

Génie électrique

Cours complet illustré

***IUT – BTS – CPGE (TSI et ATS)
Écoles d'ingénieurs***

***Les grandes fonctions
de la chaîne d'information***

Christophe FRANÇOIS

ellipses

GÉNIE ÉLECTRIQUE

Les grandes fonctions de la chaîne d'information

GÉNIE ÉLECTRIQUE

Les grandes fonctions de la chaîne d'information

Cours complet illustré

IUT, BTS, CPGE (TSI et ATS), écoles d'ingénieurs

Christophe FRANÇOIS

Professeur de chaire supérieure en sciences industrielles de l'ingénieur
en CPGE TSI 1 et TSI 2 au lycée Louis Rascol d'Albi
Ancien élève l'École supérieure d'électricité et de l'École centrale de Nantes



Du même auteur, chez le même éditeur

Génie électrique - Cours complet illustré - Les grandes fonctions de la chaîne d'énergie, 368 pages, 2016

Automatique - Comportement des systèmes asservis - Cours complet illustré - 25 problèmes corrigés, François Christophe, 320 pages, 2014

Mémento de génie électrique - 50 fiches de synthèse - Électronique analogique et numérique, électronique de puissance et électrotechnique, automatique, François Christophe, 160 pages, 2008

Génie électrique - Exercices et problèmes corrigés - Électronique de puissance et Électrotechnique, François Christophe (dir.), Dardevet Romain, Soleilhac Patrick, 384 pages, 2006

Génie électrique - Exercices et problèmes corrigés - Électronique analogique et numérique François Christophe (dir.), Dardevet Romain, Soleilhac Patrick, 384 pages, 2006

ISBN 9782340050235

© Ellipses Édition Marketing S.A., 2016
32, rue Bargue 75740 Paris cedex 15



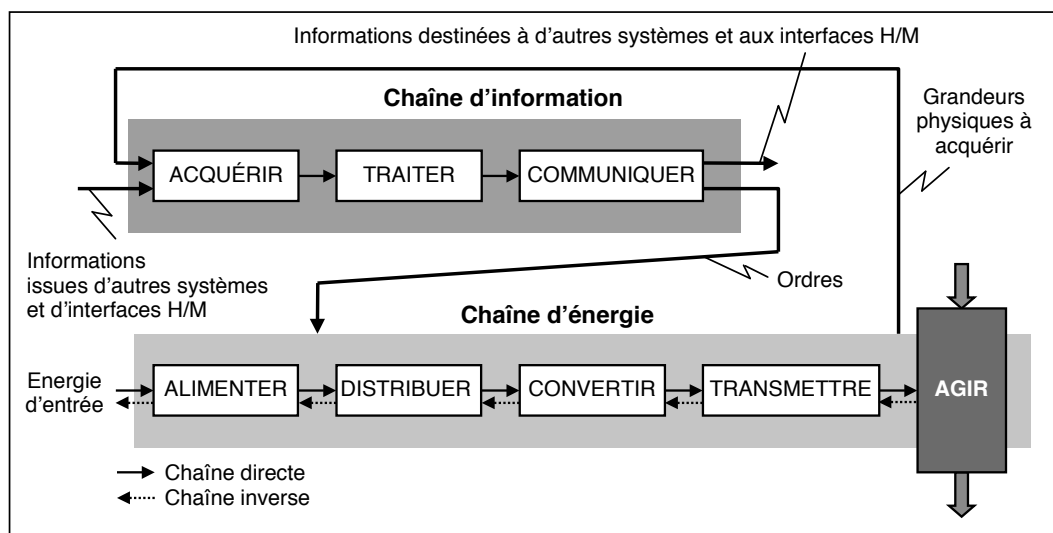
Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Avant propos

L'avènement de l'électricité est sans doute le facteur fondamental de l'évolution technologique du XX^{ème} siècle. Les progrès qui n'ont jamais cessé d'en découler ont modelé le rôle des ingénieurs spécialisés en « Génie Electrique et Automatique ». Ils constituent avec la forte demande du « plus électrique » des acteurs majeurs dans des secteurs aussi variés que les systèmes mécatroniques embarqués, le contrôle commande des systèmes, la production et la distribution de l'énergie, ...

Comme il s'avérait difficile de présenter en un seul ouvrage les connaissances nécessaires à l'exploration de l'ensemble des champs du génie électrique, deux recueils ont été écrits. Celui-ci concerne principalement « **les grandes fonctions de la chaîne d'information** » que l'on retrouve dans l'architecture fonctionnelle générique d'un produit pluritechnique.



Cet ouvrage est le fruit de nombreuses années de travail en classes préparatoires de première et seconde année de Technologie et Sciences Industrielles (TSI) au lycée Louis RASCOL d'ALBI. Il s'adresse aux étudiants de classes préparatoires TSI 1^{ère} et 2^{ème} année bien évidemment, mais d'une façon générale, à tous les étudiants des cursus bac + 1 à bac + 3, classe préparatoire ATS, BTS, IUT, licence EEA et 1^{ère} année d'écoles d'ingénieurs, ainsi que les auditeurs de la formation continue, souhaitant acquérir des bases solides en génie électrique.

C'est un cours complet, illustré de nombreux schémas clairs et précis, destiné à accompagner le travail personnel et la progression de l'étudiant, et à l'aider dans la préparation des concours d'entrée aux écoles d'ingénieurs. Il fait le lien entre les savoirs de l'enseignement secondaire et de l'enseignement supérieur. De nombreuses formulations sont compréhensibles dès la fin d'une terminale ou le début d'un premier cycle ; d'autres dévoileront leur intérêt par la suite.

Un ouvrage d'exercices et de problèmes corrigés en « **Electronique analogique et numérique** » vient compléter ce livre de cours et permettra aux étudiants de se familiariser avec les bases du génie électrique. Enfin, un « **mémento de génie électrique** » synthétise en 50 fiches l'ensemble des connaissances balayées dans ces deux recueils : « **les grandes fonctions de la chaîne d'information** » et « **les grandes fonctions de la chaîne d'énergie** ».

Malgré les efforts de relecture, le long travail de synthèse que représente cet ouvrage laissera inéluctablement apparaître des erreurs. Je m'en excuse d'avance auprès de mes lecteurs et les invite à m'en faire part.

À mon père, qui nous a quittés bien trop tôt.

Christophe FRANÇOIS

Table des matières

1. Outils mathématiques et physiques

| | | |
|---------------------|---|----|
| Chapitre 1 : | Lois et théorèmes généraux en régime continu | 9 |
| Chapitre 2 : | Circuits électriques en régime variable | 16 |
| Chapitre 3 : | Circuits électriques en régime sinusoïdal | 24 |
| Chapitre 4 : | Caractérisation et mesure des signaux électriques périodiques | 31 |

2. Composants de l'électronique

| | | |
|---------------------|--|----|
| Chapitre 5 : | Technologie des composants passifs | 47 |
| Chapitre 6 : | Diodes à jonction | 56 |
| Chapitre 7 : | Transistors bipolaires et MOS en régime de commutation | 64 |

3. Acquisition de l'information

| | | |
|----------------------|--|-----|
| Chapitre 8 : | Généralités sur les capteurs | 77 |
| Chapitre 9 : | Détecteurs de position | 90 |
| Chapitre 10 : | Codeurs | 100 |
| Chapitre 11 : | Capteurs électriques industriels | 115 |

4. Traitement analogique de l'information

| | | |
|----------------------|---|-----|
| Chapitre 12 : | Filtrage analogique | 139 |
| Chapitre 13 : | Amplificateurs linéaires intégrés | 159 |
| Chapitre 14 : | Amplificateurs d'instrumentation | 168 |
| Chapitre 15 : | Fonctions analogiques avancées | 178 |
| Chapitre 16 : | Mise en forme à seuils | 185 |

5. Traitement numérique de l'information

| | | |
|----------------------|---|-----|
| Chapitre 17 : | Représentation numérique de l'information | 199 |
| Chapitre 18 : | Numérisation du signal analogique | 209 |
| Chapitre 19 : | CAN / CNA | 219 |
| Chapitre 20 : | Filtrage numérique | 235 |
| Chapitre 21 : | Systèmes de traitement micro programmés | 242 |

6. Traitement logique de l'information

| | |
|---|------------|
| Chapitre 22 : Systèmes logiques combinatoires | 259 |
| Chapitre 23 : Fonctions combinatoires avancées | 271 |
| Chapitre 24 : Systèmes logiques séquentiels | 283 |
| Chapitre 25 : Description d'un système séquentiel par graphe d'états | 300 |

7. Transmission de l'information

| | |
|--|------------|
| Chapitre 26 : Concepts de base | 311 |
| Chapitre 27 : Transmissions sur les réseaux | 322 |
| Chapitre 28 : Transmissions numériques | 335 |
| Chapitre 29 : Supports de transmission | 342 |
| Chapitre 30 : Modulation / démodulation d'amplitude | 351 |
| Bibliographie | 360 |
| Index | 361 |



N'hésitez pas à faire vos remarques et suggestions sur ce livre à l'adresse E-MAIL suivante :

christophe.francois@rascal.net

Je vous en remercie d'avance.

1. OUTILS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

Chapitre 1

Lois et théorèmes généraux en régime continu

1. Généralités

1.1. Les circuits électriques

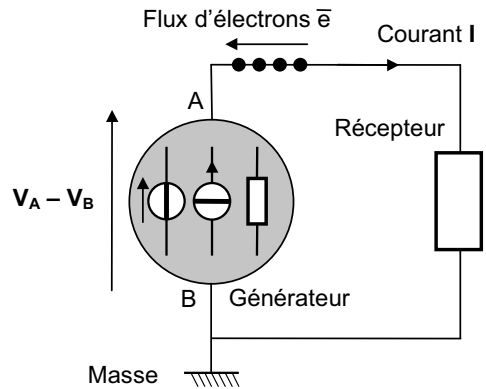
D'une manière générale, tout circuit électrique peut se représenter sous la forme d'un **générateur** ou source d'énergie alimentant un **récepteur**, chargé de transformer l'énergie électrique en une autre forme exploitable. Ces deux éléments sont reliés par des conducteurs métalliques.


Le transfert de charges électriques (électrons) entre ces éléments crée un courant électrique, que l'on oriente en sens contraire du flux d' \bar{e} .

Ce courant, exprimé en ampères (A), représente la quantité de charges q (en coulombs) traversant une section donnée du conducteur par unité de temps :

$$i = \frac{dq}{dt}$$


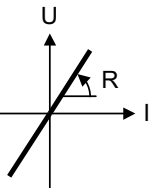
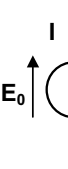
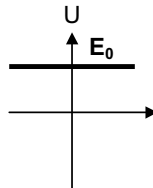
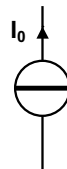
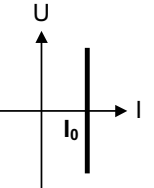
En **régime continu**, il est indépendant de t . On le note avec une lettre majuscule I .



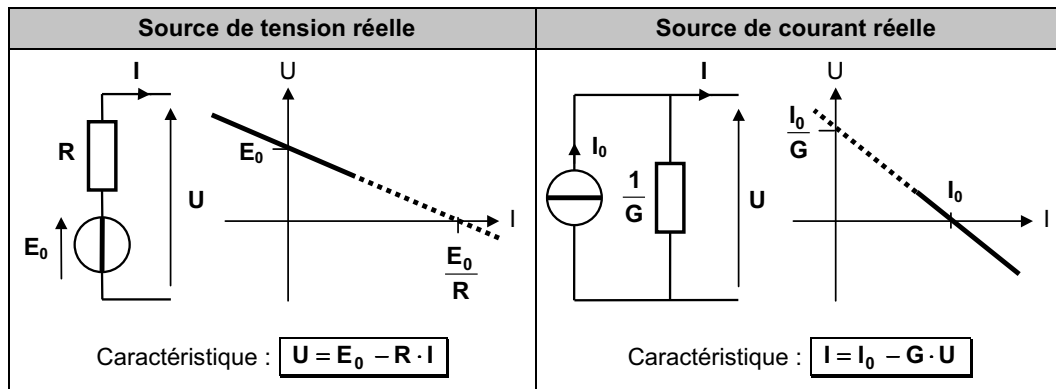
Pour établir ce régime, il faut employer des générateurs, qui maintiennent entre leurs bornes A et B une **différence de potentiel** $V_A - V_B$ ou **tension** constante. Elle s'exprime en volts (V). On considère, en général, que la borne B constitue la référence de tension pour l'ensemble du circuit et se trouve au potentiel 0 V (on dit aussi à la **masse**). On la repèrera par  sur les schémas.

1.2. Les dipôles électriques

Un dipôle électrique est une portion de circuit comportant deux bornes. Leur association constitue les **réseaux électriques**. Les dipôles générateurs sont dits **actifs**, ceux qui ne font que consommer de l'énergie sont dits **passifs**.

| Résistance | Source de tension idéale | Source de courant idéale |
|---|---|---|
|   <p>Dipôle passif Caractéristique (loi d'Ohm) :</p> <p>$U = R \cdot I$ ou $I = G \cdot U$</p> <p>R : résistance en ohms (Ω) G : conductance en siemens (S)</p> |   <p>Dipôle actif Caractéristique :</p> <p>$U = E_0$</p> <p>E_0 : force électromotrice (fém)</p> |   <p>Dipôle actif Caractéristique :</p> <p>$I = I_0$</p> <p>I_0 : courant de court-circuit</p> |

Dans la réalité, les sources de tension et de courant ne sont pas idéales et on considère qu'un modèle plus proche de la réalité, consiste à associer une résistance en série avec une source de tension idéale ou une résistance en parallèle avec une source de courant idéale.



1.3. Conventions

On dirige systématiquement les flèches des courants et des tensions dans le même sens pour le générateur (convention générateur) et en sens contraire pour tout récepteur (convention récepteur).

Il ne faut pas, néanmoins, confondre conventions et modes de fonctionnement. Le tableau ci-contre donne les **modes de fonctionnement** du dipôle, compte tenu de la convention adoptée et du signe de $P = U \cdot I$.

Ainsi, on peut dire que :

- le dipôle **reçoit** de la puissance lorsqu'il fonctionne en récepteur ;
- il en **fournit** lorsqu'il fonctionne en générateur.

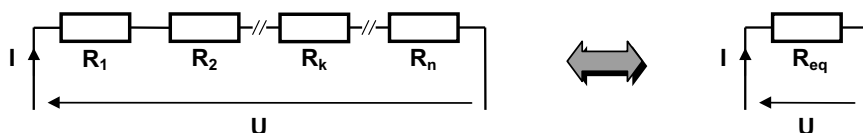
| Choix de la convention | | |
|------------------------|-------------------|-------------------|
| | Récepteur | Générateur |
| Signe de P | | |
| P > 0 | Récepteur | Générateur |
| P < 0 | Générateur | Récepteur |

2. Lois d'association de résistances

En associant des résistances, on forme un dipôle qui se comporte comme une résistance, dont la valeur est appelée **résistance équivalente** notée R_{eq} ou **conductance équivalente** notée G_{eq} .

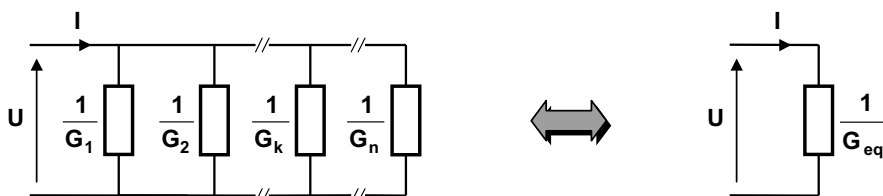
□ Association en série :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



□ Association en parallèle :

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$



3. Lois de KIRCHHOFF

3.1. Définitions topologiques

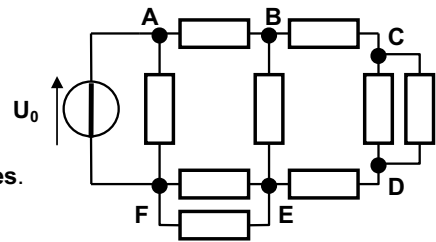
| | |
|----------------|--|
| Branche | Ensemble de dipôles connectés en série ou en parallèle et limités par deux points entre lesquels aucune dérivation de courant ne se produit. |
| Nœud | Point où arrivent plusieurs branches (= extrémités des branches). |
| Maille | Ensemble de branches formant un circuit fermé, chacun des nœuds n'appartenant qu'à deux branches de ce circuit fermé. |

• **Exemple :**

A, B, C, D, E et F sont les **nœuds**.

AB, AF, BC, EF ... sont des **branches**.

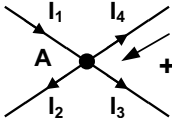
Les trajets **ABEFA**, **BCDEB** et **ACDFA** sont des **mailles**.



3.2. Loi des nœuds

La somme algébrique des courants qui arrivent à un nœud (ou qui en partent) est nulle.

• **Exemple :**



Nœud et son orientation

Elle traduit la conservation de l'électricité : il ne peut y avoir accumulation de charges électriques en un point du circuit.

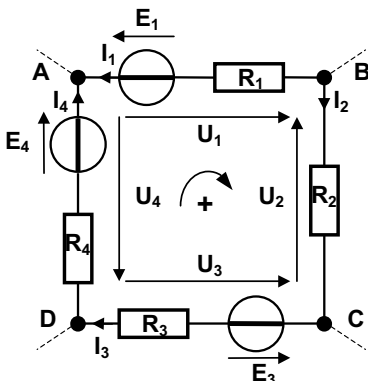
Ainsi, en comptant positivement les courants dirigés vers le nœud et négativement ceux qui en sortent, on obtient :

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

3.3. Loi des mailles

La somme algébrique des tensions le long d'une maille est nulle.

• **Exemple :**



Ainsi, le long de la maille **ABCD**, après avoir choisi un sens de parcours, on obtient la relation :

$$U_1 - U_2 - U_3 - U_4 = 0$$

C'est à dire :

$$-E_1 + R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - E_3 - R_3 \cdot I_3 + E_4 - R_4 \cdot I_4 = 0$$

Nota : $R_k \cdot I_k$ est précédé du signe (+) si le sens d'orientation de la branche (courant) est opposé au sens de parcours de la maille. E_k est précédé du signe (+) si son sens est identique à celui de la maille.

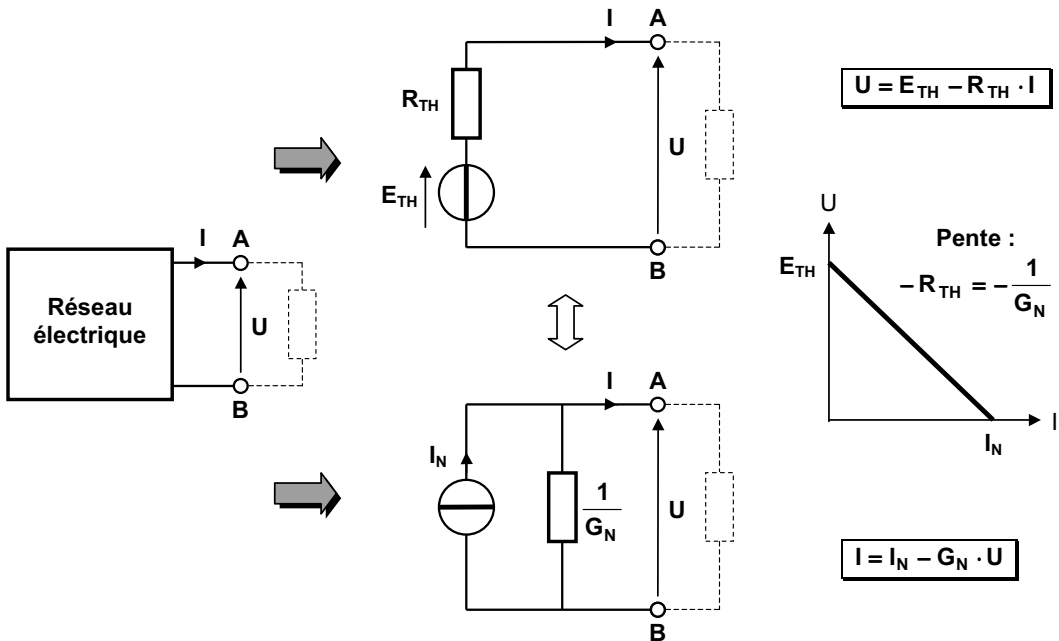
Les lois de KIRCHHOFF ont l'avantage d'être universelles et de permettre la résolution de toutes les configurations de réseaux électriques. Il suffit d'écrire autant de lois des nœuds et de lois des mailles qu'il y a de variables électriques présentes dans le réseau étudié et de résoudre ensuite le système linéaire ainsi formé.

Mais dans certains cas, plusieurs théorèmes complémentaires, corollaires de ces lois, permettent d'aboutir plus rapidement au résultat. C'est l'objet de cette partie : **mettre en place des outils pratiques et rapides de résolution des circuits.**

4. Théorèmes de THÉVENIN et de NORTON

On peut montrer qu'un réseau électrique (constitué de sources de tension, de courant et de résistances) vu de ses bornes **A** et **B** peut être modélisé par :

- une source de tension E_{TH} en série avec une résistance R_{TH} : c'est le modèle de **THÉVENIN** ;
- une source de courant I_N en parallèle avec une résistance $1/G_N$: c'est le modèle de **NORTON**.



On peut passer immédiatement d'un modèle à l'autre à l'aide des relations :

$$\begin{aligned} R_{TH} &= \frac{1}{G_N} \\ E_{TH} &= R_{TH} \cdot I_N \end{aligned}$$

On obtient les éléments des modèles de **THÉVENIN** et de **NORTON** par la méthode suivante :

- ➔ E_{TH} est la tension qui apparaît aux bornes du réseau à **vide** : $I = 0$ (charge déconnectée)
- ➔ I_N est le courant mesuré entre les bornes A et B lorsqu'elles sont **court-circuitées** : $U = 0$
- ➔ R_{TH} (ou $1/G_N$) est la résistance interne du réseau vue des bornes A et B, après avoir rendu passives toutes les sources indépendantes du réseau :
 - les **sources de tension idéales** sont remplacées par des **court-circuits** (fils).
 - les **sources de courant idéales** sont remplacées par des **circuits ouverts** (enlevées).

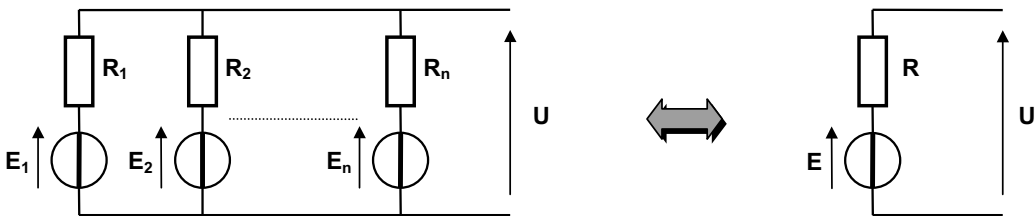
5. Théorème de MILLMAN

5.1. Théorème relatif aux générateurs de tension

On considère n générateurs de tension en parallèle, de résistance interne R_k et de fém E_k .

Cet ensemble peut être remplacé par un générateur de tension unique :

→ de résistance interne :
$$R = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$
 et de fém :
$$E = R \cdot \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{R_k}$$



- **Remarque** : Une branche constituée d'une source de tension en série avec une résistance peut résulter de la transformation préalable d'une source de courant en parallèle avec cette même résistance (cf. théorèmes de THÉVENIN et de NORTON).

5.2. Théorème relatif au potentiel d'un point

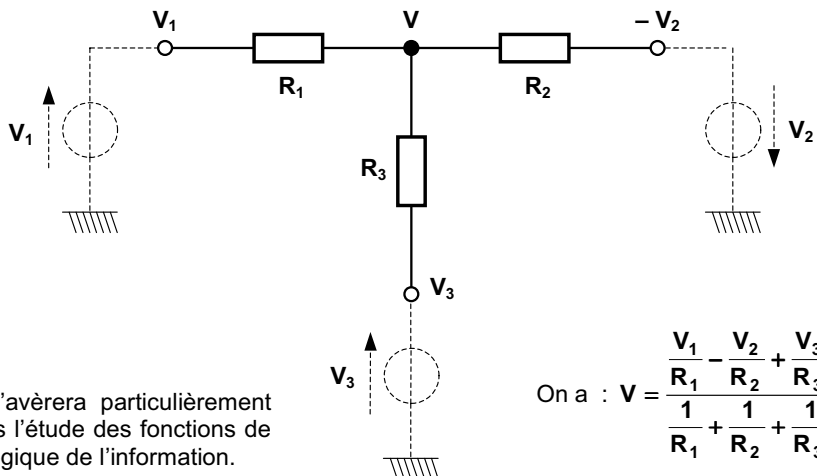
On considère un nœud de courant de potentiel* V dans un réseau. Ce nœud est le point de jonction de n résistances R_k , soumises aux potentiels V_k de l'autre côté du nœud.

* Le potentiel d'un point de circuit est la tension entre ce point et la masse.

→ Le potentiel V du nœud a pour expression :

$$V = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{V_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

- **Exemple** :



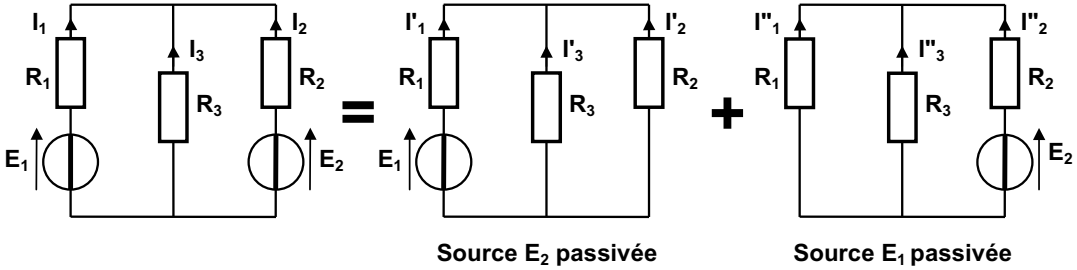
Ce théorème s'avèrera particulièrement intéressant dans l'étude des fonctions de traitement analogique de l'information.

On a :
$$V = \frac{\frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

6. Théorème de superposition

La réponse (en courant ou en tension) d'un réseau, contenant plusieurs sources indépendantes agissant simultanément, est égale à la somme des réponses (en courant ou en tension) dues à chaque source agissant isolément.

- **Illustration** : Calcul des courants I_1 , I_2 et I_3 dans les différentes branches.

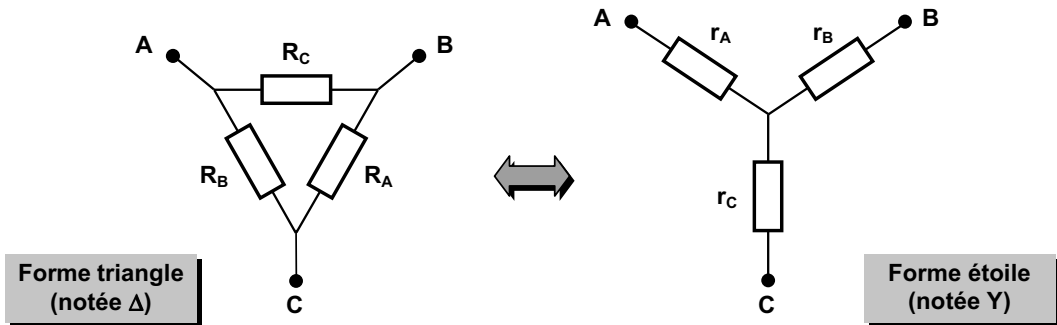


En vertu du théorème de superposition, on a : $I_1 = I'_1 + I''_1$ $I_2 = I'_2 + I''_2$ $I_3 = I'_3 + I''_3$

7. Théorème de KENNELY : transformation TRIANGLE ↔ ÉTOILE

Le théorème de KENNELY donne les relations de transformation :

- d'un réseau en **forme d'étoile** en réseau équivalent en **forme de triangle** ;
- d'un réseau en **forme de triangle** en réseau équivalent en **forme d'étoile**.



Pour la **transformation TRIANGLE → ÉTOILE**, on montre que les expressions des résistances r_k se déduisent l'une de l'autre par permutation circulaire :

$$r_A = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_B = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_C = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

La **transformation inverse** (ÉTOILE → TRIANGLE) ne présente pas d'intérêt pour le calcul des réseaux parce qu'elle rajoute une maille. Elle est toutefois utilisée dans d'autres domaines (*réseaux triphasés par exemple*). Avec les conductances $G_k = 1 / R_k$ et $g_k = 1 / r_k$, on montre que :

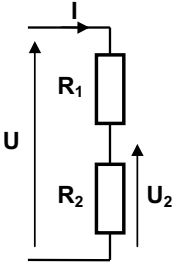
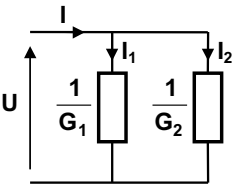
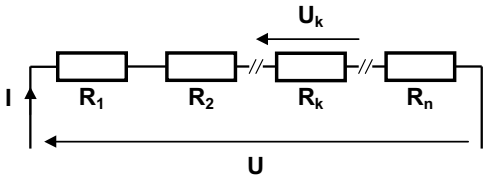
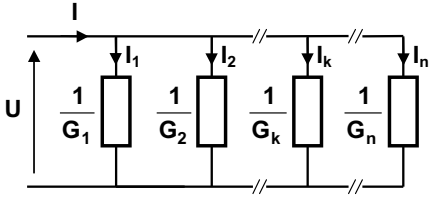
$$G_A = \frac{g_B \cdot g_C}{g_A + g_B + g_C}$$

$$G_B = \frac{g_A \cdot g_C}{g_A + g_B + g_C}$$

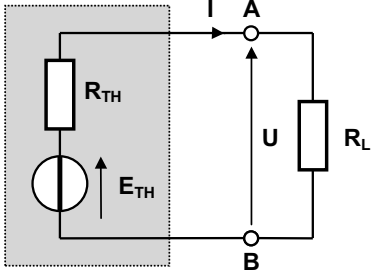
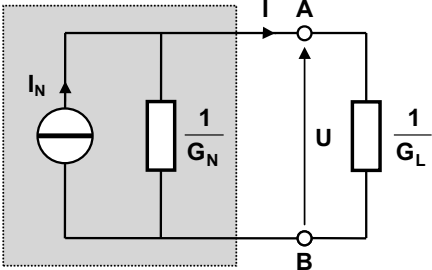
$$G_C = \frac{g_A \cdot g_B}{g_A + g_B + g_C}$$

8. Diviseurs de tension et de courant

8.1. Relations classiques

| Diviseur de tension | Diviseur de courant |
|---|--|
|  <p data-bbox="422 384 636 439">Le même courant I traverse R_1 et R_2.</p> <div data-bbox="422 486 636 564" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$ </div> |  <p data-bbox="909 378 1176 458">La même tension U est appliquée aux bornes de $1/G_1$ et $1/G_2$.</p> <div data-bbox="948 486 1150 564" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot I$ </div> |
| <p>Ces résultats se généralisent à n branches ($n > 2$).</p> | |
|  <div data-bbox="231 1015 557 1093" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $U_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \cdot U$ </div> |  <div data-bbox="764 1015 1076 1093" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $I_k = \frac{G_k}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} \cdot I$ </div> |

8.2. Relations source - charge

| Source de tension réelle + Charge | Source de courant réelle + Charge |
|--|---|
|  <p data-bbox="244 1599 580 1654">Modèle de THÉVENIN du réseau vu des bornes A et B</p> <div data-bbox="271 1701 518 1779" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $U = \frac{R_L}{R_L + R_{TH}} \cdot E_{TH}$ </div> |  <p data-bbox="760 1599 1096 1654">Modèle de NORTON du réseau vu des bornes A et B</p> <div data-bbox="817 1701 1023 1779" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $I = \frac{G_L}{G_L + G_N} \cdot I_N$ </div> |

Chapitre 2

Circuits électriques en régime variable

1. Principes généraux

1.1. Régime variable

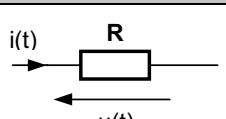
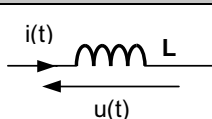
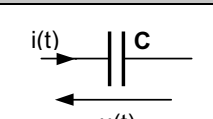
Un circuit électrique fonctionne en **régime variable** lorsqu'il est alimenté par des sources de courant ou de tension fonctions du temps ou lorsque sa configuration est modifiée, à un instant donné, par l'ouverture ou la fermeture d'un interrupteur par exemple.

Les **signaux** (courants et tensions) sont alors **variables**, fonctions du temps. Néanmoins, des signaux continus peuvent coexister avec ces signaux variables. On appelle **valeur instantanée**, l'expression temporelle d'un signal, que l'on note par une lettre minuscule : par exemple $u(t)$, $i(t)$, etc. Ce chapitre a pour but de déterminer les **expressions mathématiques** des valeurs instantanées.

1.2. Dipôles élémentaires

Les circuits électriques en régime variable sont constitués de divers éléments. On retrouve les sources de tension et de courant (cf. chapitre 1) dont les valeurs seront tantôt constantes, tantôt fonctions du temps, et les résistances. D'autres dipôles passifs linéaires sont utilisés : bobine et condensateur, ainsi que des dipôles non linéaires comme les interrupteurs, les diodes, etc.

1.2.1. Dipôles passifs : Equations de fonctionnement

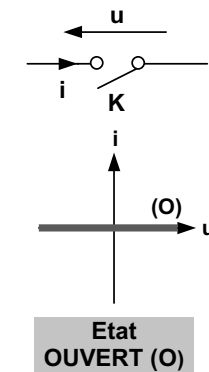
| Résistance | Bobine parfaite | Condensateur parfait |
|---|---|---|
|  |  |  |
| R : résistance en Ω (ohms) | L : inductance en H (henrys) | C : capacité en F (farads) |
| <u>Relation tension - courant :</u> | <u>Relation tension - courant :</u> | <u>Relation tension - courant :</u> |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$u(t) = R \cdot i(t)$</div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$</div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$</div> |

1.2.2. Interrupteurs : Caractéristiques

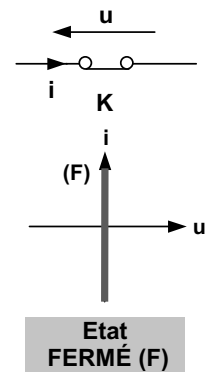
Ils peuvent être de type mécanique, mais on utilise surtout des **composants de l'électronique** : diodes, transistors, ... fonctionnant en régime de commutation.

Ces commutateurs sont généralement unidirectionnels en courant ou en tension : une partie seulement des caractéristiques données ci-contre est atteinte.

De plus, ils ne sont parfaits qu'en première approximation (en négligeant tensions de seuil, courants résiduels, etc.).



Caractérisé par $i = 0$



Caractérisé par $u = 0$

2. Mise en équations et résolution du problème posé

On se place dans le cas simple, mais classique, où le circuit étudié n'est constitué que d'une maille, celle-ci comportant, entre autres, des bobines et / ou des condensateurs. Pour résoudre le problème, il faut suivre la démarche proposée :

- On commence par **analyser le fonctionnement des interrupteurs** du montage. A chaque état des interrupteurs correspond une configuration du circuit, donc un problème différent à traiter.
- On écrit les lois de Kirchhoff pour le circuit, en faisant intervenir les équations des dipôles élémentaires. On obtient ainsi une équation différentielle **linéaire** du **1^{er} ordre** ou du **2nd ordre** (on n'ira pas au-delà !) ayant comme inconnue le signal **s(t)** cherché :

$$\boxed{f(s(t), ds(t)/dt) = e(t)} \quad \text{ou} \quad \boxed{f(s(t), ds(t)/dt, d^2s(t)/dt^2) = e(t)}$$

Le second membre **e(t)** traduit généralement l'action des dipôles actifs du montage.

- On recherche la solution générale **s₁(t)** de l'équation sans second membre (SGESSM) :

$$f(s_1(t), ds_1(t)/dt) = 0 \quad \text{ou} \quad f(s_1(t), ds_1(t)/dt, d^2s_1(t)/dt^2) = 0$$

- On recherche la solution particulière **s₂(t)** de l'équation avec second membre (SPEASM).
- **Remarque** : La recherche de la SPEASM peut être facilitée en remarquant que si le second membre est une **constante**, une **fonction circulaire en t** ($\cos \omega t$, $\sin \omega t$, ...) ou un polynôme en t, la solution particulière est de même nature mathématique. En génie électrique, on rencontre essentiellement les deux premiers types cités.

- La solution de l'équation différentielle est :

$$\boxed{s(t) = s_1(t) + s_2(t)}$$

Elle fait intervenir un nombre de constantes d'intégration égal à l'ordre de l'équation différentielle. Leur valeur est déterminée par les **conditions initiales** du problème.

- La SGESSM $s_1(t)$ correspond au **régime libre** ou au **régime transitoire**. C'est toujours, en pratique, une fonction décroissante du temps à cause de l'amortissement dû aux résistances.

Ainsi : $\text{Si } t \rightarrow +\infty, s_1(t) \rightarrow 0$

- La SPEASM $s_2(t)$ correspond au **régime forcé** ou au **régime permanent**, c'est à dire celui que tend à imposer au circuit le signal $e(t)$. On l'obtient d'ailleurs par identification. Si ce régime avait le temps de s'établir, la seconde solution $s_2(t)$ subsisterait seule : $s(t) \rightarrow s_2(t)$.

3. Réponses de circuits du 1^{er} ordre

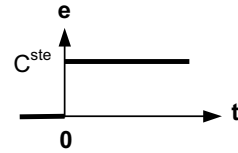
Un circuit du 1^{er} ordre est généralement régi par une équation différentielle de la forme suivante :

$$\boxed{\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)}$$

avec τ : constante de temps du circuit (homogène à un temps)

3.1. Réponses à un échelon

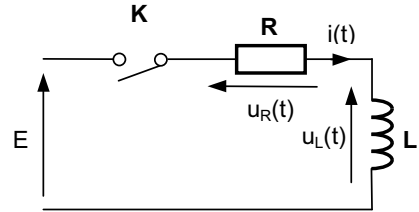
On appelle échelon de tension (de courant) le signal $e(t)$ tel que $e(t) = 0$ pour $t < 0$ et $e(t) = \text{Constante}$ pour $t \geq 0$.



La réponse $s(t)$ associée est appelée **réponse indicielle**.

3.1.1. Etablissement du courant dans une bobine

On s'intéresse à la réponse en courant $i(t)$ du circuit RL. La tension E est continue. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . Le courant est nul à cet instant : $i(0) = 0$.



Lorsque K est fermé ($t > 0$), la loi des mailles s'écrit :

$$E = u_R(t) + u_L(t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u_R(t) = R \cdot i(t) \\ u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \end{cases} \quad \text{d'où l'équation :} \quad \boxed{\frac{L}{R} \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E}{R}}$$

- La SGESSM $i_1(t)$ s'écrit en posant $\tau = \frac{L}{R}$: $i_1(t) = A \cdot e^{-t/\tau}$
- La SPEASM $i_2(t)$ est **constante** et vaut : $i_2(t) = \frac{E}{R}$
- La solution $i(t)$ complète de l'équation s'écrit : $i(t) = i_1(t) + i_2(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + \frac{E}{R}$

Pour déterminer la constante d'intégration, il faut connaître une condition initiale. Ainsi, on traduit dans l'expression précédente qu'à l'instant $t = 0$, $i = 0$ donc :

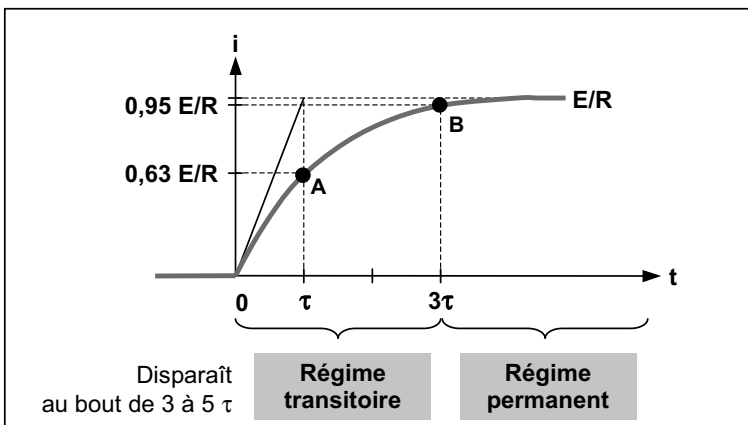
$$i(0) = 0 \Rightarrow A + \frac{E}{R} = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R} \quad \text{soit} \quad \boxed{i(t) = \frac{E}{R} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Le courant $i(t)$ dans la bobine s'établit donc selon une loi exponentielle. Sa valeur finale (en régime permanent) est E/R .

La réponse indicielle peut facilement se construire en remarquant que :

- La tangente à l'origine coupe l'asymptote E/R à la courbe en $t = \tau$.
- Le courant a atteint **63 %** de sa valeur finale en $t = \tau$ (point A) et **95 %** en $t = 3\tau$ (point B).

□ Représentation temporelle :

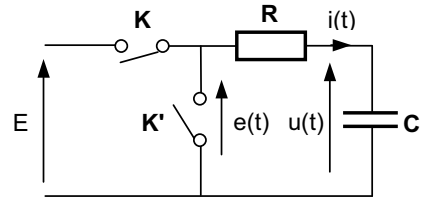


3.1.2. Charge et décharge d'un condensateur à travers une résistance

On s'intéresse à la réponse en tension $u(t)$ du circuit RC. La tension E est continue. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K , l'interrupteur K' restant ouvert.

Le condensateur est initialement déchargé : $u(0) = 0$.

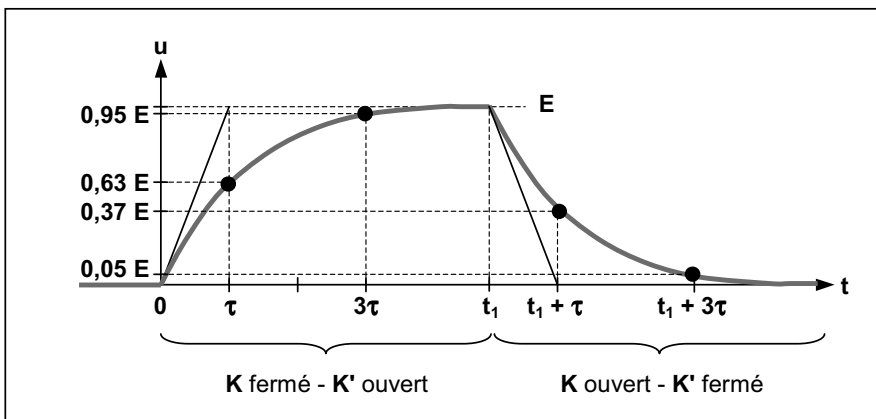
A $t = t_1 \gg RC$, on ouvre K et on ferme K' simultanément alors que le condensateur est chargé sous $u(t_1)$.



On étudie donc successivement les deux phases de fonctionnement :

| K fermé - K' ouvert | K ouvert - K' fermé |
|--|--|
| | |
| <p><u>Loi des mailles</u> : $e(t) = E = u(t) + R \cdot i(t)$</p> <p>$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow \boxed{RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E}$</p> <p>La solution générale $u(t)$ de l'équation différentielle est de la forme :</p> <p>$u(t) = \underbrace{A \cdot e^{-t/\tau}}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ avec $\tau = RC$</p> <p><u>Condition initiale</u> : $u(0) = 0 \Rightarrow A = -E$</p> <p style="text-align: center;">$\boxed{u(t) = E \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$</p> | <p><u>Loi des mailles</u> : $e(t) = 0 = u(t) + R \cdot i(t)$</p> <p>$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow \boxed{RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0}$</p> <p>La solution générale $u(t)$ de l'équation différentielle est de la forme :</p> <p>$u(t) = \underbrace{A \cdot e^{-t/\tau}}_{\text{SGESSM}}$ avec $\tau = RC$</p> <p><u>Condition initiale</u> : $u(t_1) = E \Rightarrow A = E \cdot e^{t_1/\tau}$</p> <p style="text-align: center;">$\boxed{u(t) = E \cdot e^{-(t-t_1)/\tau}}$</p> |

□ Représentation temporelle :



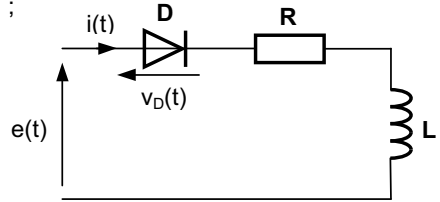
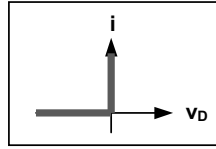
3.2. Réponse à un signal sinusoïdal

3.2.1. Alimentation par une tension sinusoïdale d'une bobine à travers une diode

On cherche la réponse en courant $i(t)$ du circuit RL (bobine réelle) avec les hypothèses suivantes :

- la tension d'entrée est sinusoïdale : $e(t) = E\sqrt{2} \cdot \sin \omega t$;
- la diode D est idéale :

- **D passante** : $v_D = 0$
- **D bloquée** : $i = 0$
 $\Rightarrow v_D(t) = e(t)$



Elle reste bloquée tant que $v_D(t) = E\sqrt{2} \cdot \sin \omega t < 0$. Pour $t > 0$, D devient passante ($v_D = 0$).

A partir de cet instant, la loi des mailles conduit à :

$$\frac{L}{R} \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E\sqrt{2}}{R} \sin \omega t$$

- La SGESSM $i_1(t)$ s'écrit en posant $\tau = \frac{L}{R}$:

$$i_1(t) = A \cdot e^{-t/\tau}$$

- La SPEASM $i_2(t)$ est **sinusoïdale** d'expression :

$$i_2(t) = I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

en posant $I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$ (Z : impédance du dipôle RL) et $\tan \varphi = \frac{L\omega}{R}$.

C'est le courant qui circulerait en **régime forcé**, c'est à dire si la diode D restait indéfiniment passante et dont l'expression s'obtient aisément en passant par les amplitudes complexes. (cf. chapitre 3 : Circuits électriques en régime sinusoïdal)

- La solution $i(t)$ complète de l'équation s'écrit :

$$i(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

La constante d'intégration A est déduite des conditions initiales : $i(0) = 0$.

En remplaçant dans l'équation précédente, il vient :

$$A - I\sqrt{2} \cdot \sin \varphi = 0 \Rightarrow A = I\sqrt{2} \cdot \sin \varphi \quad \text{soit}$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \cdot \left[\sin \varphi \cdot e^{-t/\tau} + \sin(\omega t - \varphi) \right]$$

□ Représentation temporelle :

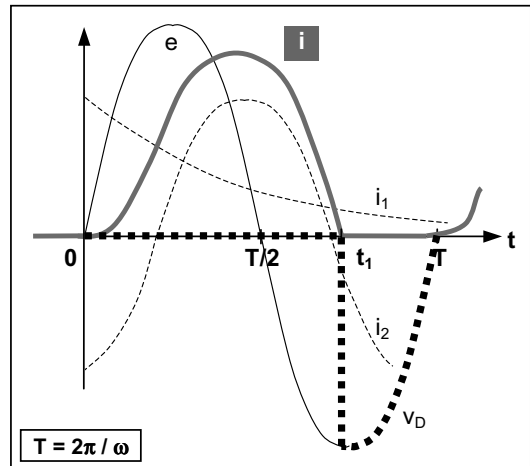
La conduction cesse à l'instant $t = t_1$ où $i(t)$ s'annule. La valeur de t_1 est donnée par :

$$\sin(\omega t_1 - \varphi) = -\sin \varphi \cdot e^{-t_1/\tau}$$

- Cas limites :

Si $\frac{L\omega}{R} \rightarrow 0$ alors $\begin{cases} t_1 \rightarrow T/2 \\ i(t) \rightarrow \frac{E\sqrt{2}}{R} \cdot \sin \omega t \end{cases}$
 purement résistif

Si $\frac{L\omega}{R} \rightarrow +\infty$ alors $\begin{cases} t_1 \rightarrow T \\ i(t) \rightarrow \frac{E\sqrt{2}}{L\omega} \cdot (1 - \cos \omega t) \end{cases}$
 purement inductif



4. Réponses de circuits du 2nd ordre

Un circuit linéaire du 2nd ordre répond à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2s(t)}{dt^2} + \frac{2m}{\omega_0} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$$

avec ω_0 : pulsation propre du circuit (en rad/s)
 m : coefficient d'amortissement du circuit noté aussi ξ (sans unité et ≥ 0)

La résolution de cette équation suit un cheminement légèrement plus élaboré que dans le cas d'un circuit du 1^{er} ordre car une discussion sur la valeur de certaines grandeurs s'impose.

4.1. Etude du régime libre

On commence par poser l'équation caractéristique (EC) : $\frac{1}{\omega_0^2} r^2 + \frac{2m}{\omega_0} r + 1 = 0$
 r : racine de l'équation caractéristique

On en déduit l'expression du discriminant Δ : $\Delta = \left(\frac{2m}{\omega_0}\right)^2 - \frac{4}{\omega_0^2} = \frac{4}{\omega_0^2} \cdot (m^2 - 1)$

La discussion peut alors s'engager sur les valeurs de m . On distingue 3 cas :

| | Racines de l'EC | SGESSM |
|----------------|--|--|
| $m > 1$ | $\Delta > 0$: 2 racines réelles de même signe $r_{1,2} = -m \omega_0 \pm \omega_0 \cdot \sqrt{m^2 - 1}$ | $s_1(t) = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t}$ Régime libre apériodique amorti |
| $m = 1$ | $\Delta = 0$: il y a 1 racine double réelle $r = -\omega_0$ | $s_1(t) = e^{-\omega_0 t} \cdot (A t + B)$ Régime libre critique |
| $0 \leq m < 1$ | $\Delta < 0$: 2 racines complexes conjuguées $r_{1,2} = -m \omega_0 \pm j \omega_0 \cdot \underbrace{\sqrt{1 - m^2}}_{\omega_p}$ On pose $\omega_p = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - m^2}$ la pseudo - pulsation des oscillations | $s_1(t) = e^{-m \omega_0 t} \cdot (A \cos \omega_p t + B \sin \omega_p t)$ \Downarrow $s_1(t) = S_{\max} \cdot e^{-m \omega_0 t} \cdot \sin(\omega_p t + \varphi)$ où $S_{\max} = \sqrt{A^2 + B^2}$ et $\tan \varphi = \frac{A}{B}$ Régime libre oscillant amorti |

4.2. Etude du régime forcé

Ce régime correspond à la SPEASM $s_2(t)$. Les solutions particulières les plus courantes en génie électrique sont la **constante** ou la somme de **fonctions circulaires**.

La solution complète est la somme des deux solutions précédemment définies. La résolution se termine par la recherche des constantes **A** et **B** (ou S_{\max} et φ) grâce aux conditions initiales (CI).

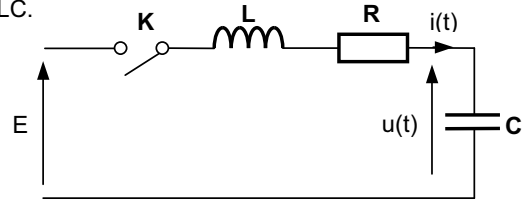
4.3. Exemple : Circuit RLC série à la mise sous tension

On cherche la réponse en tension $u(t)$ du circuit RLC. La tension E est continue. K est ouvert pour $t < 0$.

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

Le condensateur est initialement déchargé.

Lorsque K est fermé, la loi des mailles s'écrit :



$$E = L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + u(t) \quad \text{or} \quad i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \quad \text{d'où} \quad \boxed{LC \frac{d^2u(t)}{dt^2} + RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E}$$

On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $m = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ pour avoir $\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2u(t)}{dt^2} + \frac{2m}{\omega_0} \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$

On introduit $R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ la résistance critique d'où $m = \frac{R}{R_C}$. On distingue les 3 cas suivants :

| | Solution complète | Représentation |
|------------------|--|--|
| $R > R_C$ | $u(t) = \underbrace{Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ <p>En tenant compte des CI : $u(0) = 0, \frac{du(0)}{dt} = \frac{i(0)}{C} = 0$</p> $\boxed{u(t) = E \cdot \left[1 - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \left(\tau_1 \cdot e^{-t/\tau_1} - \tau_2 \cdot e^{-t/\tau_2} \right) \right]}$ <p>avec $\tau_1 = -1/r_1$ et $\tau_2 = -1/r_2$</p> | <p style="text-align: center;"><i>Tangente horizontale à l'origine</i></p> |
| $R = R_C$ | $u(t) = \underbrace{e^{-\omega_0 t} \cdot (At + B)}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ <p>En tenant compte des CI : $u(0) = 0, \frac{du(0)}{dt} = 0$</p> $\boxed{u(t) = E \cdot \left[1 - (1 + \omega_0 t) \cdot e^{-\omega_0 t} \right]}$ | |
| $0 \leq R < R_C$ | $u(t) = \underbrace{U_{\max} \cdot e^{-m\omega_0 t} \cdot \sin(\omega_p t + \varphi)}_{\text{SGESSM}} + \underbrace{E}_{\text{SPEASM}}$ <p>En tenant compte des CI : $u(0) = 0, \frac{du(0)}{dt} = 0$</p> $\boxed{u(t) = E \cdot \left[1 - \sin(\omega_p t + \varphi) \cdot \frac{e^{-m\omega_0 t}}{\sqrt{1-m^2}} \right]}$ <p>avec $\cos \varphi = m$ et $\omega_p = \omega_0 \cdot \sqrt{1-m^2}$</p> | <p style="text-align: center;"><i>Enveloppe de la courbe (exponentielle)</i></p> |

□ Cas particulier : $R = 0$

Si aucun élément dissipatif n'est présent dans le circuit, l'équation différentielle devient :

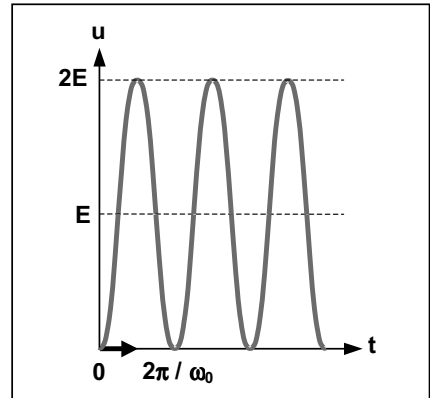
$$LC \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + u(t) = E$$

Le coefficient d'amortissement m est nul : $\omega_p = \omega_0$.

Il conduit à une solution $u(t)$ de la forme :

$$u(t) = E \cdot \left[1 - \sin \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Le régime est **purement oscillatoire**.



C'est dans ce cas de figure que l'on se place pour réaliser un **oscillateur sinusoïdal**. Le problème technologique consiste alors à annuler la résistance équivalente du circuit.

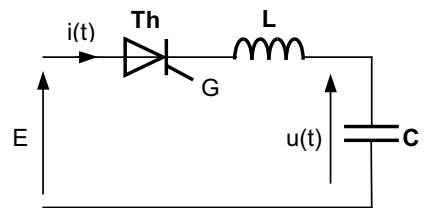
En associant au circuit LC série un thyristor, on peut réaliser un **doubleur de tension**.

Le condensateur est initialement déchargé : $u(0) = 0$.
Pour $t < 0$, le thyristor est bloqué donc $i(0) = 0$.

A $t = 0$, on envoie une impulsion de courant dans la gâchette (G), le thyristor devient passant.

Après amorçage, on a :

$$u(t) = E \cdot \left[1 - \sin \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) \right] = E \cdot [1 - \cos \omega_0 t]$$



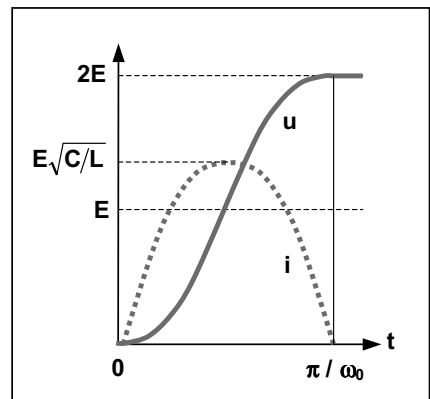
Le courant $i(t)$ se déduit de la tension par dérivation :

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = EC\omega_0 \cdot \sin \omega_0 t$$

Soit :
$$i(t) = E \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin \omega_0 t \quad \text{où} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Le thyristor (comme une diode) se bloque au moment où le courant s'annule, c'est à dire pour $t = \pi / \omega_0$.

A cet instant, la tension $u(t)$ vaut $2E$ d'où le nom attribué à ce montage : **doubleur de tension**.



Puisque aucun courant ne circule plus, la tension $u(t)$ conserve ensuite cette valeur.

On retrouve également ce montage dans les circuits d'extinction forcée des thyristors.

Chapitre 3

Circuits électriques en régime sinusoïdal

1. Régime sinusoïdal

Pour plusieurs raisons, les régimes sinusoïdaux ont une très grande importance en électricité :

- La majeure partie de l'énergie électrique consommée dans le monde est produite et distribuée sous forme de tensions sinusoïdales ;
- Le régime sinusoïdal sert de base à l'étude des signaux périodiques par l'intermédiaire de la transformation de Fourier (cf. chapitre 4 - page 39) ;

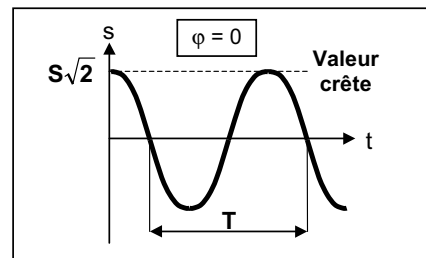
L'étude des circuits électriques en régime sinusoïdal correspond à l'étude des réseaux électriques composés uniquement de **dipôles passifs linéaires** (résistances, condensateurs et bobines), alimentés par des **sources de tension ou de courant sinusoïdales**. En tout point de ce circuit, les signaux sont des **grandeurs sinusoïdales** du temps, de même fréquence f mais déphasées les unes par rapport aux autres.

2. Grandeurs sinusoïdales

2.1. Définitions

Elle est définie par : $s(t) = S\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

- S : valeur efficace (cf. chapitre 4 - page 33)
- ω : pulsation en rad / s
- $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ où T est la période en s
- φ : phase à l'origine (à $t = 0$)



2.2. Représentations

| Représentation complexe | Représentation vectorielle (de Fresnel) |
|--|--|
| <p style="text-align: center;">Grandeur complexe $\underline{s}(t)$</p> $\begin{cases} \underline{s}(t) = S\sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \\ s(t) = \Re(\underline{s}(t)) \end{cases}$ <p>Si le signal d'excitation est la fonction sinus, on prendra $s(t) = \Im(\underline{s}(t))$.</p> <p style="text-align: center;">Amplitude complexe \underline{S}</p> <p>On écrit que : $\underline{s}(t) = \underline{S}\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}$</p> <p>où $\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} = [S; \varphi]$ Module</p> <p style="margin-left: 150px;">Argument</p> <p><u>Rappel</u> : $S \cdot e^{j\varphi} = S \cdot \cos \varphi + jS \cdot \sin \varphi$</p> | <p>On associe à $s(t)$ un vecteur \vec{S} dit vecteur de Fresnel, de norme S (valeur efficace) tournant autour d'un point O à une vitesse angulaire ω.</p> <p>Puisque tous les signaux sont de même pulsation ω, les vecteurs tournent à la même vitesse. On les représente donc à $t = 0$.</p> <p>L'extrémité de ce vecteur est l'image dans le plan complexe de l'amplitude complexe \underline{S}.</p> |

2.3. Dérivation et intégration

On note $\underline{s}_d(t)$ et $\underline{s}_i(t)$ les grandeurs complexes associées aux signaux $\frac{ds(t)}{dt}$ et $\int s(t) \cdot dt$.

On rappelle que $\frac{de^{j\omega t}}{dt} = j\omega \cdot e^{j\omega t}$ et $\int e^{j\omega t} \cdot dt = \frac{1}{j\omega} \cdot e^{j\omega t}$.

Par conséquent, il vient :

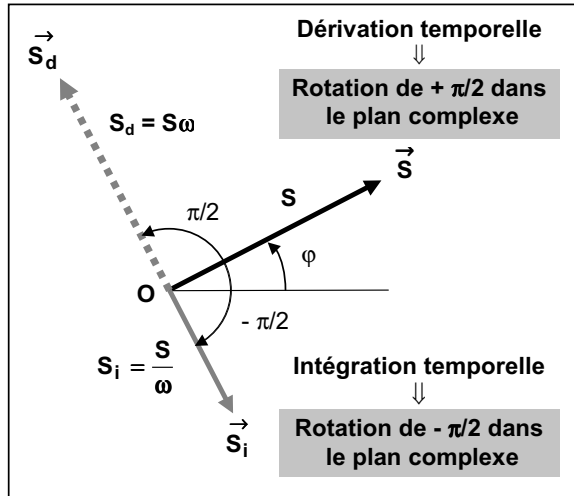
$$\underline{s}_d(t) = \frac{ds(t)}{dt} = j\omega \cdot \underline{s}(t)$$

$$\underline{s}_i(t) = \int \underline{s}(t) \cdot dt = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{s}(t)$$

Soit en passant aux amplitudes complexes :

$$\underline{S}_d = j\omega \cdot \underline{S} = \left[S\omega ; \varphi + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\underline{S}_i = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{S} = \left[\frac{S}{\omega} ; \varphi - \frac{\pi}{2} \right]$$

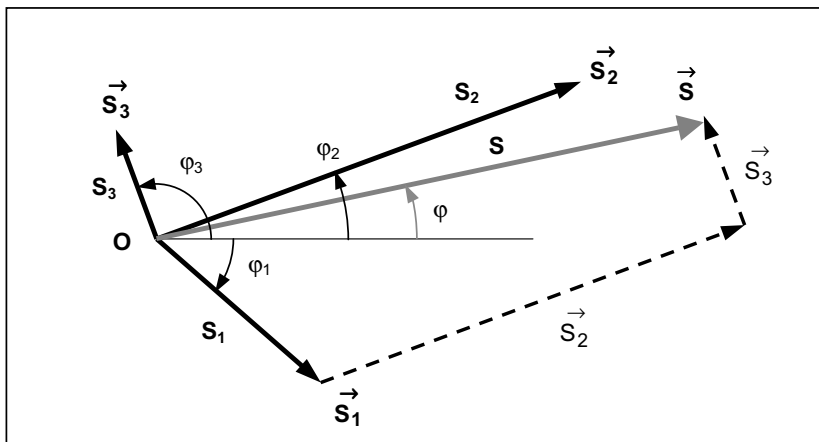


2.4. Somme

Il n'est pas très simple d'effectuer des sommes de fonctions sinusoïdales. On l'effectue plutôt sur les vecteurs de Fresnel associés.

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) + s_3(t) = S_1\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) + S_2\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_2) + S_3\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_3)$$

$$\Rightarrow \underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 \Rightarrow \underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$$



Graphiquement ou par des calculs géométriques, on détermine \underline{S} et φ . On en déduit que :

$$s(t) = S\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Cette méthode est très utilisée en électrotechnique pour l'étude des machines. Le diagramme de Fresnel porte alors généralement un nom particulier : diagramme de KAPP du transformateur, ...

2.5. Solutions particulières d'équations différentielles

L'utilisation des amplitudes complexes permet de transformer les équations différentielles sous forme algébrique.

- **Exemple** : on cherche la solution particulière en **régime permanent** de l'équation différentielle :

$$v(t) + RC \frac{dv(t)}{dt} = e(t) = E\sqrt{2} \cdot \cos \omega t$$

La solution particulière (cf. chapitre 2), correspondant au régime permanent, est de même nature que le second membre, donc sinusoïdale. En appliquant les règles de substitution rappelées ci-contre, on obtient :

$$\underline{V} + jRC\omega \cdot \underline{V} = \underline{E} \Rightarrow \boxed{\underline{V} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \cdot \underline{E}} \quad (1)$$

où $\underline{E} = [E ; 0]$ (origine des phases) et $\underline{V} = [V ; \varphi]$.

| Amplitude complexe | | Grandeur instantanée |
|---|--------------------|------------------------|
| $\frac{\underline{V}}{j\omega}$ | \rightleftarrows | $\int v(t) \cdot dt$ |
| \underline{V} | \rightleftarrows | $v(t)$ |
| $j\omega \underline{V}$ | \rightleftarrows | $\frac{dv(t)}{dt}$ |
| $-\omega^2 \underline{V} = (j\omega)^2 \underline{V}$ | \rightleftarrows | $\frac{d^2v(t)}{dt^2}$ |

Par identification des modules et des arguments des deux membres de l'expression (1), on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \cdot \underline{E} \\ \varphi = -\text{Arc tan } RC\omega \end{array} \right. \quad \text{car} \quad \frac{1}{1 + jRC\omega} = \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} ; -\text{Arc tan } RC\omega \right]$$

L'expression de la réponse temporelle $v(t)$ s'en déduit immédiatement :

$$\boxed{v(t) = \frac{E\sqrt{2}}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \cdot \cos(\omega t - \text{Arc tan } RC\omega)}$$

- **Remarque** :

Lorsqu'on étudie un circuit électrique en régime sinusoïdal, on suppose généralement qu'il est sous tension depuis un temps assez long. Le régime transitoire a alors disparu, ce qui revient à dire qu'on ne s'intéresse qu'au régime permanent, comme dans l'exemple qui précède.

3. Impédance et admittance complexes

3.1. Définitions

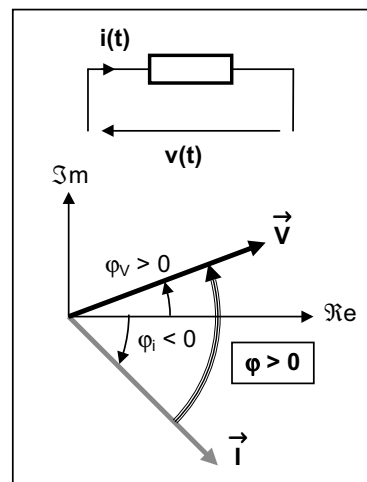
On considère un dipôle passif linéaire, en convention récepteur, soumis à une tension sinusoïdale $v(t)$ et parcouru par un courant d'intensité sinusoïdale $i(t)$. On note :

$$\left\{ \begin{array}{l} v(t) = V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v) \\ i(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{V} = V \cdot e^{j\varphi_v} = [V ; \varphi_v] \\ \underline{I} = I \cdot e^{j\varphi_i} = [I ; \varphi_i] \end{array} \right.$$

On définit :

- son **impédance** complexe : $\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + j \cdot X = Z \cdot e^{j\varphi}}$

où $\left\{ \begin{array}{l} Z = |\underline{Z}| = \frac{V}{I} \\ \varphi = \text{Arg } \underline{Z} = \varphi_v - \varphi_i \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{Impédance du dipôle} \\ \text{Déphasage de la tension} \\ \text{par rapport au courant} \end{array} \right.$



R et **X** sont respectivement la **résistance** et la **réactance** du dipôle :
Elles s'expriment en **Ohms** (Ω).

$$\begin{aligned} R &= \Re(\underline{Z}) = Z \cdot \cos \varphi \\ X &= \Im(\underline{Z}) = Z \cdot \sin \varphi \end{aligned}$$

- L'inverse de l'impédance complexe est l'**admittance complexe** :
L'admittance **Y** s'exprime en **Siemens** (**S**).

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = Y \cdot e^{-j\varphi}$$

- Remarques** : Le déphasage est indépendant de l'origine des phases choisie.

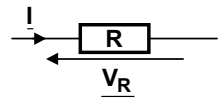
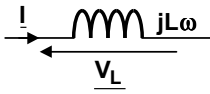
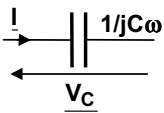
Si $\varphi > 0$: la tension est en **avance** sur le courant.
Si $\varphi < 0$: la tension est en **retard** sur le courant.

Un choix judicieux de l'origine des phases facilite la résolution des problèmes.

3.2. Dipôles linéaires élémentaires

On choisit de prendre le courant $i(t)$ comme origine des phases ($\varphi_i = 0$) : $\underline{i} = [I; 0]$

En appliquant les règles du calcul complexe, on obtient :

| Dipôle linéaire | Régime variable | Régime sinusoïdal |
|---|---|--|
|  | $v_R(t) = R \cdot i(t)$ | $\underline{v}_R = R \cdot \underline{i} \Rightarrow \underline{Z} = R = [R; 0]$ |
|  | $v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ | $\underline{v}_L = jL\omega \cdot \underline{i} \Rightarrow \underline{Z} = jL\omega = \left[L\omega; \frac{\pi}{2} \right]$ |
|  | $v_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) \cdot dt$ | $\underline{v}_C = \frac{1}{jC\omega} \cdot \underline{i} \Rightarrow \underline{Z} = \frac{1}{jC\omega} = \left[\frac{1}{C\omega}; -\frac{\pi}{2} \right]$ |

Les impédances de la bobine et du condensateur dépendent de la pulsation ω de la source de tension ou courant sinusoïdale. En **régime continu** ($\omega = 0$), une bobine et un condensateur parfaits se comportent respectivement comme un **court-circuit** ($Z = 0$) et un **circuit ouvert** ($Z \rightarrow +\infty$).

- Représentations de Fresnel** :

$$\underline{v}_R = [RI; 0]$$

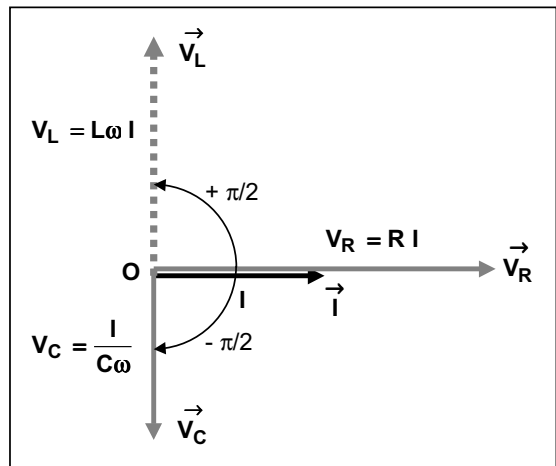
v_R et i sont en phase.

$$\underline{v}_L = \left[L\omega I; \frac{\pi}{2} \right]$$

v_L est en quadrature avance sur i .

$$\underline{v}_C = \left[\frac{I}{C\omega}; -\frac{\pi}{2} \right]$$

v_C est en quadrature retard sur i .



L'approche globale des systèmes, en vue de leur analyse ou de leur conception, conduit à distinguer deux entités génériques, la chaîne d'information et la chaîne d'énergie chacune décomposée en un nombre limité de fonctions techniques principales. Cet ouvrage se penche plus particulièrement sur « les grandes fonctions de la chaîne d'information ».

- **Acquisition de l'information**

- généralités sur les capteurs (nature, typologie, caractéristiques métrologiques, etc.)
- détecteurs de position
- codeurs et résolveurs
- capteurs électriques industriels (jauges, thermocouples, accéléromètres, etc.).

- **Traitement analogique, logique et numérique de l'information**

- filtrage analogique et numérique, amplification, numérisation, CAN/CNA
- fonctions analogiques avancées et mise en forme à seuils
- systèmes de traitement micro-programmés
- comportement des systèmes logiques combinatoires et séquentiels.

- **Transmission de l'information**

- concepts de base (topologie, modèles OSI et TCP/IP, adressage IP, etc.)
- transmissions sur les réseaux
- supports de transmission guidés : câble coaxial, paires torsadées, fibres optiques
- modulation/démodulation d'amplitude.

Les prérequis sont assez faibles et on a procédé dans les premiers chapitres à tous les rappels mathématiques et physiques (circuits électriques en régimes continu, variable et sinusoïdal, diodes, transistors, etc.) nécessaires à la compréhension des notions abordées.

Illustré de nombreux schémas clairs et précis et s'appuyant sur des exemples concrets, ce cours complet, rédigé simplement, s'adresse aux étudiants de classes préparatoires TSI et ATS, de BTS, IUT, IUP, licence EEA, 1^{re} année d'écoles d'ingénieurs ainsi que les auditeurs de la formation continue, souhaitant acquérir des bases solides en génie électrique.

Cet ouvrage a été conçu avec le souci constant de la pédagogie et la volonté de rendre les concepts introduits accessibles à chacun. Nous espérons que tout étudiant, qui en aura fait l'acquisition, pourra y trouver les clés de sa réussite.

Christophe FRANÇOIS, ancien élève de l'École supérieure d'électricité (Supélec) et de l'École centrale de Nantes (ECN), professeur de chaire supérieure en sciences industrielles de l'ingénieur, enseigne depuis près de vingt ans en classes préparatoires TSI 1 et TSI 2 au lycée général et technologique Louis Rascol d'Albi dans le Tarn. Il a été parallèlement, pendant de nombreuses années, chargé de cours à l'École des Mines d'Albi-Carmaux auprès des ingénieurs en formation initiale par apprentissage.

