

1<sup>re</sup>  
année



Thomas **Petit**

# TOUS LES EXOS

# MATHÉMATIQUES

EXERCICES CORRIGÉS / CONSEILS



Prépa scientifique  
MPSI - PCSI - PTSI

1<sup>re</sup>  
année

Thomas **Petit**

# TOUS LES EXOS MATHÉMATIQUES

EXERCICES CORRIGÉS / CONSEILS



Retrouvez toutes les publications de Thomas Petit  
sur le site des éditions Ellipses :

[www.editions-ellipses.fr](http://www.editions-ellipses.fr)



ISBN 9782340-052871

© Ellipses Édition Marketing S.A., 2019  
32, rue Bague 75740 Paris cedex 15



Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

[www.editions-ellipses.fr](http://www.editions-ellipses.fr)

# Avant-propos

*Il est bien plus beau de savoir quelque chose de tout que de savoir tout d'une chose ; cette universalité est la plus belle.*

Blaise Pascal (1623-1662)

## Pourquoi ce livre ?

Ce livre se veut radicalement différent des autres livres. Déjà par son format : 168 pages. Cela change des manuels de prépa encyclopédiques innombrables (qui avoisinent facilement les 1 000 pages), certes très bien faits mais qui peuvent se montrer plus que décourageants si on se sent en retard ou dépassé par les événements. Ici, on ne risque pas l'indigestion ou la volonté de fuir car ce sont près de 160 exercices classiques, incontournables, fondamentaux et complètement indépendants qui sont exposés.

Ensuite par sa présentation : un exo par page, pour éviter la saturation et pour s'y retrouver rapidement. C'est comme une vidéo sur YouTube : parfois trente secondes bien référencées sont plus efficaces que quarante-cinq minutes imprécises où on se demande où on veut en venir. Notre but est de vous faire gagner du temps, pas de vous en faire perdre car c'est quand on se sent découragé, qu'il faut des explications urgentes et si possibles courtes !

Enfin par le rappel de formules (d'ailleurs souvent les mêmes) qu'il faut absolument connaître : il n'est pas rare aujourd'hui de voir des étudiants ne pas avoir connaissance des deux ou trois formules clefs leur permettant de débloquer l'exercice posé en colles ou la 1<sup>re</sup> question d'une épreuve écrite (l'explication est simple : devant une grande masse de définitions, propositions et théorèmes, le cerveau s'embrouille très vite et n'arrive plus à retenir l'essentiel).

## Comment est construit ce livre ?

Un exo par page avec pour chacun d'entre eux un titre.

De cette manière, vous allez pouvoir vous forger une véritable culture mathématique. « Tiens cet exo me rappelle les polynômes de Tchebychev ». « Tiens, celui-là me rappelle le déterminant de Vandermonde ». Quand un exercice est baptisé, il est plus facilement identifié dans votre esprit, tant au point de vue des méthodes utilisées pour le résoudre que par sa conclusion.

## Avant-propos

### Comment utiliser ce livre ?

Vu l'urgence, ne cherchez pas trop longtemps à résoudre l'énoncé proposé. Là aussi, on risque de vous surprendre sur le parti pris de ce livre qui consiste à ne pas se fier au baratin habituel de ceux qui vous disent : « en cherchant, on finit par trouver ». Avec ce genre de phrase (destiné bien souvent à l'élite [qui en général n'achète pas de livres puisqu'ils n'en ont pas besoin] et formulé parfois par des gens qui n'ont jamais appliqué ce genre de précepte à eux-mêmes), beaucoup d'étudiants risquent de perdre inutilement 20 ou 30 min pour un résultat nul.

En effet, les exercices classiques sont parfois le résultat de coups de génies de mathématiciens illustres du passé. À moins d'être génial (ce qui est peut-être votre cas), voulez-vous risquer d'attendre un coup de génie identique ou plutôt essayer de comprendre et d'assimiler efficacement comment ils ont fait ?

Bref, ne cherchez pas inutilement et soyez pragmatique : passez vite à la correction et essayez de la retenir. Laissez reposer une à deux heures (en changeant d'exo par exemple) et essayez de le refaire. Vous serez vite fixés ! Si vous n'y arrivez pas, recommencez ! C'est comme en musique, n'espérez pas jouer un concerto de Chopin sans être passé par des heures et des heures d'entraînement sur des gammes. En maths, c'est pareil n'espérez pas réussir un écrit d'algèbre ou d'analyse de 4 h si vous ne vous êtes pas entraînés à développer tous les déterminants ou retrouver tous les DL classiques, etc., de ce livre.

# Sommaire

## Algèbre et géométrie 1<sup>re</sup> année

<b>Chapitre 1.</b>	
<b>Logique, raisonnement</b> .....	<b>9</b>
Il y a une infinité de nombres	
premiers .....	10
$\sqrt{2}$ est irrationnel .....	11
Une récurrence pour une somme .....	12
Résolution d'équation par analyse- synthèse .....	13
<b>Chapitre 2.</b>	
<b>Ensembles et applications</b> .....	<b>14</b>
La formule de Vandermonde .....	14
La fonction affine $x \rightarrow mx + p$ est	
bijective .....	15
Composée injective, composée	
surjective .....	16
Calcul de $(f^{-1})'$ .....	17
<b>Chapitre 3.</b>	
<b>Calculs algébriques</b> .....	<b>18</b>
Identité de Brahmagupta .....	18
Diverses sommes de coefficients	
binomiaux .....	19
Calcul de la somme $\sum_{i=0}^n i^2$	
par Newton .....	20
Calculs de sommes doubles .....	21
<b>Chapitre 4.</b>	
<b>Nombres complexes,</b>	
<b>  trigonométrie</b> .....	<b>22</b>
Racines carrées d'un nombre	
complexe .....	22
Simplification d'une fraction	
complexe .....	23
Calcul de $\cos(\pi/5)$ .....	24
Linéarisations classiques .....	25
Formules de duplication et	
d'addition par les complexes .....	26
Formules de trigo par l'arc moitié .....	27
Somme et arc moitié n° 1 .....	28
Somme et arc moitié n° 2 .....	29
<b>Chapitre 5.</b>	
<b>Polynômes</b> .....	<b>30</b>
Une somme étrangement nulle .....	30
Une somme simplifiée grâce aux	
polynômes .....	31
$p$ divise $n \Leftrightarrow x^p - 1$ divise $x^n - 1$ .....	32
Polynômes de Tchebychev .....	33
Calcul d'un produit de sinus .....	34
<b>Chapitre 6.</b>	
<b>Arithmétique</b> .....	<b>35</b>
Petit théorème de Fermat .....	35
Un polynôme qui n'admet pas de	
racines rationnelles .....	36
Une fraction toujours irréductible .....	37
<b>Chapitre 7.</b>	
<b>Structures algébriques</b> .....	<b>38</b>
Une drôle de loi pour un drôle de	
groupe .....	38
Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$ .....	39
L'anneau des entiers de Gauss .....	40
Les quaternions .....	41
<b>Chapitre 8.</b>	
<b>Calcul matriciel</b> .....	<b>42</b>
Matrice inverse (matrice carrée	
d'ordre 2) .....	42
Puissance n-ième d'une matrice	
triangulaire .....	43
Puissance n-ième d'une matrice .....	44
<b>Chapitre 9.</b>	
<b>Fractions rationnelles</b> .....	<b>45</b>
Simplification de	
$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)}$ .....	45

## Sommaire

Décomposition de $\frac{1}{1-x^4}$ .....	46
Dérivée n-ième d'une fraction rationnelle .....	47
Primitive d'une fraction rationnelle.....	48
<b>Chapitre 10.</b>	
<b>Systèmes linéaires .....</b>	<b>49</b>
Résolution d'un système linéaire par Gauss .....	49
Instabilité d'un système linéaire.....	50
Un joli système linéaire.....	51
<b>Chapitre 11.</b>	
<b>Géométrie du plan et de l'espace .....</b>	<b>52</b>
Une jolie propriété des triangles .....	52
Identité de Lagrange dans le plan .....	53
Coordonnées d'un projeté orthogonal.....	54
Distance d'un point à une droite .....	55
Distance de deux droites (dans l'espace) .....	56
<b>Chapitre 12.</b>	
<b>Espaces vectoriels .....</b>	<b>57</b>
Une jolie famille libre et une jolie famille liée.....	57
Un espace vectoriel tout simple.....	58
Suites constantes et suites de limite nulle sont en somme directe.....	59
Fonctions paires et fonctions impaires sont en somme directe.....	60
Matrices symétriques et antisymétriques sont en somme directe .....	61
<b>Chapitre 13.</b>	
<b>Applications linéaires.....</b>	<b>62</b>
Une belle équivalence sur les noyaux .....	62
Une belle équivalence sur les images .....	63
Noyau et image d'un projecteur.....	64
<b>Chapitre 14. Dimension finie .....</b>	<b>65</b>
Base naturelle et dimension d'un s.e.v .....	65
Une application linéaire toute simple (n° 1).....	66
Une application linéaire toute simple (n° 2).....	67
Existence et unicité d'un polynôme interpolateur .....	68
Dimension par deux méthodes.....	69
<b>Chapitre 15.</b>	
<b>Matrices et applications linéaires .....</b>	<b>70</b>
Changement de base et dérivation .....	70
Trace et rang d'un projecteur sont égaux .....	71
Matrice triangulaire des coefficients binomiaux.....	72
Matrice triangulaire des 1 .....	73
Matrice à diagonale inversée.....	74
Matrice à diagonale dominante.....	75
<b>Chapitre 16.</b>	
<b>Déterminants .....</b>	<b>76</b>
Equation de plan obtenu par un déterminant.....	76
$A^2 - \text{tr}(A)A + \det(A)I_2 = 0_{M_2(\mathbb{R})}$ et calcul de $A^n$ .....	77
Déterminant de Vandermonde.....	78
Déterminants circulants .....	79
Déterminants circulants généralisés.....	80
Des déterminants nuls quasi sans calcul !.....	81
Déterminants, retenez-les tous ! (n° 1).....	82
Déterminants, retenez-les tous ! (n° 2).....	83
Déterminants, retenez-les tous ! (n° 3).....	84
Déterminants, retenez-les tous ! (n° 4).....	85
<b>Chapitre 17.</b>	
<b>Produit scalaire .....</b>	<b>86</b>
Un produit scalaire et une norme pour les polynômes.....	86
Identités de polarisation .....	87
Des fonctions trigonométriques orthogonales .....	88
Des polynômes orthogonaux .....	89
« Gram-Schmidtage » d'un plan .....	90
Matrice de Gram .....	91

Analyse et probabilités 1<sup>re</sup> année

<b>Chapitre 1.</b>	
<b>Inégalités ..... 93</b>	
Inégalités obtenues par des	
identités remarquables ..... 94	
Inégalité triangulaire ..... 95	
Inégalité de Bernoulli ..... 96	
Inégalité de Cauchy-Schwarz ..... 97	
Inégalité $e^x \geq 1+x$ ..... 98	
Inégalité	
$\ln(1+x) \leq x \leq (1+x)\ln(1+x)$ ..... 99	
Inégalité de convexité pour la	
fonction carré ..... 100	
Inégalité arithmético-géométrique ..... 101	
<b>Chapitre 2.</b>	
<b>Dérivées, primitives ..... 102</b>	
Dérivées successives de $xe^x$ ..... 102	
De belles primitives de fractions	
rationnelles ..... 103	
Primitive de puissances de cosinus... 104	
<b>Chapitre 3. Fonctions usuelles ..... 105</b>	
Sommes constantes de fonctions	
trigonométriques réciproques ..... 105	
Simplification de arccos(cos) et	
arcsin(sin) ..... 106	
Simplification de arctan(tan) ..... 107	
<b>Chapitre 4.</b>	
<b>Equations différentielles ..... 108</b>	
Variation de constante ..... 108	
Recollement qui « marche » ..... 109	
Recollement qui « ne marche pas » ... 110	
Equation de Bernoulli..... 111	
Equation de Ricatti..... 112	
Equation différentielle linéaire	
d'ordre 2..... 113	
<b>Chapitre 5.</b>	
<b>Suites réelles..... 114</b>	
La suite de Fibonacci..... 114	
La suite de Babylone ..... 115	
Les suites adjacentes ..... 116	
Moyenne arithmético-géométrique ..... 117	
Constante d'Euler ..... 118	
Convergence au sens de Cesàro ..... 119	
Convergence par majoration ..... 120	
Divergence de la suite (cos(n))..... 121	
<b>Chapitre 6.</b>	
<b>Limites et continuité ..... 122</b>	
Continuité de la fonction racine	
carrée (par les epsilon) ..... 122	
Non-continuité d'une fonction par	
les suites ..... 123	
Existence d'un point fixe ..... 124	
Equation fonctionnelle et fonction	
nulle ..... 125	
Equation fonctionnelle et fonction	
identité ..... 126	
<b>Chapitre 7.</b>	
<b>Dérivabilité..... 127</b>	
Une fonction continue en 0 mais	
non dérivable en 0 ..... 127	
Une fonction dérivable et $C^1$ ..... 128	
Une fonction dérivable sans être $C^1$ .. 129	
Des limites évidentes sans en avoir	
l'air ..... 130	
Equation fonctionnelle et fonction	
logarithme ..... 131	
Equation fonctionnelle et fonction	
exponentielle ..... 132	
Dérivées n-ièmes des fonctions cos	
et sin ..... 133	
Dérivée n-ième de $(x^2 - 1)^n$	
et Leibniz..... 134	
Inégalités célèbres et	
accroissements finis ..... 135	
Suite convergente et	
accroissements finis ..... 136	
Le théorème de Darboux ..... 137	
<b>Chapitre 8.</b>	
<b>Développements limités ..... 138</b>	
Les DL, retrouvez-les tous !	
(« famille » série géométrique) ..... 138	
Les DL, retrouvez-les tous !	
(« famille » exponentielle)..... 139	
Les DL, retrouvez-les tous !	
(« famille » binomiale)..... 140	



## Sommaire

Une limite célèbre, vaincue par les DL .....	141	Divergence de la série harmonique par Oresme .....	152
Position d'une courbe par rapport à sa tangente .....	142	Transformation d'Abel.....	153
<b>Chapitre 9.</b>		Une jolie série télescopique.....	154
<b>Equivalents et petits o.....</b>	<b>143</b>	Quand d'Alembert nous sauve .....	155
Une limite de fonction résolue par les équivalents .....	143	Quand Riemann nous sauve .....	156
Une limite de fonction résolue par des DL puis des équivalents.....	144	<b>Chapitre 12.</b>	
Une limite de suite résolue par les équivalents.....	145	<b>Dénombrement.....</b>	<b>157</b>
<b>Chapitre 10.</b>		Les anagrammes .....	157
<b>Intégration simple.....</b>	<b>146</b>	Les frites « à Toufik ».....	158
Une intégrale vaincue par la linéarisation.....	146	Table ronde de huit personnes .....	159
Des intégrales évidentes sans en avoir l'air .....	147	<b>Chapitre 13.</b>	
Intégrale et quart de cercle .....	148	<b>Probabilités .....</b>	<b>160</b>
Les intégrales de Wallis.....	149	La commode « à Kévina » .....	160
Une somme de Riemann convergente .....	150	Le sorcier du château .....	161
<b>Chapitre 11.</b>		Les buteurs au foot .....	162
<b>Séries numériques.....</b>	<b>151</b>	La formule de Poincaré.....	163
Une série alternée convergente .....	151	<b>Chapitre 14.</b>	
		<b>Variables aléatoires sur un univers fini.....</b>	<b>164</b>
		Les elfes et les gobelins .....	164
		La pièce et Bienaymé-Tchebychev.....	165
		Le robot sur l'étagère .....	166
		Proba d'avoir le même nombre de piles.....	167





# Algèbre et géométrie 1<sup>re</sup> année

## Chapitres concernés :

1. Logique, raisonnement
2. Ensembles et applications
3. Calculs algébriques
4. Nombres complexes, trigonométrie
5. Polynômes
6. Arithmétique
7. Structures algébriques
8. Calcul matriciel
9. Fractions rationnelles
10. Systèmes linéaires
11. Géométrie du plan et de l'espace
12. Espaces vectoriels
13. Applications linéaires
14. Dimension finie
15. Matrices et applications linéaires
16. Déterminants
17. Produit scalaire

## Il y a une infinité de nombres premiers

Chapitre concerné : 1. Logique, raisonnement

□ **Ce que montre cet exo**

Que les nombres premiers (qui sont des entiers qui n'admettent pas d'autres diviseurs que 1 et eux-mêmes, comme 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23...) sont infinis. Il s'agit d'un résultat d'Euclide.

• **L'énoncé**

On souhaite montrer par l'absurde qu'il y a un nombre infini de nombres premiers.

On suppose qu'il y a un nombre fini de nombres premiers  $p_1, p_2, \dots, p_k$  triés par ordre croissant. On considère l'entier  $N = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_k$ .

1) Montrer que  $N + 1 > p_k$ .

2) Montrer que l'entier  $N + 1$  n'admet pas d'autres diviseurs que 1 et lui-même et qu'il est par conséquent premier.

3) Montrer que les questions 1) et 2) aboutissent à une contradiction.

• **Corrigé**

1)  $N + 1 = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_k + 1$ . Comme  $p_1 > 2$  (et par conséquent tous les autres  $p_i$ ), on en déduit que  $N + 1 > p_k$ .

2) Tout d'abord, les entiers 1 et  $N + 1$  divisent  $N + 1$ . Montrons que ce sont les seuls en considérant  $k$  un entier différent de 1 et  $N + 1$  et qui divise  $N + 1$ . Comme  $k \geq 2$ , on en déduit que  $k$  admet un diviseur premier (car tout entier supérieur ou égal à 2 admet au moins un diviseur premier) qui figurent nécessairement parmi la liste des nombres premiers  $p_1, p_2, \dots, p_k$ . Appelons-le donc  $p_i$ . Comme  $p_i$  divise  $k$ , et que  $k$  divise  $N + 1$ , on en déduit que  $p_i$  divise  $N + 1$ . Par ailleurs  $p_i$  divise  $N = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_k$ .

3) Comme  $p_i$  divise  $N + 1$  et  $p_i$  divise  $N$ , on en déduit que  $p_i$  divise leur différence égale à  $N + 1 - N = 1$ . CONTRADICTION ! (car un nombre premier est supérieur ou égal à 2 et donc ne peut pas diviser 1).

Conclusion : il y a bien un nombre infini de nombres premiers.

□ **Ce qu'il faut retenir du cours**

1) Le raisonnement par l'absurde : pour montrer que la proposition  $P$  est vraie, on suppose qu'elle est fautive et qu'on aboutit à une contradiction.

2) Tout entier supérieur ou égal à 2 admet au moins un diviseur premier.

3) Un nombre premier est un nombre supérieur ou égal à 2 et qui n'admet pas d'autres diviseurs que 1 et lui-même.

4) Lorsque  $a$  divise  $b$  et  $c$ , alors  $a$  divise leur différence  $b - c$ .

# $\sqrt{2}$ est irrationnel

*Chapitre concerné : 1. Logique, raisonnement*

□ **Ce que montre cet exo**

Que le nombre  $\sqrt{2}$  est irrationnel (grâce à un raisonnement par l'absurde).

• **L'énoncé**

- 1) Montrer l'implication directe :  $n$  pair  $\Rightarrow n^2$  pair.
- 2) En utilisant un raisonnement par contraposée, montrer que  $n^2$  pair  $\Rightarrow n$  pair.
- 3) En déduire l'équivalence  $n$  pair  $\Leftrightarrow n^2$  pair.
- 4) Application : montrer que  $\sqrt{2}$  est irrationnel en utilisant un raisonnement par l'absurde.

• **Corrigé**

- 1) Supposons  $n$  pair, alors il existe un entier  $k$  tel que  $n = 2k$ .  
On a donc :  $n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2 \times 2k^2$ , ce qui prouve que  $n^2$  est pair (car de la forme  $2j$ ).  
Ainsi, on vient de montrer l'implication :  $n$  pair  $\Rightarrow n^2$  pair.
- 2) La contraposée de  $P \Rightarrow Q$  est  $\text{non } Q \Rightarrow \text{non } P$ . La contraposée de la proposition  $n^2$  pair  $\Rightarrow n$  pair est donc :  $n$  impair  $\Rightarrow n^2$  impair. Prouvons cette contraposée :  
Supposons  $n$  impair, alors  $n = 2k + 1$  donc  $n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ , ce qui prouve que  $n$  est impair (car de la forme  $2j + 1$ ). Ainsi on vient de montrer  $n$  impair  $\Rightarrow n^2$  impair, strictement équivalente à la proposition  $n^2$  pair  $\Rightarrow n$  pair.
- 3) Comme  $n$  pair  $\Rightarrow n^2$  pair (question 1)) et  $n^2$  pair  $\Rightarrow n$  pair (question 2)), on en déduit l'équivalence  $n$  pair  $\Leftrightarrow n^2$  pair.
- 4) Supposons que  $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$  avec  $\text{pgcd}(p, q) = 1$ . En passant au carré, on a :  $2 = \frac{p^2}{q^2}$  soit  $p^2 = 2q^2$ . Cela prouve que  $p^2$  est pair et donc que  $p$  est pair : il existe  $k$  entier tel que  $p = 2k$ .  
L'égalité  $p^2 = 2q^2$  devient alors :  $(2k)^2 = 2q^2$  donc  $4k^2 = 2q^2$  donc  $2k^2 = q^2$ . Cela prouve que  $q^2$  est pair et donc que  $q$  est pair. Bilan : Si  $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$  avec  $\text{pgcd}(p, q) = 1$  alors  $p$  et  $q$  sont pairs (donc divisibles par 2). CONTRADICTION ! (car alors  $\text{pgcd}(p, q) \neq 1$ ). Conclusion :  $\sqrt{2}$  est bien un nombre irrationnel.

□ **Ce qu'il faut retenir du cours**

- 1) Un entier pair est un entier de la forme  $2j$ . Un entier impair est un entier de la forme  $2j + 1$ .
- 2) La contraposée de  $P \Rightarrow Q$  est  $\text{non } Q \Rightarrow \text{non } P$ .
- 3) Montrer l'équivalence  $A \Leftrightarrow B$  revient à montrer  $A \Rightarrow B$  et  $B \Rightarrow A$ .
- 4) Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible.
- 5) Le principe du raisonnement par l'absurde.

## Une récurrence pour une somme

*Chapitre concerné : 1. Logique, raisonnement*

□ **Ce que montre cet exo**

Il montre comment démontrer la formule  $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$  par récurrence.

• **L'énoncé**

En utilisant un raisonnement par récurrence, montrer que  $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$  pour  $n \geq 1$ .

• **Corrigé**

Soit  $P_n$  la propriété «  $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$  ».

**Initialisation** :  $P_1$  est vraie car  $1 = \frac{1 \times 2}{2}$ .

**Hérédité** : Supposons  $P_n$  vraie (c'est-à-dire que  $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ ), et montrons que  $P_{n+1}$

est encore vraie (c'est-à-dire que  $1+2+3+\dots+n+(n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ ).

$$1+2+3+\dots+n+(n+1) = \underbrace{1+2+3+\dots+n}_{\frac{n(n+1)}{2}} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2} = \frac{(n+2)(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

**Conclusion** : comme  $P_1$  est vraie, et que  $P_n$  est héréditaire,  $P_n$  est vraie pour  $n \geq 1$ .

□ **Ce qu'il faut retenir du cours**

Le principe du raisonnement par récurrence (initialisation, hérédité, conclusion).

# TOUS LES EXOS MATHÉMATIQUES

EXERCICES CORRIGÉS / CONSEILS

Pourquoi, parmi les innombrables livres de Prépa, acheter ce livre ?

Voici le top 5 des bonnes raisons !

- ▶ Raison n° 5 : Parce que je n'ai pas le temps de lire des manuels de 1000 pages.
- ▶ Raison n° 4 : Parce que je suis perdu et que je ne sais pas par où commencer pour enfin comprendre quelque chose.
- ▶ Raison n° 3 : Parce que j'ai envie de faire le tour du programme à l'aide d'exemples basiques, fondamentaux et simples.
- ▶ Raison n° 2 : Parce qu'il est facilement transportable : très utile pour réviser dans les couloirs avant une colle de Maths.
- ▶ Raison n° 1 : Parce que le gros DS, c'est demain et que j'ai la curieuse impression de ne plus rien savoir...

Dans ce livre, près de 160 exos incontournables ont été choisis et testés par de vrais étudiants parfois perdus ou démoralisés. Si c'est votre cas, nous faisons le pari que « quand vous les aurez vus, ça ira tout de suite mieux ! »

**Thomas Petit** est professeur agrégé de Mathématiques au lycée Marie Curie de Nogent-sur-Oise, examinateur en Classe préparatoire et auteur de plusieurs livres.



www.editions-ellipses.fr

