

Spécial ATS

SCIENCES INDUSTRIELLES

DE L'INGENIEUR

PIERRE TRÉHIN



**SCIENCES
INDUSTRIELLES
DE L'INGÉNIEUR**

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Spécial ATS

PIERRE TRÉHIN

*Professeur agrégé de sciences industrielles
au lycée Jules Ferry à Cannes*

Docteur en automatique

Ingénieur Arts et Métiers



ISBN 9782340-052017

© Ellipses Édition Marketing S.A., 2019
32, rue Bague 75740 Paris cedex 15



Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-propos

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants des classes préparatoires ATS (Adaptation Techniciens Supérieurs) industrielles.

Les systèmes industriels sont pour la majorité d'entre eux pluritechnologiques, et nécessitent une connaissance de l'ensemble des domaines de l'ingénierie industrielle, qu'il s'agisse de génie électrique, de génie mécanique ou d'automatisme.

L'enseignement des sciences industrielles s'appuie sur la démarche de l'ingénieur, qui consiste à systématiquement valider ou confronter des résultats de simulation (domaine de la modélisation) avec des résultats expérimentaux (domaine du réel) ou des exigences requises par le cahier des charges (domaine du commanditaire). C'est pourquoi tous les exercices et problèmes de cet ouvrage s'attachent à mettre en avant cette démarche.

La structure de cet ouvrage est articulée autour de l'architecture des systèmes pluritechnologiques, telle qu'elle est proposée dans les programmes de la CPGE ATS, plutôt que regroupée par champs disciplinaires déconnectés les uns des autres.

La première partie de cet ouvrage présente cette architecture, qui servira de fil conducteur tout au long des parties abordées.

La seconde partie aborde les pré-requis nécessaires à l'assimilation des cours (vecteurs, électrocinétique, transformation de Laplace, ...).

La troisième partie étudie alors de façon exhaustive la chaîne d'énergie.

La quatrième partie est consacrée à l'étude des systèmes asservis, et fait appel aux notions transversales abordées dans la partie précédente.

Enfin, la cinquième partie est quant à elle consacrée à la chaîne d'information, pour laquelle certains thèmes de la partie précédente seront exploités.

Cet ouvrage se veut opérationnel, et se concentre sur les points essentiels à maîtriser en fin de CPGE ATS. Les problèmes sont quant à eux tous extraits ou adaptés de sujets de concours.

La modélisation et la simulation sont des activités incontournables de l'ingénieur, et de nombreux exercices et problèmes sont accessibles en simulation¹ par le biais d'une page internet dédiée à ce livre : <http://s2i.en.cpge.ats.free.fr>

Les exercices pour lesquels un modèle est développé à des fins de simulation sont identifiés dans l'ouvrage par le QRCode ci-contre qui renvoie à la page internet des modèles.



Je remercie très sincèrement Christophe GREZE et Damien GUIGUES, tous deux enseignants de Sciences de l'Ingénieur au lycée Jules Ferry de Cannes, pour l'aide apportée à la réalisation de cet ouvrage, et pour avoir eu la gentillesse d'assurer la relecture de celui-ci.

Toute remarque ou suggestion peut être adressée par voie électronique à :

s2i.cpgeats.editions@gmail.com

¹ Les fichiers de simulation nécessitent le logiciel Scilab 5.5.2 exploité en CPGE ATS, en distribution libre.

Table des matières

Partie A : Structure d'un système multiphysique	9
Chapitre 1. Analyse structurelle	11
A. Ingénierie Système	12
B. Structure des systèmes	16
Chapitre 2 . Analyse fonctionnelle	19
A. Généralités	20
B. Diagramme des exigences (REQ)	21
C. Diagramme des cas d'utilisation (UC)	23
D. Diagramme de définition de bloc (BDD)	25
E. Diagramme de bloc interne (IBD)	27
F. Diagramme de séquence (SEQ)	28
G. Diagramme d'état (STM)	31
Partie B : Rappels et notions utiles	37
Chapitre 3. Rappels mathématiques	39
A. Bases - Repères	40
B. Vecteurs	40
C. Projections	46
Chapitre 4. Electrocinétique	49
A. Les dipôles	50
B. Etude des réseaux en régime permanent	57
C. Etude des réseaux en régime transitoire	62
D Exercices	68
Chapitre 5. Transformation de Laplace	71
A. Introduction	72
B. Fonction de transfert (introduction)	78
Chapitre 6. Représentation par schéma-blocs	81
A. Rappels sur la transformation de Laplace	82
B. Schéma bloc	82
C. Fonctions de transfert	84
D. Manipulations sur les blocs	86
E. Exercices	87
Partie C : Chaîne d'énergie	91
Chapitre 7. Sources d'énergie	93
A. Généralités	94
B. Sources de tension sinusoïdale	94
C. Source de tension continue	105
D. Source non sinusoïdale	106
E. Exercices	112

Chapitre 8. Convertisseurs statiques	117
A. Conversion AC-DC (Redresseurs)	118
B. Convertisseur DC-DC (Hacheur)	127
C. Convertisseur DC-AC (Onduleur)	153
D. Exercices	165
Chapitre 9. Moteurs à courant continu	175
A. Principe du moteur à courant continu	176
B. Modélisation électrique	176
C. Alimentation du moteur	178
D. Modélisation en régime transitoire	181
E. Exercices	184
Chapitre 10. Moteurs asynchrones	189
A. Généralités	190
B. Etude du moteur asynchrone	190
C. Exercices	198
Chapitre 11. Moteurs synchrones	205
A. Généralités	206
B. Principe de fonctionnement	207
C. Modèle électrique	207
D. Stratégie de commande	209
E. Exercices	214
Chapitre 12. Cinématique	217
A. Généralités de la cinématique du point	218
B. Déplacement d'un point	219
C. Généralités de la cinématique du solide	223
D. Torseur cinématique	225
E. Composition des mouvements	229
F. Lois entrée-sortie des mécanismes	229
G. Exercices	234
Chapitre 13. Théorie des mécanismes	243
A. Liaisons mécaniques	244
B. Schéma cinématique	257
C. Théorie des mécanismes	262
D. Exercices	270
Chapitre 14. Statique	275
A. Généralités	276
B. Action mécanique	276
C. Principe fondamental de la statique (PFS)	282
D. Frottement et adhérence - Lois de Coulomb	285
E. Exercices	291
Chapitre 15. Dynamique	295
A. Caractéristiques d'inertie	296
B. Matrice d'inertie d'un solide	296
C. Torseur cinétique	298
D. Torseur dynamique	300
E. Energie cinétique	301
F. Théorème de l'énergie cinétique (TEC)	304

G. Principe fondamental de la dynamique (PFD)	308
H. Exercices	316
Chapitre 16. Transmission de puissance	327
A. Transmission indirecte	328
B. Transmission directe	330
C. Trains épicycloïdaux	335
D. Exercices	345
Partie D : Performance des systèmes asservis	351
Chapitre 17. Modélisation et réponse d'un système asservi	353
A. Introduction aux systèmes asservis	354
B. Représentation par schéma-blocs	359
C. Identification d'un système asservi	361
D. Exercices	374
Chapitre 18. Réponse harmonique des systèmes asservis	379
A. Rappels sur les systèmes asservis	380
B. Représentation dans le plan de Bode	381
C. Critères de stabilité	391
D. Approche méthodique des tracés de Bode	398
E. Exercices	404
Chapitre 19. Correction des systèmes asservis	417
A. Généralités	418
B. Etude détaillée des correcteurs P et PI	421
C. Réglages des correcteurs	426
D. Exercices	432
Partie E : Chaîne d'information	441
Chapitre 20. Capteurs et détecteurs	443
A. Généralités	444
B. Technologie des capteurs et détecteurs	447
C. Codeurs	450
D. Exercices	455
Chapitre 21. Amplification du signal	461
A. Conditionnement du signal	462
B. Caractéristiques de l'Amplificateur Linéaire Intégré	462
C. ALI en mode non linéaire	464
D. ALI en mode linéaire	466
E. Exercices	473
Chapitre 22. Filtrage du signal	479
A. Généralités	480
B. Filtres analogiques passifs	481
C. Filtres analogiques actifs	493
D. Exercices	500
Chapitre 23. Conversion analogique-numérique et numérique-analogique	505
A. Echantillonnage	506
B. Exercices	515

Chapitre 24. Logique combinatoire	519
A. Généralités	520
B. Opérateurs logiques	523
C. Propriétés et théorèmes	525
D. Equations de sortie	526
Chapitre 25. Logique séquentielle	529
A. Système séquentiel	530
B. Graphe d'état	530
C. Algorigramme (ou algorithme)	537
Corrigés des exercices	541
Corrigés de la partie B « Rappels »	542
Chapitre 4. Electrocinétique	542
Chapitre 6. Représentation par schéma blocs	548
Corrigés de la partie C « Chaîne d'énergie »	554
Chapitre 7. Sources d'énergie	554
Chapitre 8. Convertisseurs statiques	557
Chapitre 9. Moteurs à courant continu	564
Chapitre 10. Moteurs asynchrones	567
Chapitre 11. Moteurs synchrones	572
Chapitre 12. Cinématique	575
Chapitre 13. Théorie des mécanismes	580
Chapitre 14. Statique	583
Chapitre 15. Dynamique	587
Chapitre 16. Transmission de puissance	596
Corrigés de la partie D « Systèmes asservis »	600
Chapitre 17. Modélisation et réponse d'un système asservi	600
Chapitre 18. Réponse harmonique des systèmes asservis	603
Chapitre 19. Correction des systèmes asservis	610
Corrigés de la partie E « Chaîne d'information »	617
Chapitre 20. Capteurs et détecteurs	617
Chapitre 21. Amplification du signal	619
Chapitre 22. Filtrage du signal	622
Chapitre 23. Conversion analogique-numérique et numérique-analogique	626
Annexes	629
Table des transformées de Laplace	629
Abaques du second ordre	630
Sujets de concours	631
Index	633

Partie A : Structure d'un système multiphysique

Les systèmes industriels complexes sont développés afin de répondre à un ou des besoins spécifiques, et font appel à l'ensemble des technologies industrielles.

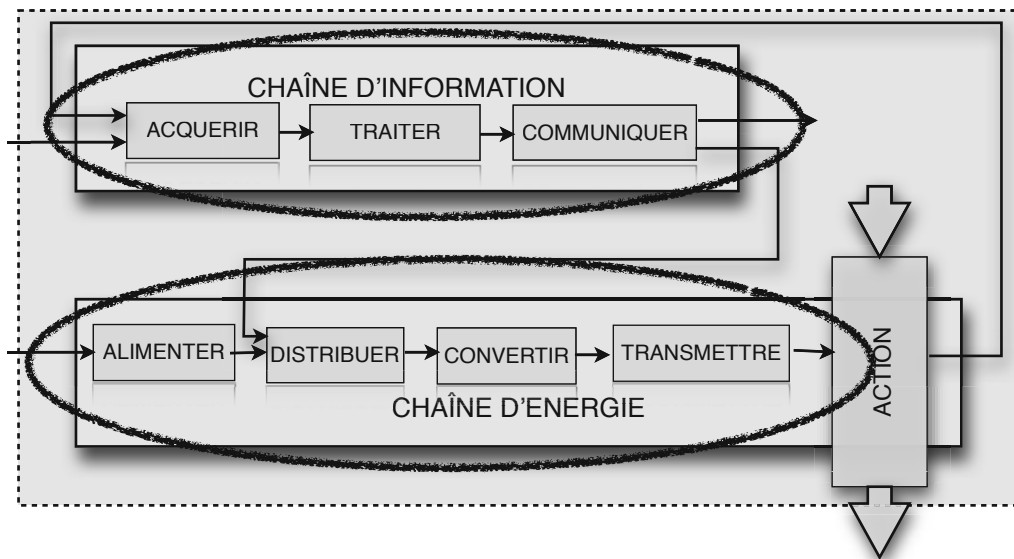
Cette première partie a pour ambition la description et la modélisation :

- des exigences que doit respecter le système,
- de la structure de ce système,
- des flux d'énergie qui transitent en son sein,
- de son comportement attendu.

Elle se compose de deux chapitres :

- chapitre 1 : analyse structurelle d'un système multiphysique ;
- chapitre 2 : analyse fonctionnelle d'un tel système.

Chapitre I. Analyse structurelle



A. Ingénierie Système

A.1 Définition d'un système

Nous appellerons système tout assemblage d'éléments en interactions les uns par rapport aux autres, conçu de façon à réaliser une ou plusieurs fonctions particulières.

Le programme de Sciences Industrielles de l'Ingénieur repose sur l'étude de systèmes pluritechniques, ainsi appelés car ils mettent en œuvre des technologies diverses : conversion électromécanique, transmission de puissance, automatisation, ...

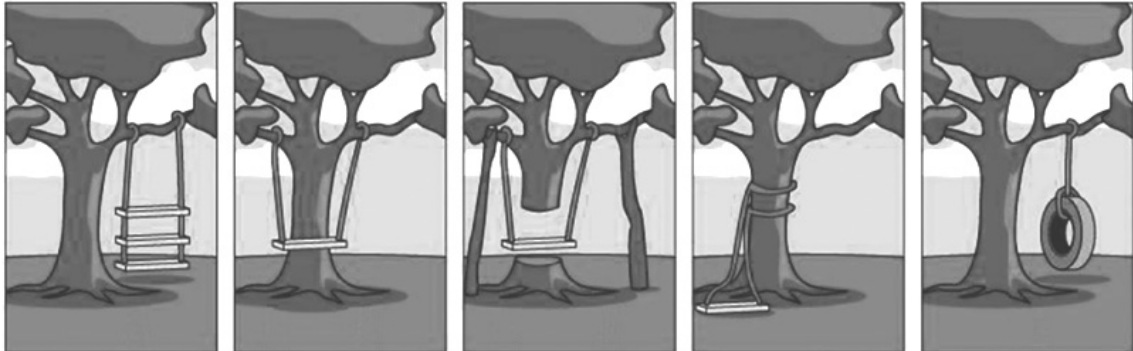
A.2 Définition de l'ingénierie système

L'ingénierie système est une démarche regroupant l'ensemble des activités liées au cycle de vie d'un système, depuis la définition de ses attendus jusqu'à son évolution.

Les modèles utilisés peuvent être des représentations concrètes (CAO) ou plus abstraites.

A.3 Intérêts de l'ingénierie système

On observe souvent lors de la conception et du développement d'un système un manque de rigueur dans l'expression des besoins, qui sont mal identifiés.



Ce que le client a expliqué

Ce que l'ingénieur a conçu

Ce que le chef de projet a compris

Ce que l'automaticien a écrit

Ce que le client souhaitait réellement

Ces écarts sont à l'origine de retards dans les projets, et d'insatisfaction du client. Pour remédier à ces inconvénients, la modélisation des systèmes s'impose.

La modélisation permet :

- de mieux définir les exigences,
- d'améliorer la qualité de la conception,
- de faciliter le développement des systèmes complexes,
- de représenter de façon exhaustive le système.

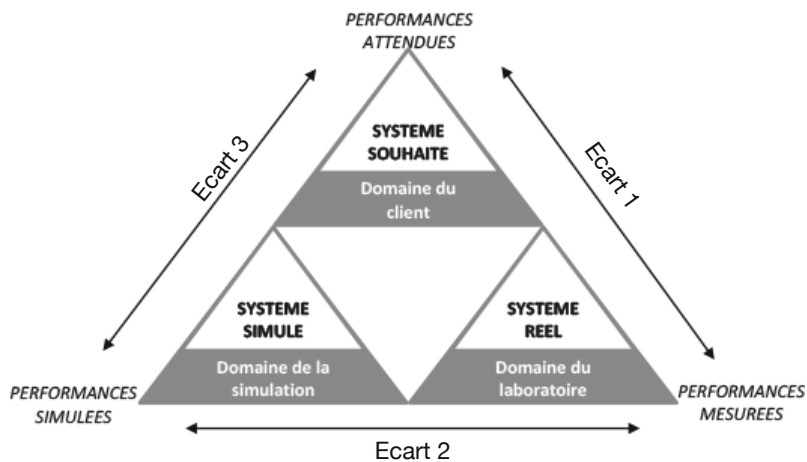
A.4 Etude des systèmes

A.4.1 Nature des systèmes

Quand on parle de système, on peut entendre :

- le système souhaité, associé à des performances attendues ;
- le système réel, associé à des performances mesurées ;
- le système simulé, associé à des performances simulées.

L'étude des systèmes a pour but de quantifier les écarts entre ces différents systèmes :



Un système souhaité sera décrit par des outils de description permettant de préciser les fonctions du système et de quantifier ses performances.

Un système simulé est modélisé par des lois comportementales, de façon à estimer ses capacités à répondre aux attentes du système souhaité.

Un système réel est la conséquence des choix effectués lors des simulations. Il est alors possible de mesurer les performances réelles et de les comparer aux performances attendues.

Les écarts entre chaque système font l'objet d'analyses et, le cas échéant, d'une reconfiguration.

A.4.2 Démarches de l'ingénieur

L'ingénieur doit être en mesure de :

- vérifier les performances attendues du système, en évaluant l'écart 1 ci-dessus entre le système réel et les attentes du client : **Compétence de vérification** ;
- construire et valider une simulation, en mesurant et analysant les écarts 2 entre les résultats d'une simulation et le système réel : **Compétence de validation** ;
- prévoir les performances attendues à partir de sa modélisation, en maîtrisant l'écart 3 : **Compétence de prévision**.

A.4.3 Intérêt de la modélisation

La performance de la modélisation d'un système permet de réduire significativement les temps et coûts de développement d'un système.

C'est ainsi que le Falcon 7X a été développé exclusivement par modélisation. Aucun prototype réel de cet avion n'a été créé.

En revanche, le prototype modélisé a volé plusieurs milliers d'heures en toutes conditions de vol...



Les opérations de montage et démontage des équipements ont été simulées avec des mannequins virtuels.

Même les unités et usines de production ont été modélisées avant la production de l'avion.



A.4.4 Modèles exploités en CPGE ATS

Un certain nombre d'outils normalisés de modélisation seront étudiés en sciences industrielles de l'ingénieur en CPGE ATS.

Nous utiliserons :

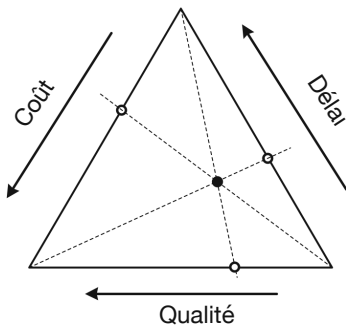
- le langage SysML qui permet une modélisation fonctionnelle, structurelle et comportementale du système ;
- la schématisation normalisée, et en particulier le schéma cinématique qui permet de décrire les mouvements relatifs entre les différents sous-ensembles d'un mécanisme ;
- les modèles mathématiques qui permettent de prédire les grandeurs physiques en jeu dans le comportement du système ;
- la modélisation informatique du comportement du système, qu'elle soit causale ou acausale.

A.5 Cycle de vie - Conduite de projet

A.5.1 Cycle de vie

L'agence française de normalisation (AFNOR) définit le projet de la façon suivante :

«Un projet se définit comme une démarche spécifique qui permet de structurer méthodiquement une réalité à venir. Un projet est défini et mis en œuvre pour élaborer la réponse au besoin d'un utilisateur, d'un client ou d'une clientèle et il implique un objectif et des actions à entreprendre avec des ressources données».

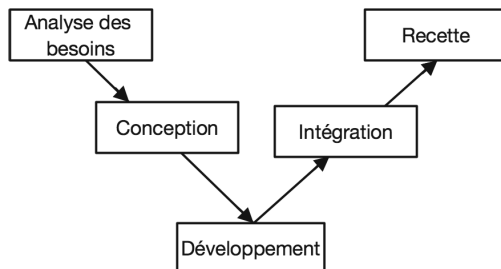


Un projet est toujours un compromis entre trois caractéristiques : Qualité, Coût et Délai du projet.

Intervenir sur une de ces caractéristiques influence systématiquement les deux autres. Ce phénomène est mis en évidence par le triangle «Qualité - Coût - Délai» ci-dessus.

Un projet comporte globalement 3 phases, connues sous la désignation «3C» : Cadrer - Conduire - Conclure.

- Phase de préparation : il s'agit de l'analyse des besoins et de l'analyse de l'opportunité de mener à bien ce projet. Appelée également avant-projet, cette phase aboutit à la rédaction du cahier des charges.
- Phase de réalisation : elle débute par la réception du cahier des charges et s'achève à la livraison du produit. C'est la phase opérationnelle du projet.
- Phase de fin de projet : le produit est mis en situation de production, et il s'agit dans cette phase de s'assurer de son adéquation avec les besoins attendus.



A.5.2 Conduite de projet

Plusieurs cycles de développement de projet existent. Nous aborderons le cycle en cascade, le cycle en V et le cycle itératif.

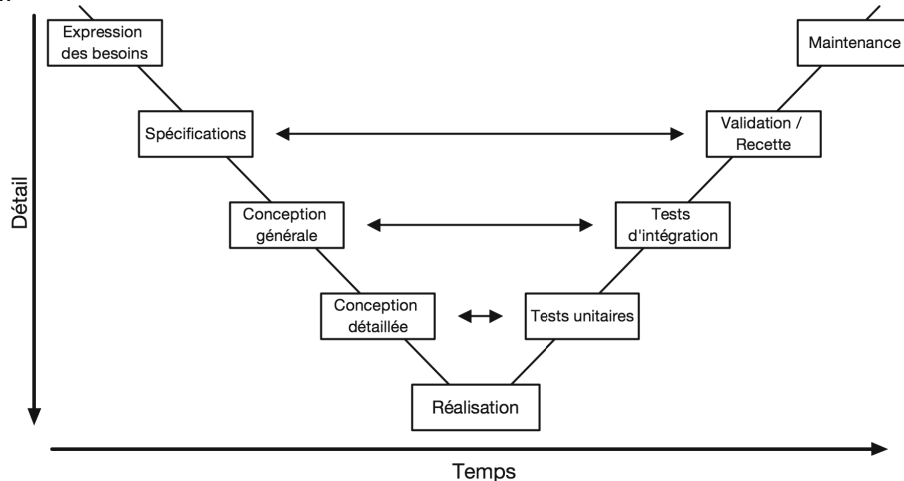
A.5.2.1 Cycle en cascade

Le modèle en cascade est issu du génie civil. Dans ce modèle, l'ensemble des phases opérationnelles de développement s'enchaînent les unes après les autres (d'où le terme «cascade»).

Ce cycle est très exigeant en terme de qualité, car la non-validation d'une phase peut se révéler désastreuse et coûteuse. Il est donc réservé à l'industrie lourde.

A.5.2.2 Cycle en V

Le manque de réactivité du modèle en cascade a abouti à la création du cycle suivant, appelé cycle en V.

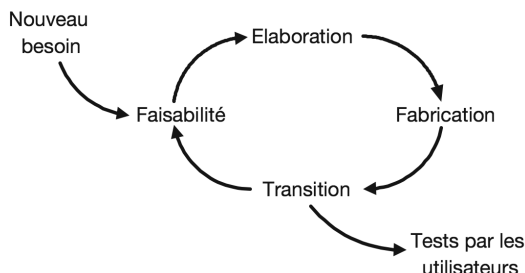


En cas de problème sur une phase, le retour en arrière est plus limité. Lorsque des défauts sont détectés, ils sont intégrés dans la phase correspondante en vis-à-vis.

De même, ce cycle montre la nécessité de l'anticipation : les critères des tests de validation sont définis lors des phases correspondantes.

Ce cycle est devenu le standard de la gestion de projet industriel.

A.5.2.3 Cycle itératif



L'idée générale est de livrer le plus rapidement possible (8 semaines maximum) un produit qui puisse être testé par le client, et de recueillir ses avis et critiques, pour ensuite se lancer dans un nouveau cycle.

Ainsi, la phase de livraison devient phase de «transition» dans laquelle le client fait part de ses remarques et exprime l'équivalent d'un nouveau besoin, qui va relancer un nouveau cycle.

Cette méthode se doit d'être très réactive, et chacune des itérations doit être la plus courte possible.

Ce cycle itératif est bien adapté au développement informatique, demandant peu de ressources matérielles.

B. Structure des systèmes

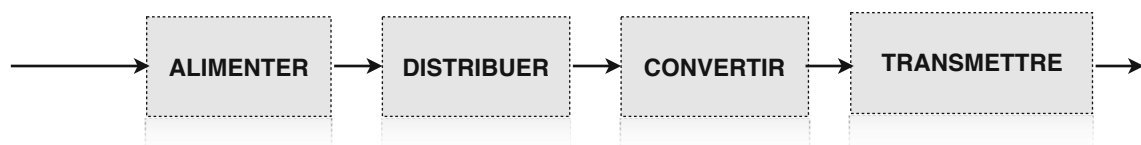
Tout système est constitué d'une succession d'éléments permettant de transmettre l'énergie depuis la source vers les actionneurs (éléments du système agissant sur la matière d'œuvre). L'ensemble de ces éléments constitue la chaîne d'énergie.

Le système adapte son comportement en fonction d'informations sur l'état du système. Il s'agit donc de récupérer ces informations, de les traiter et ensuite de communiquer le résultat de ce traitement.

L'ensemble des éléments impliqués constitue la chaîne d'information.

B.1 Chaîne d'énergie

La chaîne d'énergie a pour rôle la mise en œuvre des éléments qui vont assurer la réalisation des fonctions demandées dans le cahier des charges.



La fonction «**ALIMENTER**» regroupe les constituants permettant de connecter la source d'énergie dans le système : raccordement réseau, batteries, ...

La fonction «**DISTRIBUER**» a pour rôle d'acheminer la source d'énergie, après l'avoir éventuellement adaptée, vers les actionneurs adéquats du système : relais, distributeur pneumatique, variateur, hacheur, ... Cette fonction nécessite des ordres de pilotage issus de la chaîne d'information.

La fonction «**CONVERTIR**» va transformer la nature de l'énergie afin de la rendre compatible avec la nature de la transformation de matière d'œuvre : moteurs électriques, moteurs thermiques, génératrices, vérins, ...

La fonction «**TRANSMETTRE**» regroupe les éléments qui vont acheminer cette énergie convertie de façon à la rendre disponible pour l'action à réaliser : transmission par engrenages, transformation de mouvement vis-écrou, embrayages, poulies-courroies.

B.2 Chaîne d'information

La chaîne d'information a pour rôle l'acquisition de l'état du système en entrée, et la transmission d'informations en sortie (à destination du système ou de l'opérateur).



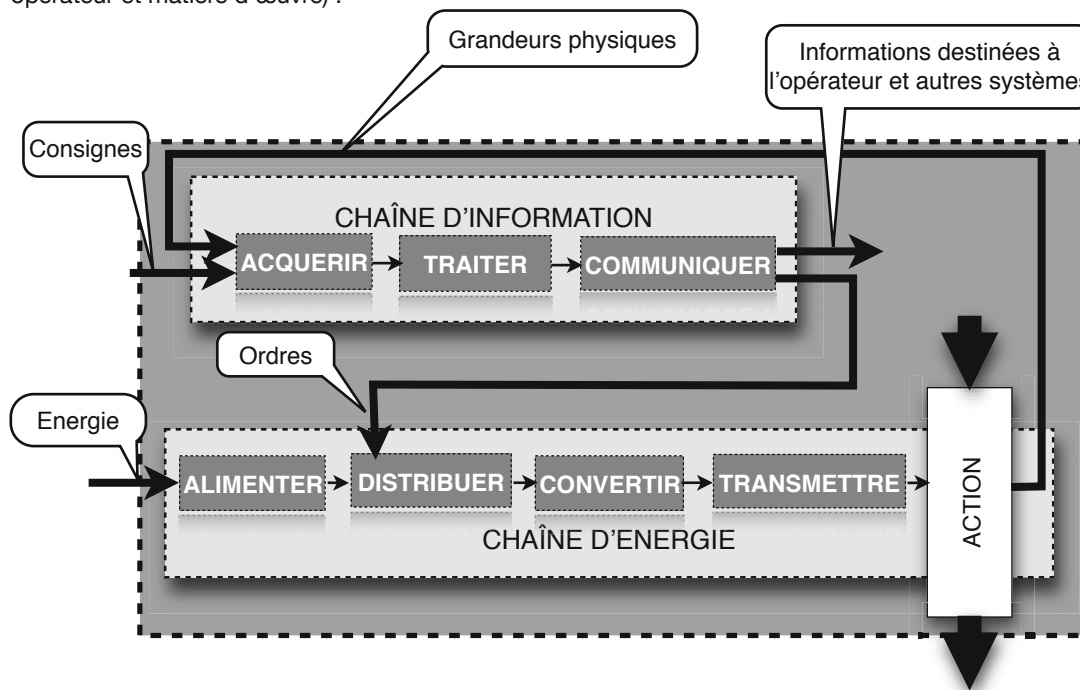
La fonction «**ACQUERIR**» renseigne le système et/ou l'utilisateur sur l'état du système. Elle permet également de prendre en compte des consignes émanant de l'opérateur : capteurs, interface homme/machine, acquisition numérique de données.

La fonction «**TRAITER**» manipule ces données de façon à faire évoluer le système : automate programmable, ordinateur, logique câblée, supervision

La fonction «**COMMUNIQUER**» permet d'acheminer le résultat de ce traitement vers le système (vers la fonction «**DISTRIBUER**») ou vers l'opérateur : commandes Tout-Ou-Rien, liaisons réseau, bus de capteurs/actionneurs, interface homme/machine.

B.3 Structure globale d'un système

Le schéma ci-dessous représente de façon générique la structure d'un système, mettant en évidence les liens entre la chaîne d'information, la chaîne d'énergie et l'environnement extérieur (source d'énergie, opérateur et matière d'œuvre) :



B.4 Flux échangés au sein du système

Les flux transitant au sein du système peuvent être de trois natures :

- énergie,
- information,
- matière.

Chaque flux d'énergie est caractérisé par deux variables physiques :

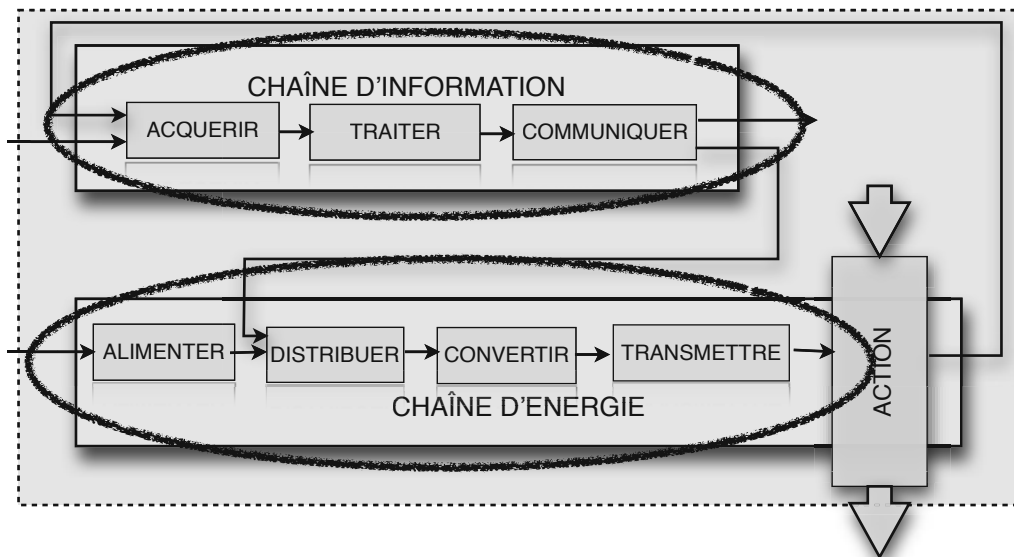
- une variable **potentielle**,
- une variable de **flux**.

Le produit de ces deux variables est la **puissance** du flux.

Exemples de flux :

Nature du flux	Caractéristique du flux	
	Variable potentielle	Variable de flux
Energie électrique	Tension (V)	Intensité (A)
Energie mécanique (translation)	Force (N)	Vitesse linéaire (m.s ⁻¹)
Energie mécanique (rotation)	Couple (Nm)	Vitesse angulaire (rad.s ⁻¹)
Energie pneumatique/hydraulique	Pression (Pa)	Débit (m ³ .s ⁻¹)
Information		
Matière		

Chapitre 2 . Analyse fonctionnelle



La conduite d'un projet nécessite des échanges continuels entre les différents acteurs. Nous devons pouvoir décrire la finalité d'un système, ce qui en est attendu, son fonctionnement, sa décomposition en sous-ensembles, etc.

Pour que cette communication soit la plus efficace possible, il est impératif de disposer d'outils et de langages de description qui seront communs à tous ces acteurs.

A. Généralités

A.1 Introduction

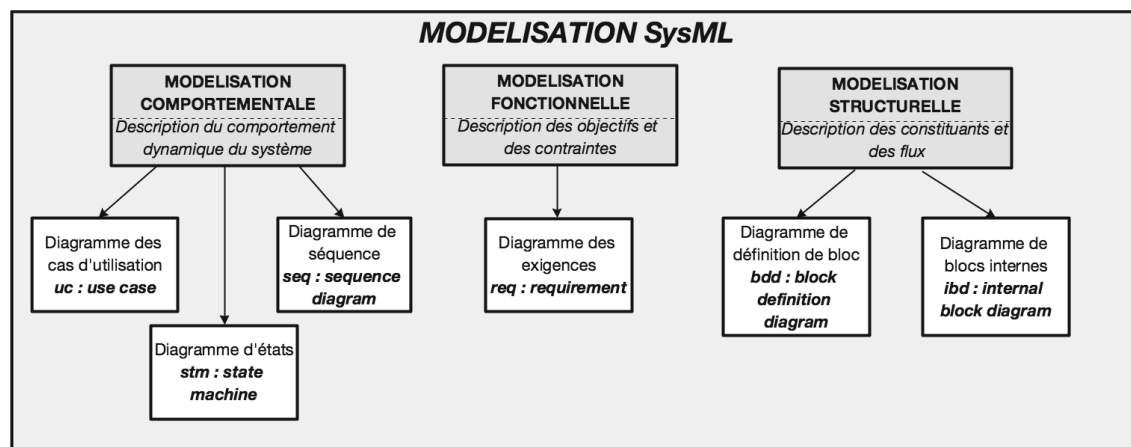
Le langage SysML (System Modeling Language) est un outil graphique de représentations abstraites (modèles) utilisé pour développer ou décrire des systèmes complexes.

Il permet à tous les concepteurs et utilisateurs d'un système (ingénieur, technicien, service marketing, client, etc.) d'utiliser un langage commun.

Ce langage permet :

- d'analyser la structure et le fonctionnement des systèmes,
- de décrire les systèmes et concevoir des systèmes composés de sous-systèmes ,
- de vérifier et valider la faisabilité d'un système avant sa réalisation.

Il comporte 9 diagrammes, qui ont pour ambition de structurer la description selon 3 points de vue.



Un diagramme SysML n'est **pas nécessairement exhaustif** : on ne représente que les informations nécessaires permettant de faire comprendre ses intentions. Ceci permet d'une part de ne pas alourdir la représentation, et d'autre part de se focaliser sur les aspects essentiels des éléments à communiquer.

A.2 Modélisation fonctionnelle

Le diagramme des exigences traduit par des fonctionnalités ou des conditions ce qui doit être satisfait par le système.

A.3 Modélisation comportementale

Diagramme de cas d'utilisation

Il représente les services attendus par le système d'un point de vue extérieur au système.

Diagramme de séquence

Il illustre la description textuelle des cas d'utilisation. Il décrit graphiquement l'interaction entre l'acteur (ou les acteurs) et le système.

Diagramme d'activité

Il représente graphiquement, sous forme d'organigramme, les cas d'utilisations.

Diagramme d'états

Ils servent à représenter les différents états d'un objet quelconque en fonction de son état courant et des événements qui lui arrivent.

A.4 Modélisation structurelle

Diagramme de définition de blocs

Il décrit la structure du système en montrant les sous-ensembles (nommés blocs) qui le constituent et les relations qui les lient.

Diagramme de bloc interne

Il décrit l'organisation interne des blocs (ou d'un ensemble de blocs) définis précédemment en indiquant les flux d'information et d'énergie y circulant.

Diagramme paramétrique

Il permet d'intégrer des analyses systèmes (performance, fiabilité) par des blocs contraintes.

Diagramme de packages

Il sert à représenter les dépendances entre sous-ensembles.

B. Diagramme des exigences (REQ)

Pour découvrir les différents diagrammes, nous prendrons pour support une balance culinaire.

Cette balance permet la pesée d'aliments jusqu'à 3 kg, avec une précision d'un gramme.

Elle inclut une fonction de retarage manuel, et une conversion poids/volume.



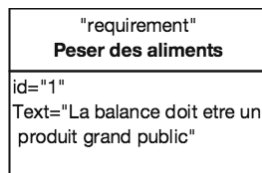
B.1 Objectif

Le diagramme des exigences traduit par des fonctionnalités ou des conditions ce qui doit (ou devrait) être satisfait par le système.

Il traduit le cahier des charges, avec des exigences qui peuvent être fonctionnelles, de performances, de contraintes, etc.

Une exigence (Requirement, «req» en abrégé) permet de spécifier une capacité ou une contrainte qui doit être satisfaite par un système. Elle peut spécifier une fonction que le système devra réaliser ou une condition de performance, de fiabilité, de sécurité, etc.

Les exigences servent à établir un contrat entre le client et les réalisateurs du futur système.



Les deux propriétés de base d'une exigence sont :

- un identifiant unique (permettant ensuite de gérer la traçabilité avec l'architecture, etc.),
- un texte descriptif.

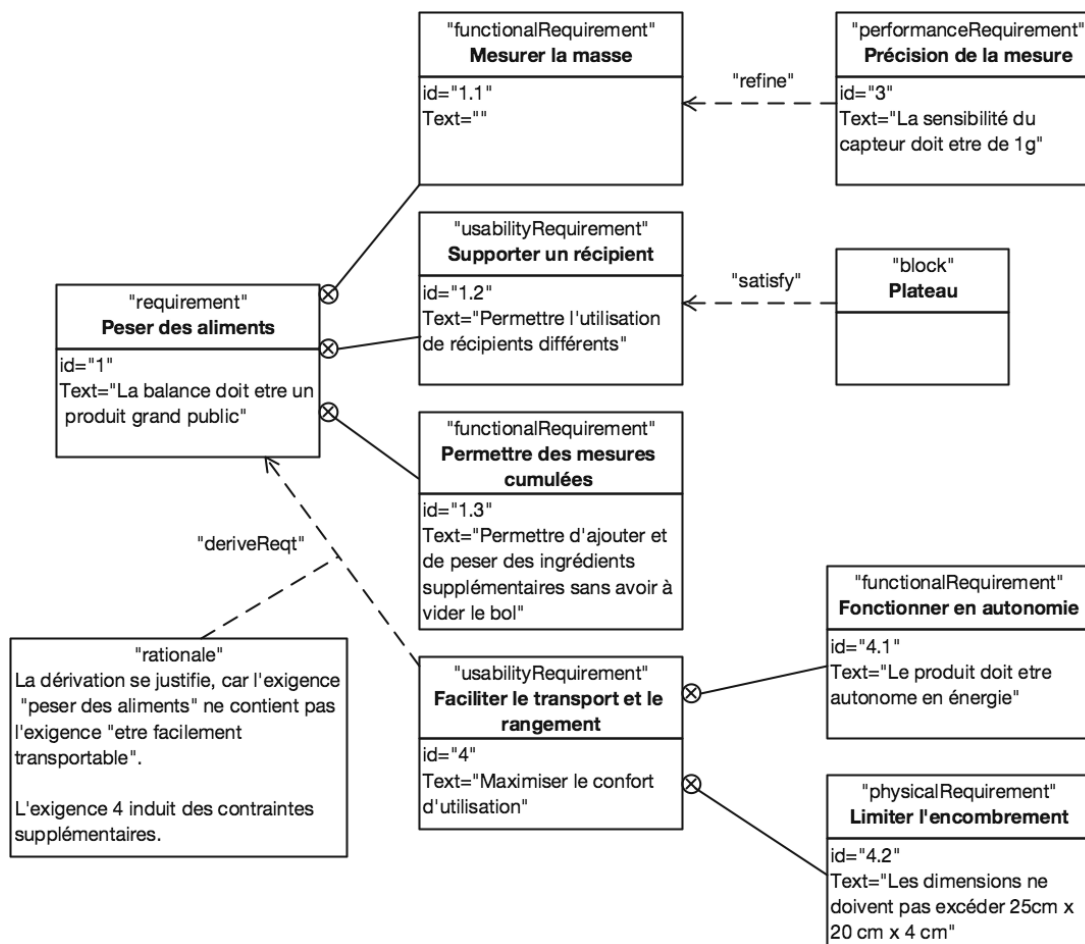
B.2 Le cartouche de diagramme

req [Paquet] Diagramme d'exigences [Exigences de pesée]

Un cartouche positionné en haut à gauche du diagramme permet de spécifier le type de diagramme SysML, le type de l'élément concerné, l'élément concerné, et le nom du diagramme.

B.3 Construction

Le diagramme des exigences débute par l'exigence globale du système, qui sera ensuite décomposée en exigences unitaires.



B.4 Les liaisons

Les exigences peuvent être reliées entre elles par des relations de :

Contenance	Raffinement	Dérivation	Satisfaction
Permet de décomposer une exigence composite en plusieurs exigences unitaires	Consiste en l'ajout de précisions, par exemple de données quantitatives.	Permet de relier des exigences de niveaux différents par exemple des exigences système à des exigences de niveau sous-système, etc...	Précise l'élément du système, issu du diagramme de définition de bloc (BDD), qui permet de satisfaire l'exigence désignée

B.5 Les notes graphiques (commentaires)

Deux mots-clés particuliers ont été définis afin de les représenter :

- des problèmes à résoudre « problem » ;
- des justificatifs « rationale ».

B.6 La traçabilité

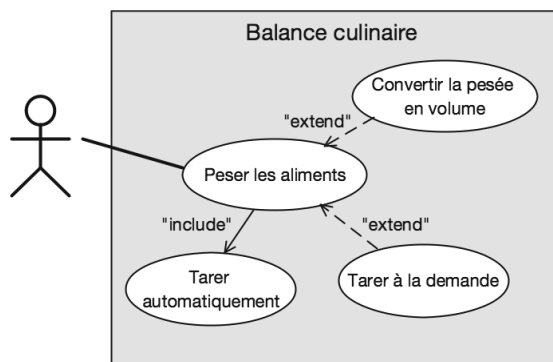
Elle permet de s'assurer de la cohérence entre ce que fait réellement le projet et ce qu'il doit faire et de faciliter l'analyse d'impact en cas de changement.

Le diagramme d'exigences permet ainsi tout au long d'un projet de relier les exigences avec d'autres types d'élément SysML par plusieurs relations :

- exigence / élément comportemental : « refine » (cas d'utilisation, diagramme d'états, etc.) ;
- exigence / bloc d'architecture : « satisfy » (lien avec l'élément qui satisfait l'exigence).

C. Diagramme des cas d'utilisation (UC)

C.1 Objectif

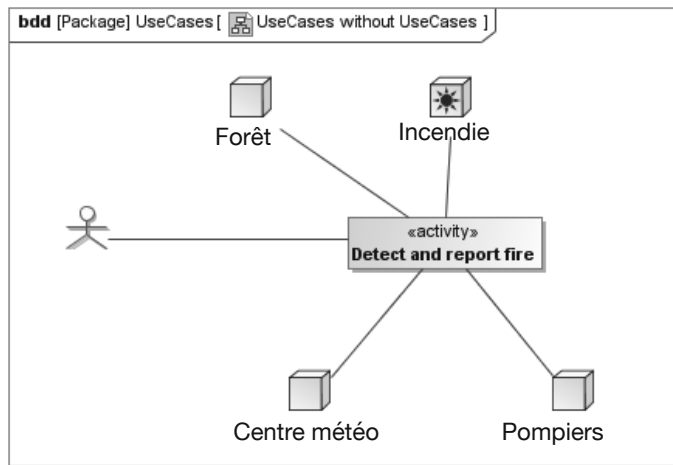


Il représente les services attendus par le système d'un point de vue de l'acteur, donc d'un point de vue extérieur au système.

Il permet de décrire ce que le futur système devra faire, **sans toutefois spécifier comment il le fera.**

Il permet de déterminer les frontières du système et de le placer dans son contexte. A ce niveau, les fonctions internes du système ne nous intéressent pas.

C.2 Les acteurs



Un «acteur» représente un rôle qui peut être tenu par un humain ou n'importe quel autre système. Il indique avec quoi le système sera en interaction.



L'acteur principal humain est celui pour qui le cas d'utilisation produit un résultat concret.

Il est possible d'avoir plusieurs acteurs principaux.

Le symbole est à gauche du diagramme.

Les acteurs secondaires (non humains) sont souvent sollicités pour des informations complémentaires ; ils peuvent uniquement consulter ou informer le système lors de l'exécution du cas d'utilisation.

Leur symbole est à droite du diagramme.

C.3 Les cas d'utilisation

La recherche des cas d'utilisation consiste à trouver des cas dans lesquels le système est utilisé pour mener à bien une tâche spécifique d'un acteur.

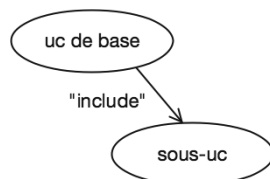
Chaque cas représente un ensemble de séquence d'actions réalisées par le système.

Les cas d'utilisation sont décrits par un verbe d'action.

Peser les aliments

C.4 Relation entre cas d'utilisation

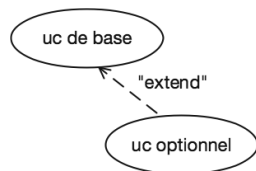
C.4.1 Relation d'inclusion : « include »



Il permet de faire ressortir une sous-fonctionnalité.

Le cas d'utilisation de base inclut obligatoirement le service décrit par cette relation.

C.4.2 Relation d'extension : « extend »



Le cas d'utilisation de base incorpore un autre cas d'utilisation mais optionnel.

D. Diagramme de définition de bloc (BDD)

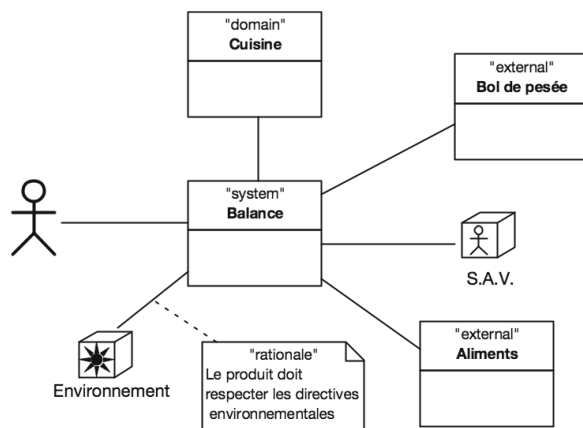
D.1 Objectif

Il décrit la structure du système en montrant les sous-ensembles (nommés blocs) qui le constituent et les relations qui les lient. Il permet de décrire la structure du système par des liens de composition.

Il donne une représentation statique du système, mais ne décrit pas le fonctionnement du système.

D.1.1 BDD du contexte

Le BDD du contexte définit le système dans son environnement. Il met en relation le système dans sa globalité et l'ensemble des éléments appelés à interagir avec lui.



D.1.2 BDD du système

Le BDD du système définit l'architecture matérielle et logicielle de l'ensemble du système.

Il est possible de décrire par BDD l'architecture d'un sous-ensemble.

D.2 Propriétés

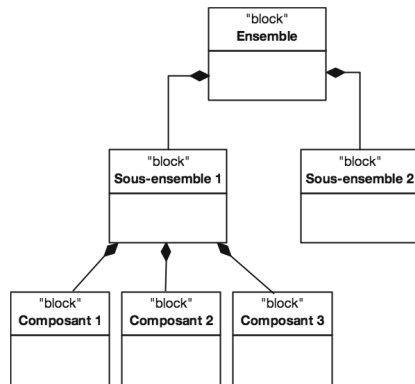
"block" Voiture
<i>parts</i> Roue avant : Roue [2] Roue arrière : Roue [2]
<i>values</i> numéro d'immatriculation

Les propriétés sont les caractéristiques de base du bloc. On distingue :

- les propriétés de type « Valeurs » : caractéristiques quantifiables (couleur, marque, année de mise en service, etc.),
- les propriétés de type « Parties » : elles décrivent la décomposition du bloc en termes d'autres blocs.

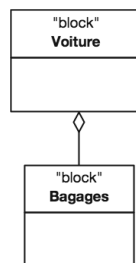
D.3 Relations

D.3.1 Relation de type Composition



Le bloc contenu fait partie du bloc principal. Un bloc représente le tout, et les autres ses parties.

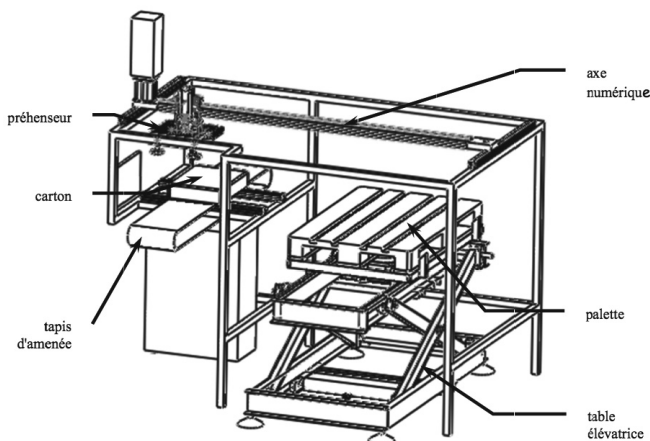
D.3.2 Relation de type Agrégation



Le bloc ne fait pas partie du bloc principal.
Pour fonctionner le bloc principal n'a pas forcément besoin du bloc contenu mais il peut en avoir besoin à un moment donné.

D.4 Exemple

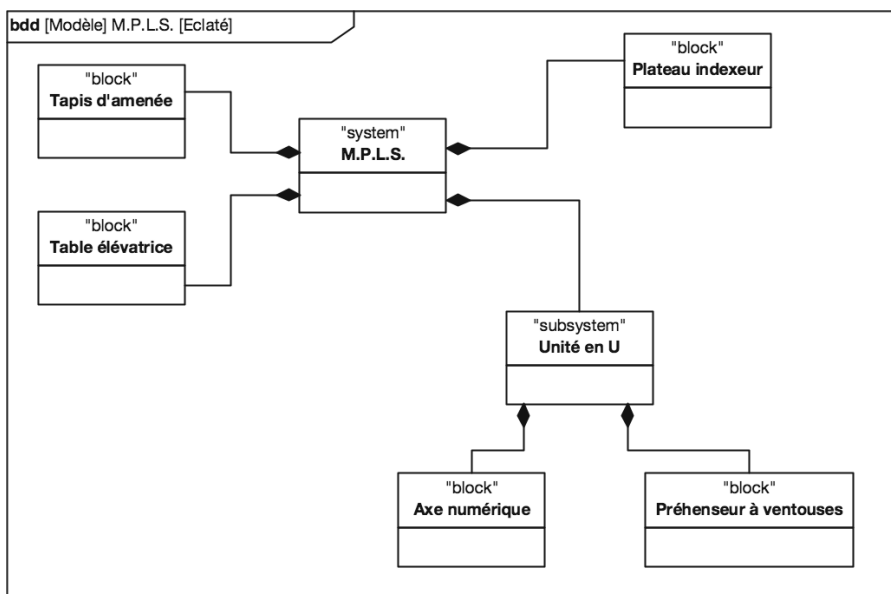
(Extrait du concours ATS 2016)



Le système MPLS (Multi Level Packaging System) a pour fonction le conditionnement de cartons. Il se comporte :

- d'un tapis d'amenée permettant d'acheminer les cartons au poste de préhension,
- d'une unité en U, composée d'un axe numérique et d'un préhenseur à ventouses, permettant la manipulation d'un carton à une position précise sur la palette,
- d'une table élévatrice permettant de descendre la palette de la hauteur d'un carton quand une couche est terminée,
- d'un plateau indexeur permet de faire tourner la palette par pas de 90° dans le sens horaire et en fonction des besoins du cycle.

Le diagramme de définition de blocs de ce système est proposé ci-dessous :



E. Diagramme de bloc interne (IBD)

E.1 Généralités

Ce diagramme (internal block diagram ou ibd) permet de décrire la structure interne d'un bloc extrait du BDD. Ce bloc extrait peut être le système, un sous-système, ou un bloc élémentaire.

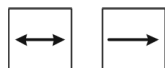
On y décrit les échanges de flux d'énergie, de matière ou d'information. Il est possible d'y adjoindre leur nature (électrique, mécanique, pneumatique).

E.2 Ports des blocs internes

Chaque bloc interne possède un ou plusieurs ports, par lesquels vont transiter :

- les flux,
- les consignes.

E.2.1 Port de flux



Un port de flux permet de faire entrer ou sortir un flux du bloc. Il peut être unidirectionnel ou bidirectionnel. Les flux sont ici des flux physiques.

Il est éventuellement possible de le nommer.

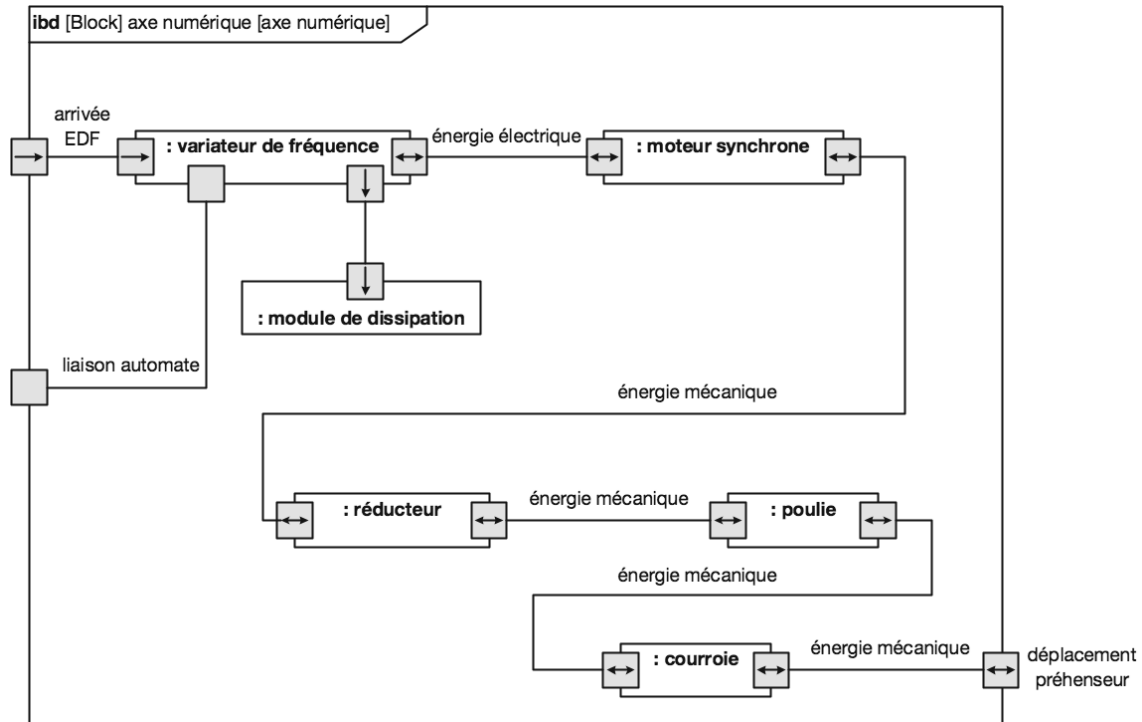
E.2.2 Port standard



Un port standard permet de connecter le bloc à une consigne, un ordre de commande ou un service. Il s'agit ici de services logiques.

E.2.3 Exemple

Reprenons l'exemple du système M.P.L.S. Le diagramme ibd de l'axe numérique est fourni ci-dessous :



F. Diagramme de séquence (SEQ)

F.1 Objectif

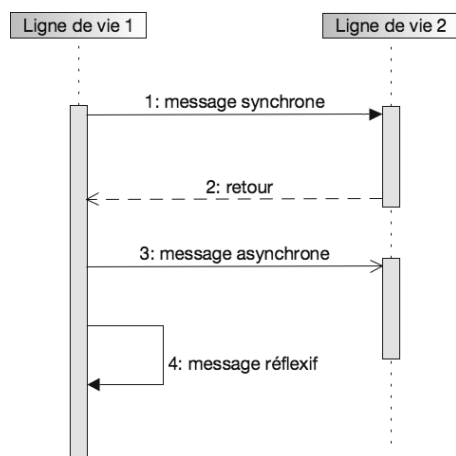
Le diagramme de séquence est un diagramme comportemental qui décrit la chronologie des échanges issus d'un cas d'utilisation entre les acteurs et le système et/ou ses sous-systèmes.

Il complète le diagramme de cas d'utilisation en décrivant graphiquement les interactions à l'aide de messages, et permet de décrire le comportement du système vu de l'extérieur.

Les principales informations contenues dans un diagramme de séquence sont les messages échangés entre les lignes de vie, présentés dans un ordre chronologique.

On retrouve un diagramme de séquence par cas d'utilisation.

F.2 Notation de base



Le diagramme de séquence se lit de haut en bas.

Ligne de vie : ligne verticale en pointillée représentant un élément participant au diagramme de séquence. Elle possède un nom et un type.

Message : élément de communication unidirectionnel entre lignes de vie qui déclenche une activité dans le destinataire.

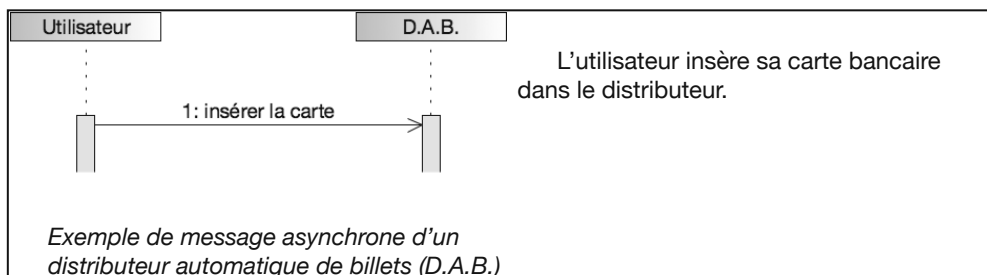
La réception d'un message provoque un événement chez le récepteur.

F.3 Messages

F.3.1 Message asynchrone

L'émetteur envoie son message sans attendre de réponse en retour.

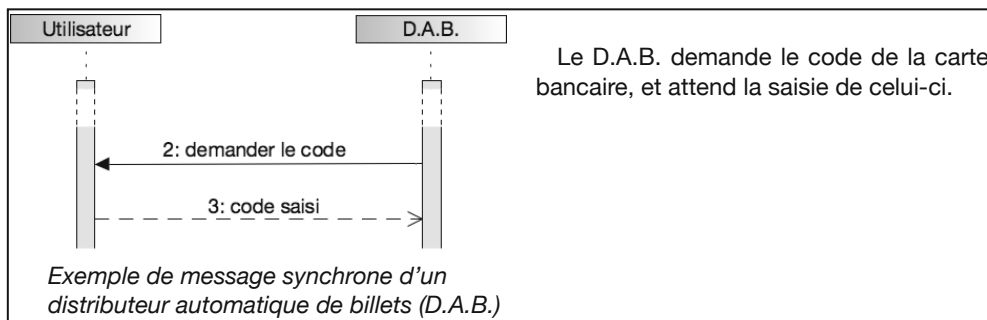
Le symbole du message asynchrone est une flèche pleine terminée par deux traits).



F.3.2 Message synchrone

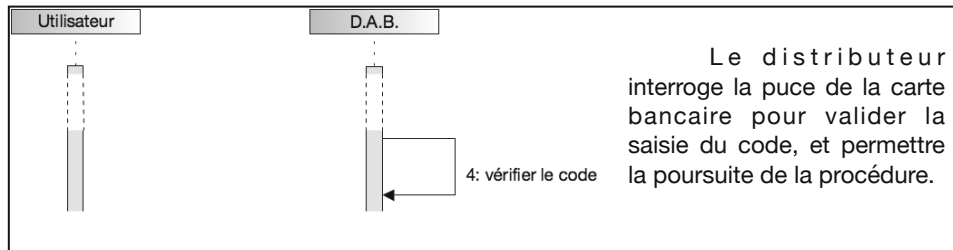
L'émetteur du message est bloqué en attente de la réponse : il ne fait rien entre l'émission et la réception. Il y a forcément un retour : le message retour est le résultat direct du message précédent.

Le symbole du message émis est une flèche pleine et triangle noir plein, celui de la réponse est une flèche en pointillés.



F.3.3 Message réflexif

Ce message représente un comportement interne. Le message est émis et reçu par la même ligne de vie.

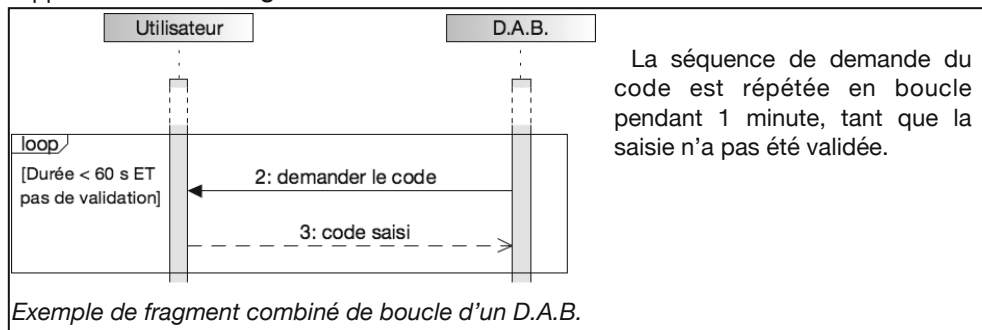


F.4 Fragments combinés

Un fragment combiné permet de faire apparaître des comportements différents en fonction de certaines conditions.

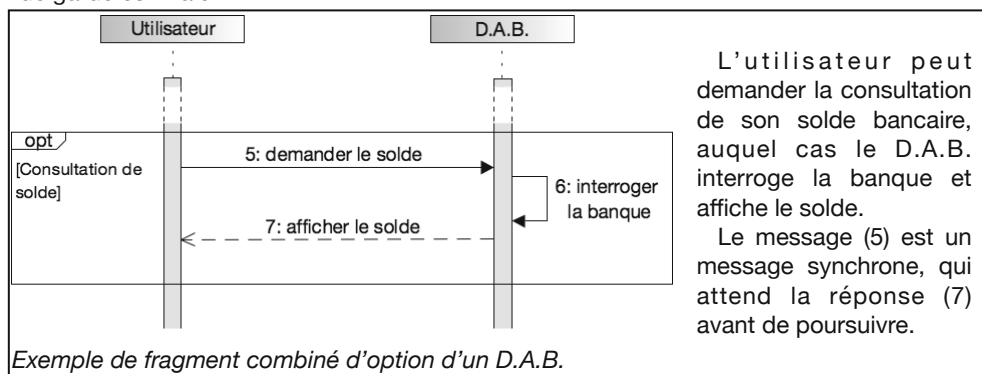
F.4.1 Boucle «Loop»

Les échanges contenus dans un fragment combiné de type «Boucle» sont réalisés tant qu'une condition appelée **condition de garde** est vraie.



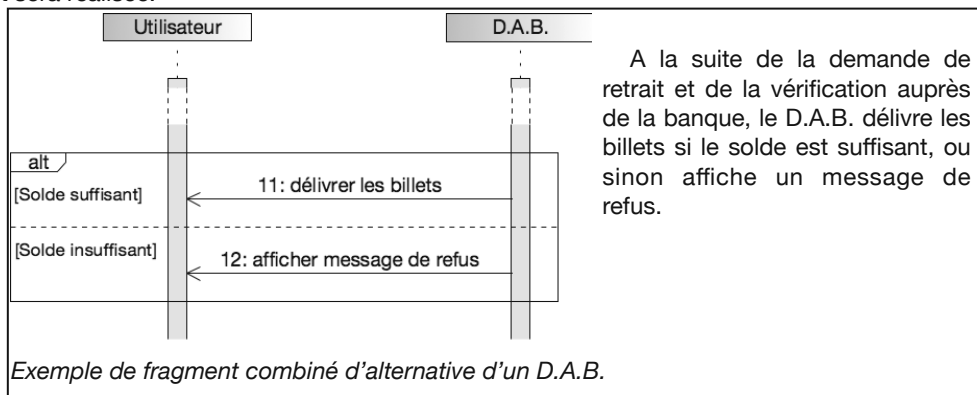
F.4.2 Option «Opt»

Les échanges contenus dans un fragment combiné de type «Option» ne sont réalisés que si la condition de garde est vraie.



F.4.3 Alternative «Alt»

En fonction de l'état de la condition de garde, l'une ou l'autre des possibilités contenues dans le fragment sera réalisée.



F.5 Exemple

On trouvera page suivante le diagramme de séquence complet du distributeur automatique de billets.

G. Diagramme d'état (STM)

G.1 Généralités

On appellera «**état**» une situation d'une durée finie pendant laquelle le système :

- exécute une activité particulière (constitué de plusieurs actions),
- satisfait à une certaine condition ou est en attente d'un événement.

Le passage d'un état à un autre se fait en franchissant une **transition**.

Le diagramme d'état décrit les états successifs d'un système ou d'un sous-système qui occupent des états bien définis au cours de leur fonctionnement (machine d'état). C'est le cas notamment d'un fonctionnement séquentiel.

Ce paragraphe présente certains points de normalisation du diagramme d'état, le chapitre consacré à la logique séquentielle abordera plus en détail ces diagrammes.

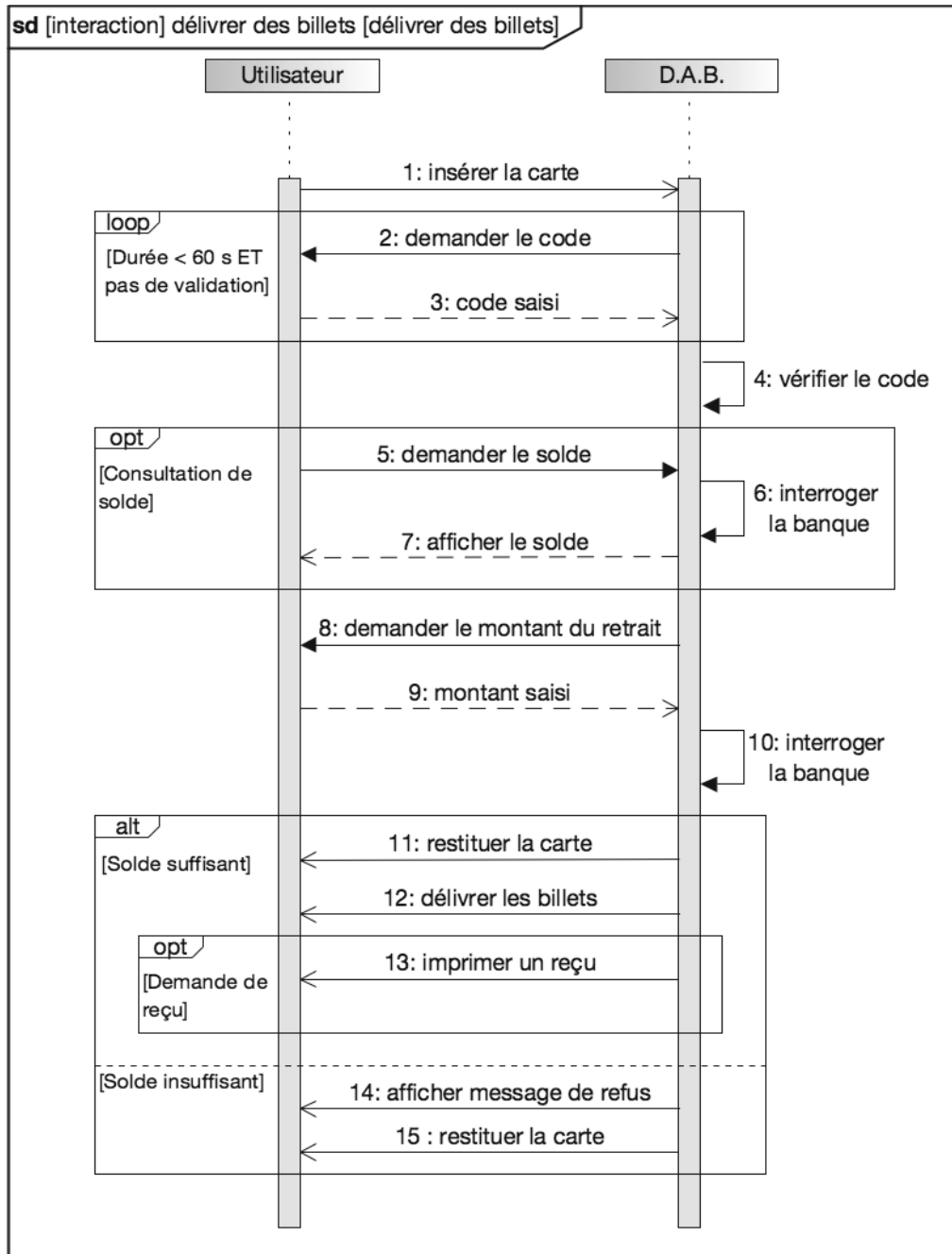


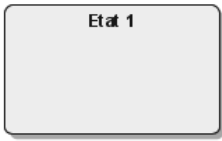
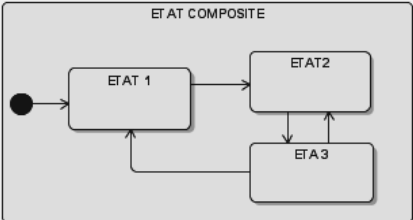



Diagramme de séquence d'un distributeur automatique de billets

Les principaux outils de description d'un diagramme d'état sont les suivants :

	<p>Etat initial : il désigne le point de départ de la séquence qui peut correspondre à ma mise en énergie</p>
	<p>Etat final : il représente la fin du fonctionnement du système qui peut correspondre à la mise hors énergie. Plus aucun état n'est actif</p>
	<p>Etat : un état représente une situation pendant laquelle:</p> <ul style="list-style-type: none"> • il satisfait une certaine condition, • il exécute une certaine activité, • il attend un certain événement.
	<p>Etat composite : aussi appelé super-état, il permet d'englober plusieurs sous-états. Il comporte un état initial.</p> <p>L'activation d'un état composite active le sous-état initial, tandis que sa désactivation entraîne la désactivation de tous les sous-états qui y sont contenus.</p>
<p>Condition</p>	<p>Transition : elle représente l'évolution du système d'un état à un autre selon une condition de déclenchement.</p>
	<p>Fourche (Fork) : active simultanément 2 états à partir d'un état antérieur. Il existe également l'union qui active 1 état à partir de 2 états précédents.</p>

La description d'un état peut inclure des événements internes, afin de montrer la réponse de l'état à l'occurrence de ces événements.

Les événements *entry*, *do* et *exit* indiquent ce qu'il se passe :

- à l'entrée dans l'état (mot clé *entry*),
- pendant l'état (*do*),
- à la sortie de l'état (*exit*).

G.2 Particularités liées aux états composites

G.2.1 Historique

G.2.2.1 Définition

Lorsqu'un diagramme d'état contient un état composite, celui-ci répond aux mêmes règles qu'un état classique en ce qui concerne son activation ou sa désactivation.



La présence d'un état «Historique» permet de mémoriser le dernier sous-état actif d'un état composite. Dans ce cas, la réactivation de l'état composite entraînera l'activation de ce dernier sous-état actif.

G.2.2.2 Exemple

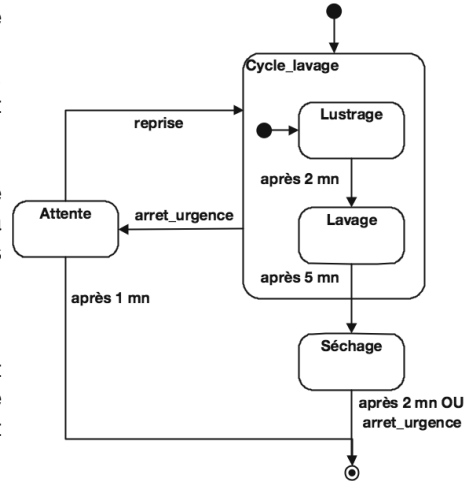
On s'intéresse à une station de lavage automatique automobile.

Il existe 3 états actifs : «lavage», «séchage» et «lustrage». Les états de lustrage et de lavage sont insérés dans état composite «cycle_lavage».

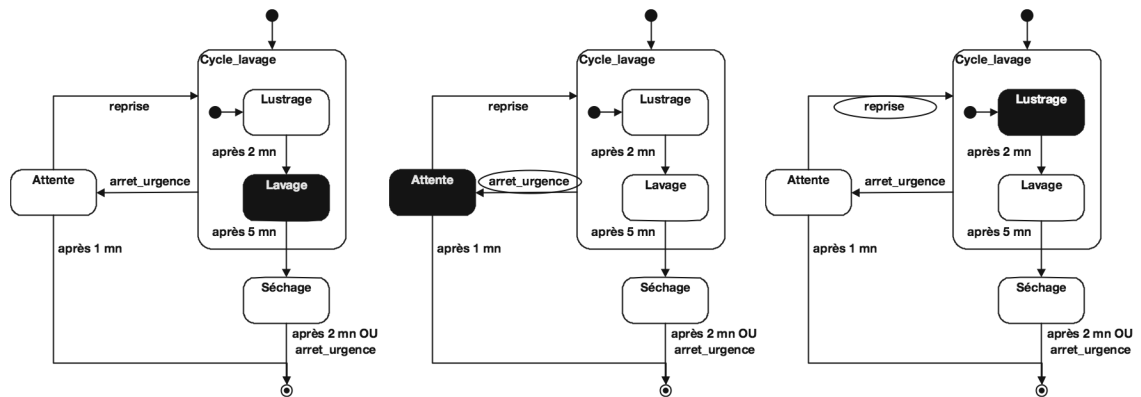
Durant le cycle de lavage, l'utilisateur peut appuyer sur le bouton d'arrêt d'urgence. S'il appuie sur ce bouton, la machine se met en attente. En cas d'absence de reprise dans la minute, le cycle se termine.

Le diagramme d'état de ce cycle est repris ci-contre.

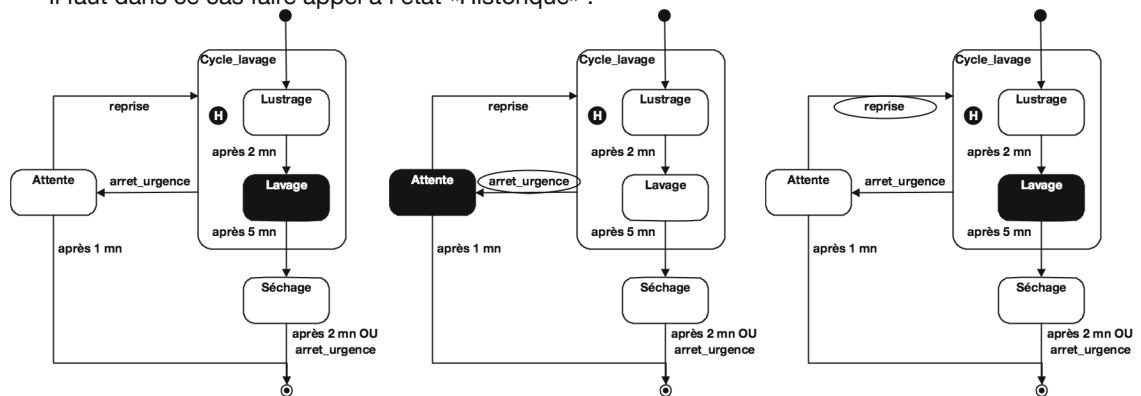
Dans ce diagramme d'état, si un arrêt d'urgence est demandé au cours de l'état «Lavage», le système se trouve en état «attente». Une reprise va alors réactiver l'état composite «Cycle_lavage», et par suite l'état «Lustrage».



Ce fonctionnement n'est pas acceptable pour ce système, car il est nécessaire de reprendre le cycle dans l'état dans lequel se trouvait l'état composite avant l'attente.

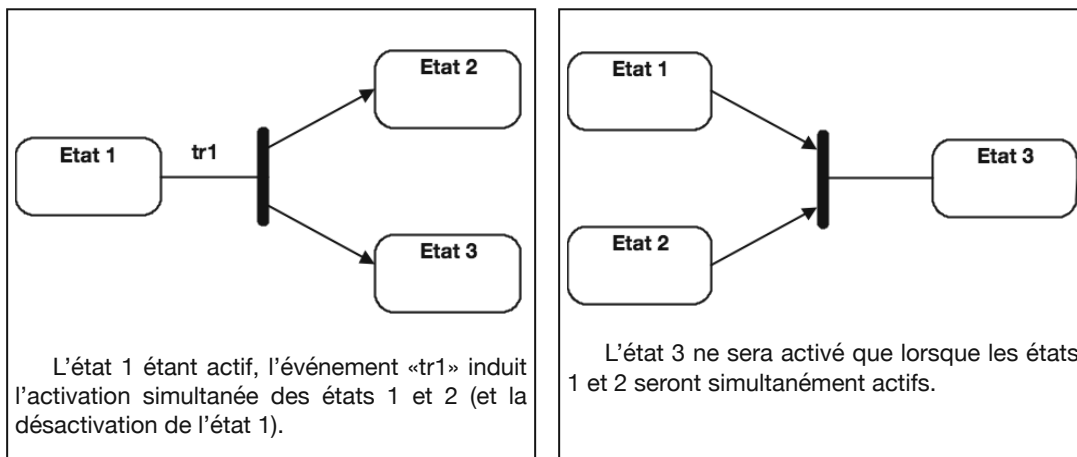


Il faut dans ce cas faire appel à l'état «Historique» :



G.2.2 Synchronisation

Le diagramme d'état permet de déployer des synchronisations à l'aide d'une «barre de synchronisation». Cette barre de synchronisation permet de n'activer un état que si tous les états précédents la barre sont actifs.

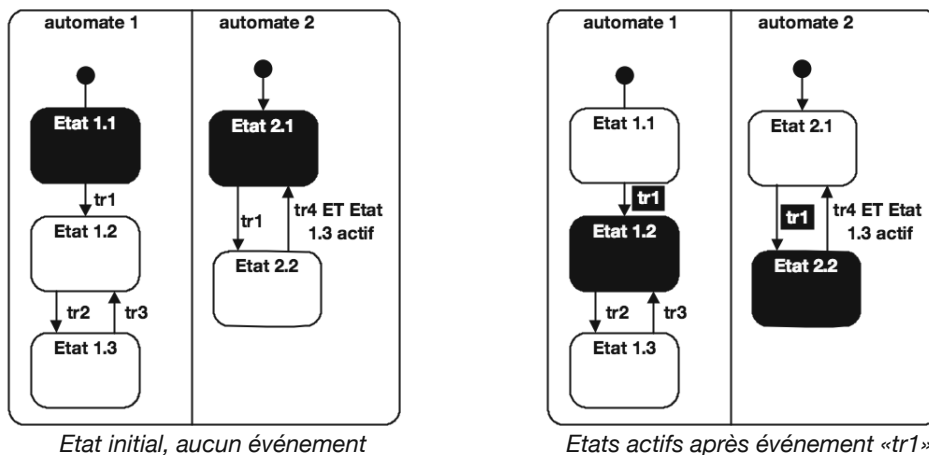


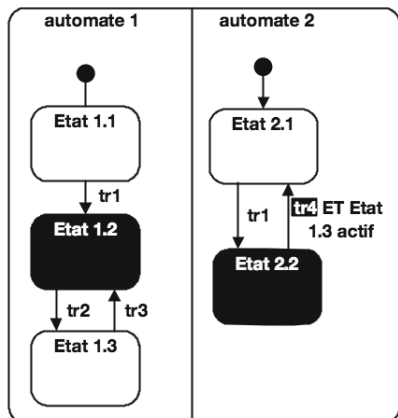
G.2.3 Agrégation d'automates

On parle d'agrégation d'automates lorsqu'au moins 2 automates exécutent chacun un diagramme d'état de façon indépendante, mais dont l'évolution d'un diagramme d'état peut dépendre de l'état du diagramme de l'autre automate.

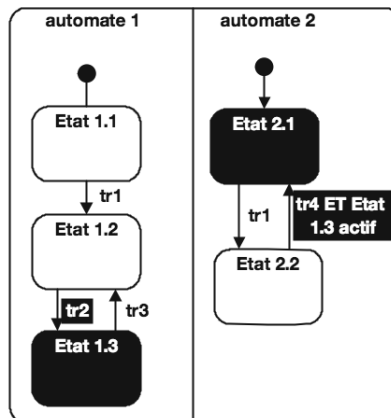
Dans l'exemple ci-dessous, les automates 1 et 2 sont agrégés. Dans cet exemple, la condition d'activation de l'état 2.2 de l'automate 2 est :

- d'une part que l'événement «tr4» soit vrai,
- d'autre part que l'automate 1 se trouve dans l'état 1.3.





L'événement «tr4» devient vrai, mais le changement d'état de l'automate 2 ne peut avoir lieu tant que l'automate 1 reste dans l'état 1.2



L'apparition de l'événement «tr2» active l'état 1.3 de l'automate 1. En conséquence, l'état 2.1 de l'automate 2 est à présent activé.

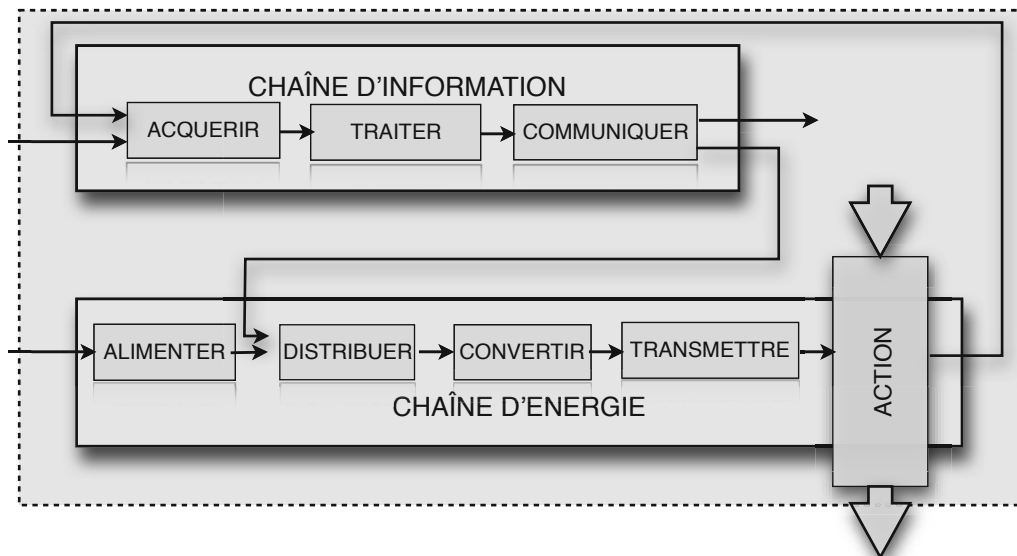
Partie B : Rappels et notions utiles

L'enseignement des Sciences Industrielles de l'Ingénieur en CPGE ATS nécessite certains pré-requis qu'il est impératif de maîtriser avant d'étudier les différents aspects des systèmes pluri-techniques. Il s'agit des calculs vectoriels et des notions d'électrocinétique, qui sont abordés dans ce chapitre.

Cette partie a pour ambition de poser les bases indispensables à l'étude des systèmes industriels complexes, et se compose de quatre chapitres :

- chapitre 3 : rappels sur les vecteurs ;
- chapitre 4 : électrocinétique, en régime permanent et en régime transitoire ;
- chapitre 5 : transformation de Laplace ;
- chapitre 6 : représentation par schémas bloc.

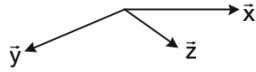
Chapitre 3. Rappels mathématiques



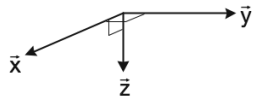
L'enseignement des Sciences Industrielles de l'Ingénieur en CPGE ATS nécessite certains pré-requis qu'il est impératif de maîtriser avant d'étudier les différents aspects des systèmes pluri-techniques. Il s'agit des calculs vectoriels et des notions d'électrocinétique, qui sont abordés dans les deux chapitres suivants.

A. Bases - Repères

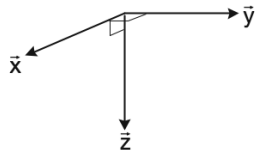
A.1 Bases



Une base est B constituée de 3 vecteurs $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, tels qu'aucun de ces vecteurs ne soient colinéaires entre eux. Elle est notée $B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

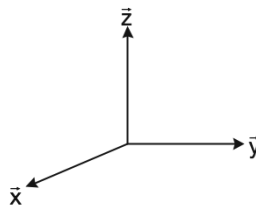


Une base sera dite **orthogonale** si chacun des vecteurs sont orthogonaux deux à deux.

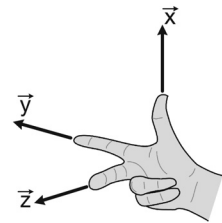


Une base sera dite **orthonormée** si elle est orthogonale, et si la norme de chacun de ces vecteurs est égal à 1. On parle alors de vecteurs unitaires :

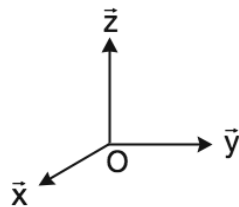
$$\|\vec{x}\| = \|\vec{y}\| = \|\vec{z}\| = 1$$



Une base sera dite **orthonormée directe** si les trois vecteurs unitaires orthogonaux respectent la loi du tire-bouchon de Maxwell, appelée aussi règle de la main droite :



A.2 Repère



Un repère est constitué :

- d'une base $B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$,
- d'un point, origine du repère.

Un repère sera noté $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Lorsque la nature du repère ou de la base n'est pas explicitée, nous supposons alors que la base est orthonormée directe.

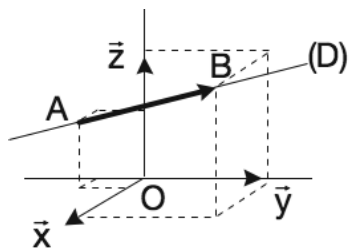
B. Vecteurs

B.1 Introduction

De nombreuses notions en génie mécanique et en génie électrique font appel à des variables qui sont avantageusement décrites par des vecteurs : longueurs, forces et moments, vitesses et vitesses angulaires, champs électromagnétiques tournants, ...

B.2 Définitions

B.2.1 Vecteur lié



Un vecteur lié est un bipoint ordonné :

$$\vec{V} = \overline{AB} \text{ avec } A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} \text{ et } B \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix}$$

Un vecteur lié n'a qu'un représentant dans l'espace : le bipoint {A,B}.

Il est défini par un point d'application A, une direction (D), un sens \vec{u} (appelé vecteur unitaire) et une intensité $\|\overline{AB}\|$.

Ses composantes sont : $\overline{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$

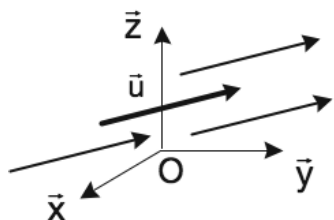
Son intensité (ou module) vaut : $\|\overline{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Son sens est tel que $\vec{u} = \frac{\overline{AB}}{\|\overline{AB}\|}$

On appelle **vecteurs équipollents** à \overline{AB} tous les vecteurs de direction parallèle à (D), de même sens et de même module que \overline{AB} .

Ce vecteur dépend de 6 paramètres : $(x_A, y_A, z_A, x_B, y_B, z_B)$.

B.2.2 Vecteur libre



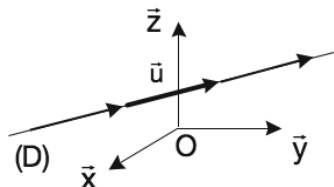
On désigne par vecteur libre l'ensemble des vecteurs équipollents à un vecteur donné.

On écrira \vec{u} sous la forme :

$$\vec{u} = u_x \vec{x} + u_y \vec{y} + u_z \vec{z}$$

Ce vecteur dépend de 3 paramètres : (u_x, u_y, u_z)

B.2.3 Vecteur glissant



Un vecteur glissant est l'ensemble des vecteurs libres qui sont portés par la même direction.

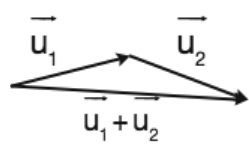
B.3 Opérations sur les vecteurs

Toutes les opérations sur les composantes décrites ci-après n'ont évidemment de sens que si ces composantes font référence à la même base.

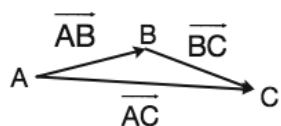
B.3.1 Addition

Dans cette partie, on considère une **base orthonormée directe** $B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

On définit deux vecteurs $\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = x_1\vec{x} + y_1\vec{y} + z_1\vec{z}$ et $\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = x_2\vec{x} + y_2\vec{y} + z_2\vec{z}$

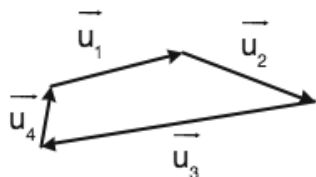


$$\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = \vec{u}_2 + \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \\ z_1 + z_2 \end{pmatrix} = (x_1 + x_2)\vec{x} + (y_1 + y_2)\vec{y} + (z_1 + z_2)\vec{z}$$



Dans le cas de deux vecteurs liés, on retrouve la relation de Chasles :

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



Si la somme de n vecteurs est égal au vecteur nul $\vec{0}$ alors ces n vecteurs forment un polygone fermé :

$$\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 + \vec{u}_4 = \vec{0}$$

B.3.2 Produit par un scalaire

Dans les prochains paragraphes, on définit une base orthonormée directe $B(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ et 2 vecteurs

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}.$$

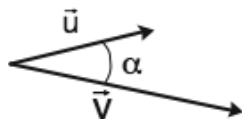
La multiplication $\lambda\vec{u}$ d'un vecteur \vec{u} par un nombre réel λ est un vecteur :

- colinéaire au vecteur \vec{u} ,
- de norme $|\lambda| \cdot \|\vec{u}\|$,
- de même sens si $\lambda > 0$, de sens opposé si $\lambda < 0$.

Les composantes de ce vecteur sont $\lambda\vec{u} = \begin{pmatrix} \lambda u_1 \\ \lambda u_2 \\ \lambda u_3 \end{pmatrix}$

B.3.3 Produit scalaire

B.3.3.1 Définition



Le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} est un nombre réel défini par :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos \alpha \quad \text{où } \alpha = (\vec{u}, \vec{v})$$

La valeur du produit scalaire est indépendante de la base choisie.

B.3.3.2 Propriétés

- Si λ et μ sont 2 scalaires, alors $(\lambda \vec{u}) \cdot (\mu \vec{v}) = \lambda \mu (\vec{u} \cdot \vec{v})$
- Commutativité : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- Distributivité du produit scalaire sur l'addition : $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
- Deux vecteurs sont orthogonaux si $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$ (condition nécessaire et suffisante)

B.3.3.3 Approche analytique dans une base orthonormée directe

Dans une base orthonormée directe, les vecteurs unitaires sont normés (c'est-à-dire que leur norme vaut 1). Par conséquent :

$$\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_1 = 1, \quad \vec{x}_2 \cdot \vec{x}_2 = 1, \quad \vec{x}_3 \cdot \vec{x}_3 = 1$$

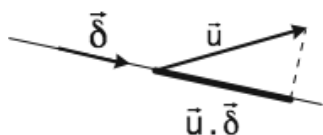
Par ailleurs, chacun de ces vecteurs sont orthogonaux deux à deux, et par conséquent :

$$\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 = 0, \quad \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_3 = 0, \quad \vec{x}_2 \cdot \vec{x}_3 = 0$$

Le produit scalaire des deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} a alors pour expression :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$$

B.3.3.4 Approche géométrique



On considère un vecteur \vec{u} que l'on souhaite projeter orthogonalement sur une droite de direction définie par un vecteur unitaire $\vec{\delta}$.

Le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{\delta}$ de ces deux vecteurs correspond à la valeur de la projection de \vec{u} sur la droite de direction $\vec{\delta}$.

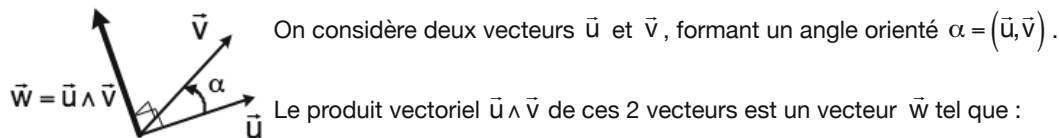
B.3.3.5 Norme et produit scalaire

Le produit scalaire d'un vecteur par lui-même est égal au carré de la norme de ce vecteur :

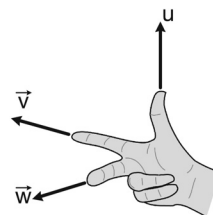
$$\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$$

B.3.4 Produit vectoriel

B.3.4.1 Définition



- le vecteur \vec{w} est orthogonal au plan formé par les deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} ,
- son sens est tel que la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est directe,
- sa norme est égale à $\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \sin \alpha$.



B.3.4.2 Propriétés du produit vectoriel

- Associativité : $(\lambda \vec{u}) \wedge \vec{v} = \vec{u} \wedge (\lambda \vec{v}) = \lambda (\vec{u} \wedge \vec{v})$
- Distributivité du produit vectoriel sur l'addition :

$$\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$$

$$(\vec{u} + \vec{v}) \wedge \vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w}$$
- Antisymétrie : $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$
- 2 vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$

B.3.4.3 Base directe

Si $B(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ est une base orthonormée directe, alors :

- le produit vectoriel entre 2 vecteurs colinéaires est nul :

$$\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_1 = \vec{0}, \quad \vec{x}_2 \wedge \vec{x}_2 = \vec{0}, \quad \vec{x}_3 \wedge \vec{x}_3 = \vec{0};$$

- le produit vectoriel entre 2 vecteurs unitaires dans le sens direct est le troisième vecteur de la base :

$$\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_2 = \vec{x}_3, \quad \vec{x}_2 \wedge \vec{x}_3 = \vec{x}_1, \quad \vec{x}_3 \wedge \vec{x}_1 = \vec{x}_2;$$

- le produit vectoriel entre 2 vecteurs unitaires dans le sens indirect est l'opposé du troisième vecteur de la base :

$$\vec{x}_2 \wedge \vec{x}_1 = -\vec{x}_3, \quad \vec{x}_3 \wedge \vec{x}_2 = -\vec{x}_1, \quad \vec{x}_1 \wedge \vec{x}_3 = -\vec{x}_2.$$

B.3.4.4 Approche analytique

Le produit vectoriel de 2 vecteurs dans une base $B(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ orthonormée directe a pour expression :

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}_B \wedge \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{pmatrix}_B$$

B.3.4.5 Autres relations

Double produit vectoriel

On appelle «double produit vectoriel» de trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} l'expression $\vec{x} = \vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w})$.

On montre que $\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{w})\vec{v} - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$.

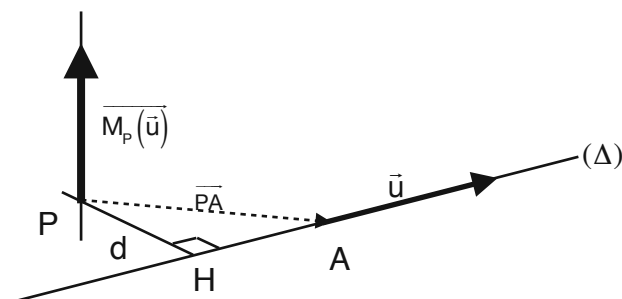
Produit mixte

On appelle «double produit mixte» de 3 vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} l'expression $\vec{x} = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w})$.

On montre que $\vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = \vec{v} \cdot (\vec{w} \wedge \vec{u}) = \vec{w} \cdot (\vec{u} \wedge \vec{v})$.

B.4 Moment d'un vecteur glissant

B.4.1 Moment par rapport à un point



On considère un vecteur \vec{u} , glissant sur une droite (Δ) , dont un représentant a pour origine le point A.

On appelle moment de ce vecteur par rapport à un point P le vecteur :

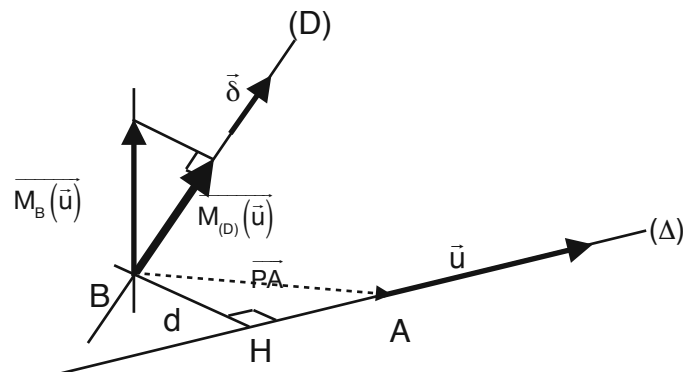
$$\vec{M}_P(\vec{u}) = \vec{PA} \wedge \vec{u}$$

Ce vecteur moment est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs \vec{u} et \vec{PA} .

Sa norme $\|\vec{M}_P(\vec{u})\|$ est égale au produit $d \cdot \|\vec{u}\|$ où d est appelé «bras de levier».

(Attention à l'erreur fréquente qui consiste à confondre d avec $\|\vec{PA}\|$)

B.4.2 Moment par rapport à un axe



On considère un vecteur \vec{u} , glissant sur une droite (Δ) , dont un représentant a pour origine le point A.

On considère un axe (D) dont B est un point, et $\vec{\delta}$ son vecteur directeur unitaire.

On appelle moment de ce vecteur par rapport à l'axe (D) la projection du moment $\vec{M}_B(\vec{u})$ sur la droite (D) :

$$\vec{M}_D(\vec{u}) = (\vec{M}_B(\vec{u}) \cdot \vec{\delta}) \vec{\delta}$$

Soit également : $\vec{M}_D(\vec{u}) = ((\vec{BA} \wedge \vec{u}) \cdot \vec{\delta}) \vec{\delta} = (\vec{\delta}, \vec{BA}, \vec{u}) \vec{\delta}$

B.5 Représentation des vecteurs

S'il est aisé de dessiner des vecteurs dans le plan de la figure, un vecteur perpendiculaire au plan de la figure sera plus délicat à représenter, en particulier son sens.



On adoptera alors la méthode suivante dans laquelle un vecteur sera représenté par une flèche.

Cette flèche sera représentée comme suit :

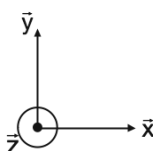
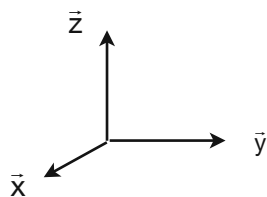
vue de derrière



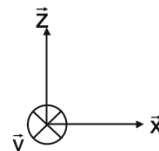
vue de face



Ainsi, la base représentée en perspective ci-contre pourrait être représentée comme suit :



ou

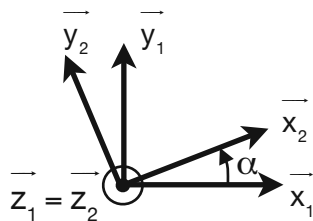


C. Projections

C.1 Introduction

Il est très fréquent lors de la modélisation des phénomènes physiques mécaniques d'exprimer des vecteurs dans des bases différentes.

Les opérations mathématiques sur ces vecteurs s'en trouvent alors délicates, car les vecteurs à manipuler sont exprimés dans des bases différentes.



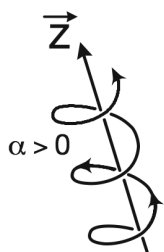
Il est alors nécessaire d'exprimer une base par rapport à une autre, dont le passage de l'une à l'autre sera le plus souvent issu d'une rotation autour d'un axe commun aux deux bases.

Dans l'exemple ci-contre, la base $B_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ se construit à partir la base $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par une rotation d'angle α autour de l'axe commun $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$.

C.2 Signe de l'angle de rotation

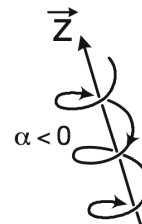
C.2.1 Convention de signe

Il est très important de rappeler que les angles sont **orientés** : le sens de l'angle définit son signe. Un angle sera positif s'il est direct.

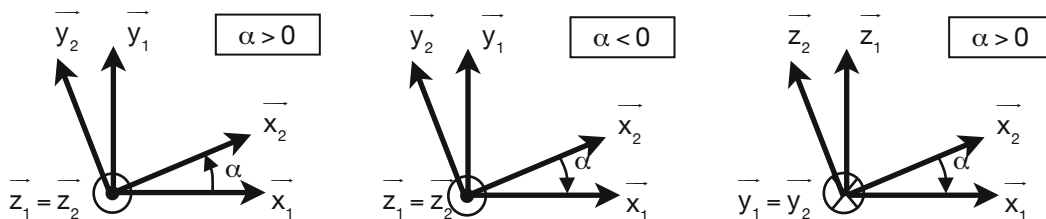


En appliquant la règle du tire-bouchon de Maxwell, tourner dans le sens de α implique un mouvement dans le sens de \vec{z} . Cet angle sera donc positif.

Inversement, cet angle ci-contre sera négatif car orienté dans le sens indirect (tourner dans le sens de α implique un mouvement dans le sens inverse de \vec{z}).



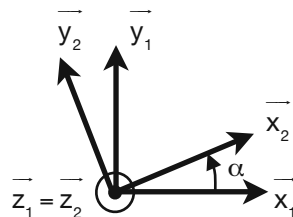
C.2.2 Exemples en représentation plane



C.3 Projections

C.3.1 Formules de projection entre 2 bases

C.3.1.1 Représentation la plus courante



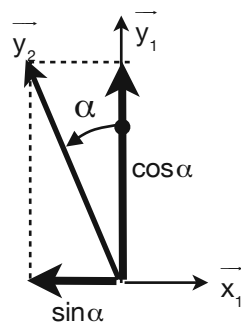
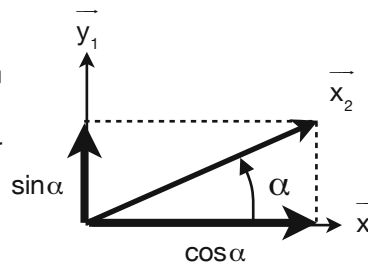
Le problème consiste à exprimer les vecteurs unitaires \vec{x}_2 et \vec{y}_2 dans la base $B(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Le vecteur \vec{x}_2 se projette dans la base B à l'aide des relations trigonométriques :

$$\vec{x}_2 = \cos \alpha \vec{x}_1 + \sin \alpha \vec{y}_1$$

Une façon de déterminer si un vecteur se projette en cosinus ou en sinus est d'identifier sur quel vecteur «s'appuie» l'angle.

Si l'angle s'appuie sur \vec{x}_1 alors la projection sera un cosinus sur \vec{x}_1 (et donc un sinus sur \vec{y}_1).



De la même façon, le vecteur \vec{y}_2 se projette dans la base B comme suit :

$$\vec{y}_2 = -\sin \alpha \vec{x}_1 + \cos \alpha \vec{y}_1$$

D'où finalement les relations classiques de projection :

$$\begin{cases} \vec{x}_2 = \cos \alpha \vec{x}_1 + \sin \alpha \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 = -\sin \alpha \vec{x}_1 + \cos \alpha \vec{y}_1 \\ \vec{z}_2 = \vec{z}_1 \end{cases}$$

C.3.1.2 Représentations non usuelles

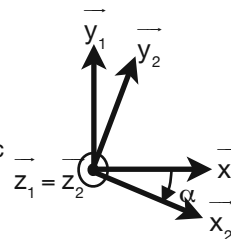
Les représentations inusuelles sont souvent à l'origine d'erreurs dans l'écriture des relations de projection, en particulier en ce qui concerne les signes.

Exemple 1

L'erreur classique dans ce cas de figure est d'écrire :

$$\bar{x}_2 = \cos\alpha\bar{x}_1 - \sin\alpha\bar{y}_1$$

En effet, si \bar{x}_2 semble se projeter suivant $-\bar{y}_1$ c'est parce que $\alpha < 0$ et donc $\sin\alpha < 0$

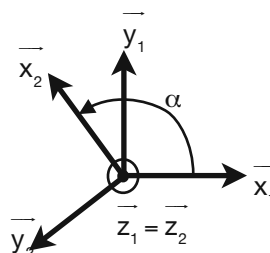


Exemple 2

L'erreur serait ici d'écrire :

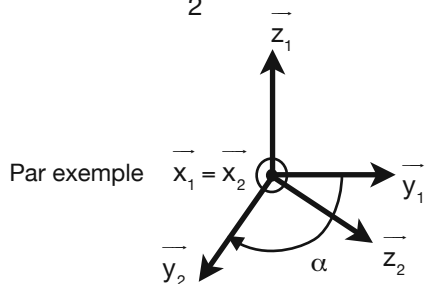
$$\bar{x}_2 = -\sin\alpha\bar{x}_1 + \cos\alpha\bar{y}_1$$

En effet, si \bar{x}_2 semble se projeter suivant $-\bar{x}_1$ c'est parce que $\alpha > \frac{\pi}{2}$ et donc $\cos\alpha < 0$

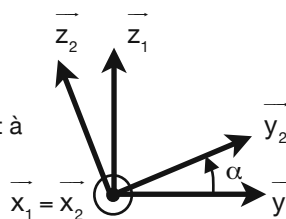


Solution pour éviter ces erreurs

Le meilleur moyen d'éviter ces erreurs est de refaire une figure dans laquelle l'angle $\alpha < \frac{\pi}{2}$.



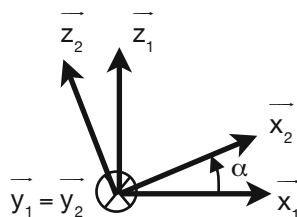
est équivalent à



ce qui permet alors d'écrire facilement les équations de projection :

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = \bar{x}_1 \\ \bar{y}_2 = \cos\alpha\bar{y}_1 + \sin\alpha\bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 = -\sin\alpha\bar{y}_1 + \cos\alpha\bar{z}_1 \end{cases}$$

Angle en apparence positif



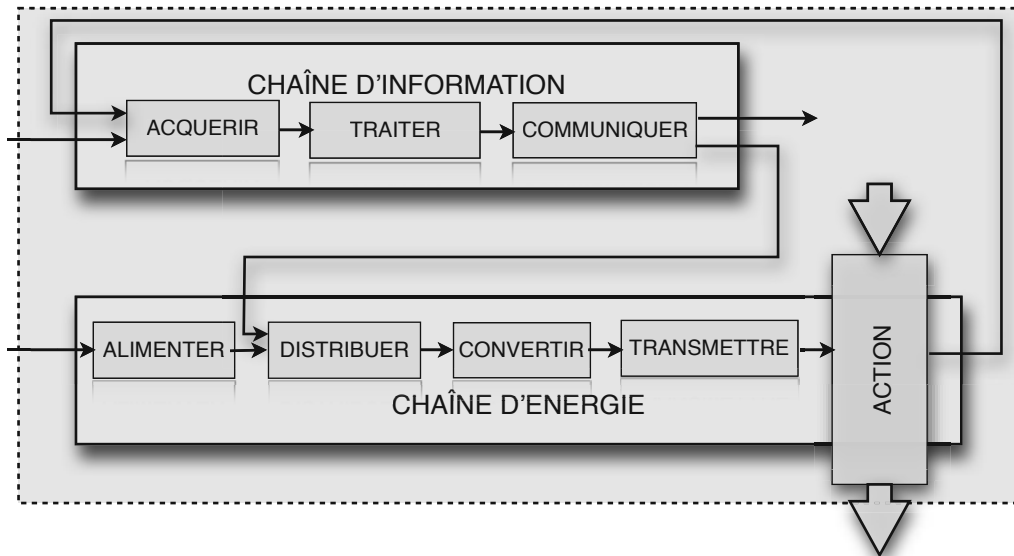
L'angle α est en apparence orienté positivement. Mais il est en réalité négatif, car dans le sens indirect par rapport à l'axe \bar{x}_1

Les équations de projection doivent s'écrire :

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = \cos\alpha\bar{x}_1 - \sin\alpha\bar{z}_1 \\ \bar{y}_2 = \bar{y}_1 \\ \bar{z}_2 = \sin\alpha\bar{x}_1 + \cos\alpha\bar{z}_1 \end{cases} \quad \text{car } \alpha < 0$$

Chapitre 4.

Electrocinétique



A. Les dipôles

A.1 Généralités sur les circuits électriques

A.1.1 Circuit électrique

A.1.1.1 Définitions

Circuit électrique : ensemble de conducteurs reliés par des fils de jonction et dans lequel circule un courant électrique.

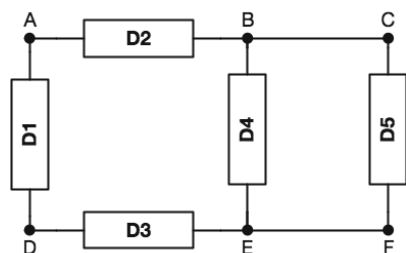
Dipôle : composant électrique possédant deux bornes.

Nœud d'un circuit : point commun à au moins deux dipôles.

Maille d'un réseau : partie d'un circuit formant un contour fermé.

Branche d'un circuit : ensemble de dipôles situés entre deux nœuds consécutifs.

A.1.1.2 Exemple



Ce circuit comporte :

- cinq dipôles D1 à D5,
- deux nœuds B et E,
- trois branches BE, BCFE et EDAB.

Il est constitué de trois mailles : {ABEDA}, {BCFEB} et {ACFDA}, dont deux sont indépendantes.

A.1.2 Courant électrique

On appelle courant électrique le déplacement de porteurs de charges dans le circuit électrique. Conventionnellement, le sens du courant est celui du déplacement des charges positives (et donc opposé au sens des électrons).

Si on note dq le déplacement de la charge pendant un temps dt , l'intensité du courant sera égale à :

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \text{où } q \text{ est la quantité d'électricité en Coulomb (C), } t \text{ le temps en seconde (s) et } I \text{ l'intensité}$$

en Ampère (A).

A.1.3 Tension aux bornes d'un dipôle

Les charges électriques se déplacent sous l'action d'un champ électrique E , qui fournit ou consomme de l'énergie. Cette variation d'énergie se traduit par une différence de potentiel V entre deux points d'un circuit électrique.

La variation est positive dans le cas d'une source, négative dans le cas d'un récepteur.

$$u_{AB} = V_A - V_B = \int_B^A E dx$$

On appellera tension cette différence de potentiel. Cette tension est représentée dans un circuit électrique par une flèche dont l'extrémité désigne le potentiel le plus élevé.

Un fil électrique ne générant que des pertes infimes, la différence de potentiel aux bornes d'un fil est nulle.



SCIENCES INDUSTRIELLES

DE L'INGÉNIEUR

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants des classes préparatoires ATS (Adaptation Techniciens Supérieurs) qui doivent préparer le concours d'entrée aux écoles d'ingénieur.

La force de cet ouvrage réside dans le regroupement en un seul volume de l'ensemble des disciplines abordées en sciences industrielles : génie électrique, génie mécanique, automatique.

L'organisation des chapitres est articulée autour de la structure des systèmes multi-physiques. La modélisation des systèmes est au cœur de la démarche d'ingénieur, et le lecteur trouvera dans ce livre plusieurs problèmes pour lesquels un modèle informatique est disponible en téléchargement. Une page web regroupe l'ensemble des modèles de ce livre.

La quasi-totalité des exercices, corrigés de façon détaillée, est extraite des sujets de concours ATS, permettant ainsi de se préparer efficacement à l'épreuve de sciences industrielles.

Conçu pour les étudiants des classes préparatoires ATS, cet ouvrage sera également utile à tout étudiant désireux présenter une école d'ingénieur à l'issue de son cursus, ou aux élèves ingénieurs qui souhaitent disposer d'un ouvrage regroupant l'ensemble des domaines liés à l'ingénierie industrielle.

Pierre Tréhin, docteur en Automatique, ingénieur des Arts et Métiers et professeur agrégé de sciences industrielles, enseigne au lycée Jules Ferry à Cannes.

www.editions-ellipses.fr

