3$ mm ayant une section de 0,07 mm².

Notons que la densité de courant correspondante est

$$\Delta = \frac{0{,}74}{0{,}07} = 10{,}5 \text{ A/mm}^2$$

d) La résistance chauffante aura une valeur

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220}{0{,}76} = 290\ \Omega$$

Nous pouvons écrire $R = \rho\frac{l}{s}$, d'où nous déduisons

$$l = \frac{\mathrm{R}s}{\rho} = \frac{\pi d^2\,\mathrm{R}}{4\rho} = \frac{290 \times \pi \times \overline{0{,}03}^2}{4 \times 22 \times 10^{-6}} = 9\,300 \text{ cm soit } 93 \text{ m}$$

e) Cette longueur de fil sera constituée par un boudin enroulé sur un support réfractaire tel que la stéatite.

Dans ces conditions, la loi de Newton ne s'applique qu'avec un coefficient de correction fixant une température fictive équivalente déterminée par la pratique. Dans notre exemple, nous prendrions

$$\theta'_3 = 0{,}6\ \theta_3$$

f) Enfin la connaissance du coefficient de Newton est assez peu précise et les constructeurs de fils résistants donnent les éléments de calcul des radiateurs sous forme de tableaux indiquant, pour chaque dimension de fil, soit la résistance par mètre en fonction de la température, soit le courant en fonction de la température.

Ces tableaux permettent de déterminer les éléments chauffants tels que radiateur ou rhéostat à 10 % près.

PROBLÈME n° 11

On considère un cube ABCDEFGH dont les arêtes sont constituées par 12 résistances r égales à 2 Ω.

Calculer la résistance offerte par le montage :

1) Entre 2 sommets opposés A-G.

2) Entre 2 sommets consécutifs A-D (figure 9).

***

a) Ce problème comporte plusieurs solutions possibles. Nous proposons au lecteur une méthode logique consistant à aplatir le cube pour obtenir un schéma électriquement équivalent, en choisissant 2 bases ne contenant chacune qu'un des sommets imposés.

On constate que le schéma, ainsi obtenu, présente toujours une symétrie complète qui permet de trouver un groupement équivalent des résistances à partir de la considération des points équipotentiels.

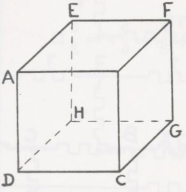

Fig. 9

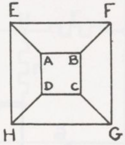

Fig. 10

b) Cherchons la résistance offerte par l'ensemble entre les points A et G. Nous pouvons aplatir le cube en choisissant pour bases ABCD et EFGH ; nous obtenons la figure 10, dont les points BDE d'une part et CFH d'autre part sont au même potentiel.

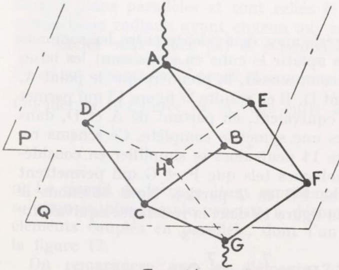

Fig. 11

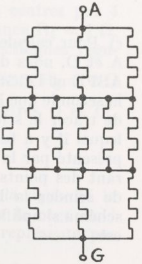

Fig. 12

Remarquons que ces points sont situés dans 2 plans P et Q permettant de tracer la figure 11 et de définir facilement le schéma équivalent de la figure 12 dont la résistance équivalente est

$$R = \frac{r}{3} + \frac{r}{6} + \frac{r}{3} = \frac{5}{6} r = \frac{5}{3} \Omega$$

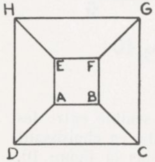

Fig. 13

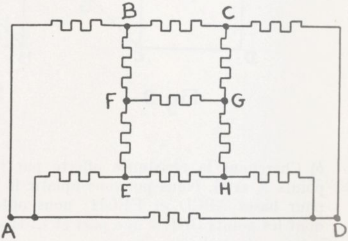

Fig. 14 Schéma équivalent

c) Pour calculer la résistance équivalente entre les sommets A et D, nous devons aplatir le cube en choisissant les bases ABFE et DCGH ne comprenant, la première que le point A, la seconde que le point D. Il en résulte la figure 13 qui permet de tracer le schéma équivalent, en partant de A et D, dans lequel il y a toujours une symétrie complète. Ce schéma représenté par la figure 14 peut alors se simplifier en considérant des points homologues tels que F et G qui permettent de scinder la branche FG en 2 parties. Nous obtenons le schéma simplifié de la figure 15 dont la résistance équivalente est

$$R = \frac{7}{12} r = \frac{7}{6} \Omega$$

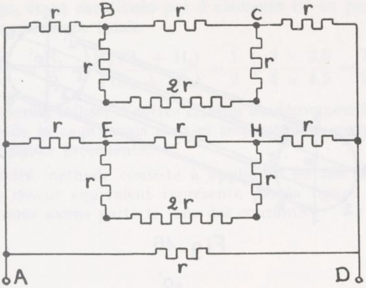

Fig. 15 Schéma simplifié.

PROBLÈME n° 12

Une cage est constituée par 2 conducteurs circulaires égaux ayant une résistance $R_0 = 0{,}5\ \Omega$ par élément d'un huitième de circonférence. Ces 2 cercles ayant même axe sont situés dans 2 plans parallèles et sont reliés à leurs centres par 4 conducteurs radiaux ayant chacun une résistance $R_1 = 1\ \Omega$. Les cercles sont reliés par 8 conducteurs rectilignes régulièrement espacés de $\frac{2\pi}{8}$ ayant chacun une résistance $R_2 = 2\ \Omega$. Calculer la résistance de la cage entre les centres O et O′.

***

a) Le circuit de la cage étant représenté par la figure 16 la solution la plus simple consiste à décomposer la cage en 4 éléments couplés en parallèle, dont l'un est représenté par la figure 17.

On remarquera que les éléments 2-2′ et 8-8′ ont une résistance $2R_2$ puisqu'après mise en parallèle avec l'élément

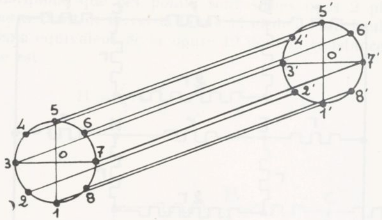

Fig. 16

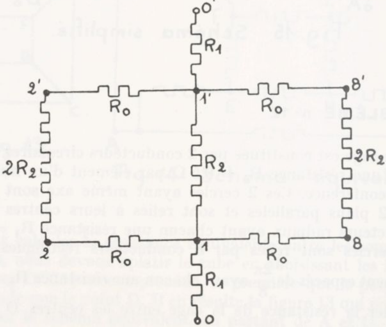

Fig. 17 Element de décomposition.

voisin, nous devrons avoir une résistance R_2 pour le conducteur 2-2′ ou 8-8′.

La résistance d'un élément est alors

$$R' = 2R_1 + \frac{R_2(R_0 + R_2)}{R_0 + 2R_2}$$

La cage, étant constituée par 4 éléments R′ en parallèle, aura une résistance totale

$$\mathrm{R} = \frac{\mathrm{R}'}{4} = \frac{\mathrm{R}_1}{2} + \frac{\mathrm{R}_2\,(\mathrm{R}_0 + \mathrm{R}_2)}{4\,(\mathrm{R}_0 + 2\mathrm{R}_2)} = \frac{1}{2} + \frac{2 \times 2{,}5}{4 \times 4{,}5} = \frac{7}{9}\,\Omega$$

b) On pourrait utiliser d'autres critères de décomposition des éléments de la cage ; mais ceux-ci seraient plus compliqués que la solution précédente.

Une autre méthode consiste à appliquer les lois de Kirchoff au circuit équivalent représenté par la figure 18 sur laquelle nous avons porté le sens des courants.

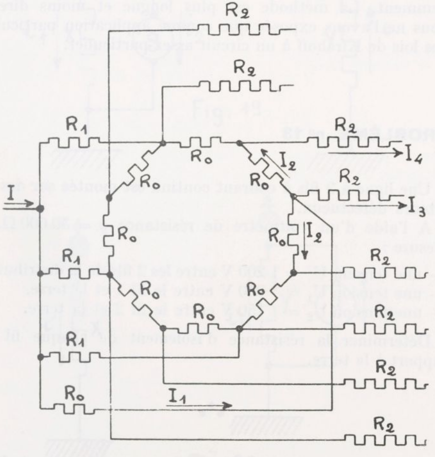

Fig. 18

En tenant compte des symétries, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} I = 4I_1 \\ I_1 = I_3 + 2I_2 \\ I_4 = 2I_2 \\ RI_3 - 2R_0\, I_2 - R_2\, I_4 = 0 \\ U = 2R_1\, I_1 + R_2\, I_3 \end{cases}$$

La résolution de ce système de 5 équations donne finalement

$$U = I\left[\frac{R_1}{2} + \frac{R_2\,(R_0 + R_2)}{4\,(R_0 + 2R_2)}\right] = RI$$

Nous retrouvons bien pour R la valeur obtenue précédemment. La méthode est plus longue et moins directe; nous ne l'avons exposée que comme application particulière des lois de Kirchoff à un circuit assez particulier.

PROBLÈME n° 13

Une ligne à 2 fils à courant continu est montée sur des isolateurs défectueux.

A l'aide d'un voltmètre de résistance $g = 30\,000\ \Omega$, on mesure :

— une tension $U = 1\,200$ V entre les 2 fils de la distribution.
— une tension $U_1 = 900$ V entre le fil 1 et la terre.
— une tension $U_2 = 150$ V entre le fil 2 et la terre.

Déterminer la résistance d'isolement de chaque fil par rapport à la terre.

***

a) Désignons par X et Y les résistances d'isolement des 2 fils de ligne.

Dans l'essai entre le fil 1 et la terre, nous avons (fig. 19) le courant dans Y

$$i = \frac{U}{Y + \dfrac{gX}{g + X}}$$

en appelant U la tension entre fils de distribution, mesurée lors du premier essai :

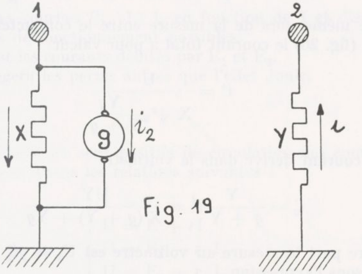

Fig. 19

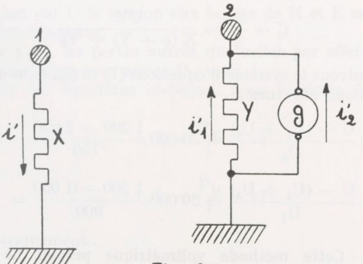

Fig. 20

Le courant i_2 dérivé dans le voltmètre est

$$i_2 = i \frac{X}{X + g} = \frac{XU}{Y(X + g) + gX}$$

Mais nous avons mesuré une tension $U_1 = gi_2$. A partir de ces 2 équations, nous pouvons écrire

$$i_2 = \frac{U_1}{g} = \frac{XU}{Y(X + g) + gX} \tag{1}$$

b) De même, lors de la mesure entre le conducteur 2 et la terre, (fig. 20) le courant total a pour valeur

$$i' = \frac{U}{X + \frac{Yg}{Y + g}}$$

et le courant dérivé dans le voltmètre

$$i'_2 = \frac{Y}{g + Y} i' = \frac{UY}{X(g + Y) + Yg}$$

d'autre part la mesure au voltmètre est $U_2 = gi'_2$ d'où nous déduisons l'expression

$$i'_2 = \frac{U_2}{g} = \frac{UY}{X(g + Y) + Yg} \tag{2}$$

c) Résolvons le système d'équations (1) et (2), nous obtenons, tous calculs effectués :

$$X = g \frac{U - (U_1 + U_2)}{U_2} = 30\,000 \frac{1\,200 - 1\,050}{150} = 30\,000\ \Omega$$

$$Y = g \frac{U - (U_1 + U_2)}{U_1} = 30\,000 \frac{1\,200 - 1\,050}{900} = 5\,000\ \Omega$$

N.B. — Cette méthode voltmétrique permet de vérifier l'isolement d'une distribution à courant continu *en fonctionnement*.

PROBLÈME n° 14

Les bornes AB d'un électro-générateur M de résistance interne $r = 2\,\Omega$ fonctionnant en moteur sont reliées à 2 batteries :

l'une $E_1 = 100$ V de résistance $r_1 = 4\,\Omega$,
l'autre $E_2 = 50$ V de résistance $r_2 = 2\,\Omega$.

Etablir la relation qui exprime la puissance P_M transformée par M en puissance mécanique en fonction du courant I traversant M.

Tracer les courbes P_M, I_1, I_2 en fonction de I et discuter les régimes de fonctionnement possibles.

I_1, I_2 sont les courants débités par E_1 et E_2.

On négligera les pertes autres que l'effet Joule.

***

a) Ayant choisi les sens positifs de circulation des courants (fig. 21) nous avons les relations suivantes :

$$\left\{\begin{array}{l} I = I_1 + I_2 \\ U = E + rI \\ U = E_1 - r_1 I_1 \\ U = E_2 - r_2 I_2 \end{array}\right.$$

en désignant par U la tension aux bornes de M et E sa force contre-électro-motrice.

D'autre part, les pertes autres que celles par effet Joule étant négligeables, nous avons $P_M = E \cdot I$.

A partir des équations ci-dessus, nous pouvons écrire :

$$\left\{\begin{array}{l} E_1 - r_1 I_1 = \dfrac{P_M}{I} + rI \\[2ex] E_2 - r_2 I_2 = \dfrac{P_M}{I} + rI \end{array}\right.$$

soit numériquement :

$$100 - 4I_1 = \frac{P_M}{I} + 2I \qquad \text{(a)}$$

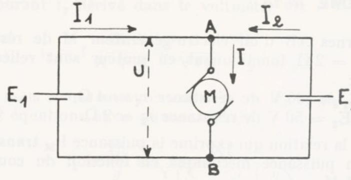

Fig. 21

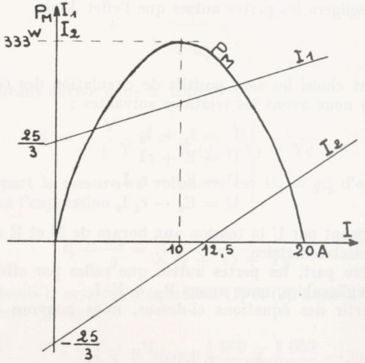

Fig 22

$$50 - 2I_2 = \frac{P_M}{I} + 2I \qquad \text{(b)}$$

En multipliant la 2e équation par 2 (pour faire apparaître la somme $I_1 + I_2$) et en l'additionnant avec la première, nous obtenons

$$10 I^2 - 200 I + 3 P_M = 0 \qquad (c)$$

Cette équation du second degré donne la variation de P_M en fonction de I. C'est un arc de parabole caractérisé par $P_M = 0$ pour $I = 0$ et $I = 20$ A et passant par un maximum $P_M = 333$ W pour $I = 10$ A.

b) Reprenons l'équation (a) pour déterminer I_1

$$I_1 = 25 - 0{,}5\, I - \frac{P_M}{4\, I}$$

mais la valeur de P_M est donnée par l'équation (c)

$$P_M = \frac{200\, I - 10\, I^2}{3}$$

en portant cette valeur dans l'équation de I_1, nous obtenons :

$$I_1 = \frac{I + 25}{3}$$

En procédant de la même manière pour I_2, nous obtenons :

$$I_2 = \frac{2\, I - 25}{3}$$

c) Reportons ces résultats sur la figure 22 et discutons les résultats.

1. Pour $I = 0$ et compte tenu des sens positifs admis à l'origine, le générateur E_1 débite un courant $I_1 = + \frac{25}{3}$ qui parcourt entièrement E_2.

Ce courant est donné par l'expression

$$E_1 - E_2 = (r_1 + r_2)\, I_1$$

soit

$$I_1 = \frac{100 - 50}{4 + 2} = \frac{25}{3}$$

2. Ensuite E_1 débite un courant en partie absorbé par E_2 et en partie par M.

Pour $U = E_2$, le courant I_2 est nul.

3. Nous n'envisageons pas les fonctionnements pour $P_M < 0$ car M fonctionne en moteur.

4. La puissance P_M s'annule pour un courant I tel que

$$U = rI = 2\,I$$

car à ce moment là $E = 0$

On vérifierait facilement que cette condition est réalisée pour $I = 20$ A correspondant à $U = 40$ V.

NOUVELLE BIBLIOTHÈQUE PROFESSIONNELLE

TRAITÉ PRATIQUE DE DÉCORATION CÉRAMIQUE.	**Alaurent**
TECHNOLOGIE PROFESSIONNELLE, MÉCANICIENS.	**Baron**
TECHNOLOGIE DE SPÉCIALITÉ. - Classe de seconde.	**Bonnamy-Dousset Enselme-Pichet**
LE TAPISSIER-DÉCORATEUR	**Bassereau**
OPTICIEN-LUNETIER	**Bastian, Roux, Lentz**
CHARBONNIER	**Chambon**
SCULPTURE SUR BOIS	**Chevalier**
PEINTRE EN DÉCORS	**Derval, Guilvert**
ÉLECTRICITÉ AUTOMOBILE	**Couderc**
LA VANNERIE	**Duchesne, Thomas, Ferrand**
PLOMBERIE	**Ducros**
COUVERTURE	**Ducros**
TECHNOLOGIE PROFESSIONNELLE, AJUSTEURS ..	**Dousset, Bonnamy**
TECHNOLOGIE PROFESSIONNELLE, FRAISEURS...	**Enselme, Bonnamy**
TECHNOLOGIE CÉRAMIQUE (faïences, porcelaines).	**Haussonne**
CHARPENTE MÉTALLIQUE (2 vol.)	**Labarraque**
MANUEL DU CARRELEUR ET MOSAISTE	**Labarraque**
EXERCICES PROGRESSIFS DE DESSIN INDUSTRIEL NORMALISÉ (3 fascicules)	**Labarraque**
TISSAGE. — Tome III (Textes et Atlas)	**Labriffe**
COMPOSITION TYPOGRAPHIQUE	**Leduc**
EXÉCUTION DES MAÇONNERIES	**Le Covec**
CONSERVATION INDUSTRIELLE DES FRUITS....	**Leraillez**
CONSERVATION INDUSTRIELLE DES LÉGUMES..	**Leraillez**
DICTIONNAIRE DE L'ÉLECTRICIEN-PRATICIEN..	**Marec**
MONTEUR ÉLECTRICIEN	**Marec**
AIDE-MÉMOIRE DE L'ÉLECTRICIEN	**Mallet-Marec**
PRÉCIS D'ÉLECTRICITÉ (T. I, II et III)	**Mathivet**
MANUEL DU FRIGORISTE (I et II)	**Mironneau**
LE TANNEUR ET LE MÉGISSIER	**Paillard**
LE DESSIN DU MENUISIER	**Petit**
MANUEL DE L'ÉBÉNISTE	**Petit**
TECHNOLOGIE PROFESSIONNELLE, TOURNEURS..	**Pichet, Bonnamy**
TECHNOLOGIE CÉRAMIQUE (briques, etc.)	**Pinette**
INDUSTRIE PAPETIÈRE	**Porphyre**
MANUEL DU PEINTRE-VITRIER	**Rabate, Le Petit**
MÉCANICIEN DE MARINE	**Thirion**
LA RELIURE	**Wolf-Lefranc et Vermuyse**