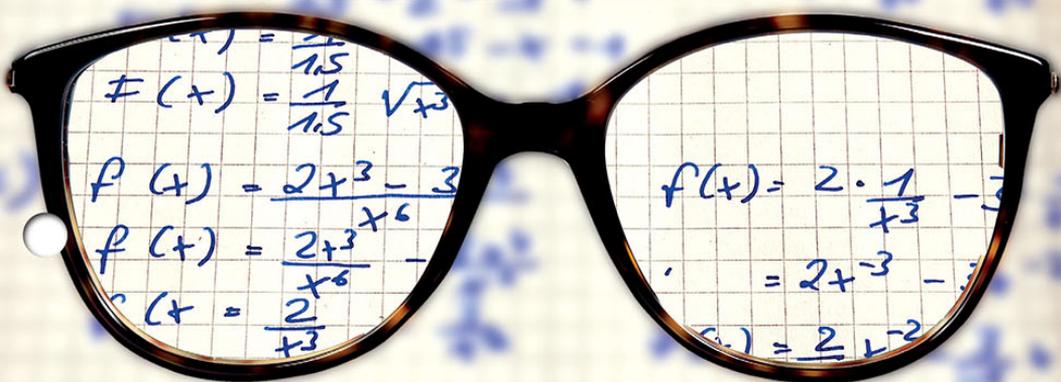


MATHS

Prérequis pour la prépa



Sophie Dupuy-Touzet

FICHES DE MISE À NIVEAU

sur les **techniques de calculs**
et **exercices d'entraînement**



FICHES DE MISE À NIVEAU

sur les **techniques de calculs**
et **exercices d'entraînement**

MATHS

Prérequis pour la prépa

FICHES DE MISE À NIVEAU

sur les **techniques de calculs**
et **exercices d'entraînement**

Sophie Dupuy-Touzet



Du même auteur, chez le même éditeur

*Maths Sup - 20 fiches techniques et exercices de base - MPSI, PCSI
et PTSI, 2018*

*Maths Spé - 12 fiches techniques et exercices de base - MP, PC, PSI
et PT, 2018*

ISBN 9782340052048

© Ellipses Édition Marketing S.A., 2018
32, rue Bargue 75740 Paris cedex 15



Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-propos

Chère lectrice, cher lecteur,

La première année en classes préparatoires marque une rupture franche avec la scolarité dans le secondaire. Le nombre d'heures hebdomadaires dans les matières scientifiques est conséquent, et le rythme imposé par les programmes laisse peu de temps pour combler d'éventuelles lacunes. Aussi est-il très bénéfique de **se préparer efficacement**, pour ne pas être en difficulté dès le début de la première année.

Depuis plusieurs années, le principal écueil rencontré par les étudiants en classes préparatoires dans toutes les matières scientifiques, est **d'ordre calculatoire**.

Partant de ce constat, je vous propose dans ce livre de travailler les **techniques fondamentales de calcul**, pour être opérationnels dès le début de l'année, et ne pas être ralentis par des lacunes que vous pouvez dès à présent combler.

Grâce aux 210 exercices corrigés en détail dans ce livre, factoriser, résoudre des équations et inéquations, calculer des limites, des dérivées, des intégrales, faire de la trigonométrie, deviendra un jeu d'enfant !

Chaque fiche se décline en 3 temps :

- **Le temps du rappel des fondamentaux**

La partie « quelques résultats indispensables » rappelle les résultats théoriques indispensables pour faire les exercices de la fiche. À terme, vous devrez les connaître parfaitement.

- **Le temps de la pratique**

La partie « À vous ! » propose d'enchaîner des exercices avec une **difficulté croissante**.

Comme rappelé dans chaque fiche, la calculatrice est interdite. Vous devrez certainement refaire un effort oublié depuis l'école primaire : celui du calcul mental. Cela n'est qu'une question d'entraînement et, grâce à ce livre, vous serez vite au niveau.

Rassurez-vous, on n'attend pas de vous que vous connaissiez les 10 premières décimales de π !

- **Le temps de la correction**

Chaque exercice qui a été donné est **corrigé en détail**. L'objectif n'est pas seulement de comprendre la correction, mais de parvenir à refaire seul les exercices. Alors, en cas d'erreur, même si vous comprenez la correction, refaites l'exercice !

Les programmes des classes préparatoires contiennent un grand nombre de notions qui nécessitent une bonne technique. Avec ce livre, vous commencerez l'année plus sereinement sur le plan calculatoire. Je vous invite à poursuivre ce travail avec le livre « Maths Sup – 20 fiches de techniques et d'exercices de base » aux éditions Ellipses. La maîtrise des exercices qu'il propose vous permettra de construire des bases durables, bénéfiques à vos futurs apprentissages.

Pour conclure, je tiens à remercier Corinne Baud, des éditions Ellipses, pour la confiance qu'elle m'a accordée, et mes étudiants pour leur enthousiasme !

Table des matières

Fiche 1	Factoriser	7
	Quelques résultats indispensables.....	7
	À vous.....	8
	Corrigés	10
Fiche 2	Calculer et résoudre des équations dans \mathbb{R}	19
	Quelques résultats indispensables.....	19
	À vous.....	21
	Corrigés	24
Fiche 3	Résoudre des inéquations.....	39
	Quelques résultats indispensables.....	39
	À vous.....	41
	Corrigés	43
Fiche 4	Calculer des limites	63
	Quelques résultats indispensables.....	63
	À vous.....	66
	Corrigés	69
Fiche 5	Dériver	85
	Quelques résultats indispensables.....	85
	À vous.....	87
	Corrigés	90

Fiche 6	Calculer une intégrale	99
	Quelques résultats indispensables.....	99
	À vous.....	101
	Corrigés	104
Fiche 7	Résoudre des équations et inéquations trigonométriques.....	113
	Des résultats indispensables	113
	À vous.....	115
	Corrigés	117

Factoriser

68 Quelques résultats indispensables

a , b et c désignent des nombres complexes.

$$\textcircled{1} \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\textcircled{2} \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

- $\textcircled{3}$ On suppose que a , b et c sont des nombres réels, avec $a \neq 0$.

On considère le **trinôme du second degré** : $ax^2 + bx + c$.

Pour tout réel x , on a : $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$, où x_1 et x_2 sont les solutions complexes (éventuellement identiques) de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, c'est-à-dire, en notant $\Delta = b^2 - 4ac$:

- Si $\Delta \geq 0$, $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Si $\Delta < 0$, $x_1 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

Dans ce cas, l'équation n'a pas de solution réelle, et $ax^2 + bx + c$ ne se factorise pas dans \mathbb{R} .

⚠ Attention ! N'oubliez pas le facteur a dans la forme factorisée !

- $\textcircled{4}$ P désigne un polynôme de degré $n \in \mathbb{N}^*$. Si x_0 est une racine de P (c'est-à-dire un réel tel que $P(x_0) = 0$), alors il existe un polynôme Q (de degré $n-1$) tel que pour tout x :

$$P(x) = (x - x_0)Q(x).$$

Remarque : Le point $\textcircled{3}$ est un cas particulier du point $\textcircled{4}$, avec $n = 2$.

Factoriser au maximum dans \mathbb{R} les expressions suivantes :

■ On s'échauffe

1. $4(x+1) - 3x(x+1) + (x+1)(5x-7)$

2. $4x^2 + 4x - 3$

3. $2x^2 - 4$

4. $3x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$

5. $9x^2 - 6\sqrt{2}x + 2$

6. $0,01x^2 - 0,006x + 0,0009$

7. $x^2 - e$

8. $x^2 - x^4$

9. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(3x + \frac{1}{3}\right)^2$

10. $(3-3x)(2x-5) + 4x - 10 - 2x(2x-5)$

11. $\left(x + \frac{1}{2}\right)(2x-1) + 2x^2 - x$

12. $x(x-2) + 3x^2 - 12$

13. $(4x+1)(x-1) + \left(\frac{1}{4}x+4\right)(1-x) - 2x(x-1)$

14. $4x^2 - 4x + 1 + (x+2)(2x-1)$

15. $-1 + (1+x-x^2)^2$

■ On accélère

16. $(2x-1)^2 - (x^2-2)^2$

17. $x^4 + x^2 - 2$

18. $x^2 + x + \frac{1}{4} + (2x+1)\left(x^2 - \frac{3}{4}\right)$

19. $(x^2-4)^2 - (4x^2-1)^2$

20. $(x^2+2x-8)(x+1) + (x^2+2x+1)(x-2)$

21. $2x^3 - 4x^2 + (2-x)(4x-2)$

22. $(x^2-1)(2x-1) + (x+3)(2x^2-3x+1)$

23. $(x-2)(x^3-1) - x^2(x^2-3x+2)$

24. $x^6 - 1$

25. $x^6 - 7x^3 - 8$

■ On finit au top

26. $x^3 + x^2 - 2$

27. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

28. $2x^3 + 9x^2 + 3x - 4$

29. $x^4 + 1$

30. $x^4 + x^2 + 1$

MATHS

Prérequis pour la prépa

Vous allez entrer en classes préparatoires, et vous voulez **vous préparer efficacement** ?

Ce livre est pour vous !

Depuis plusieurs années, le principal écueil rencontré par les étudiants en classes préparatoires, dans toutes les matières scientifiques, est d'ordre calculatoire.

Les difficultés pour factoriser, résoudre des équations, des inéquations, calculer des limites, des dérivées, des intégrales... s'avèrent très pénalisantes lors des nouveaux apprentissages.

Avec ce livre, nous vous proposons de devenir un **expert en calculs**, pour être opérationnel dès le début de l'année, **dans toutes les disciplines scientifiques**.

Regroupés en 7 fiches thématiques, 210 exercices **corrigés en détail** vous permettront de maîtriser les techniques de calcul indispensables pour les deux années qui vous attendent.

Du même auteur

