Classes préparatoires PCSI, MPSI et PTSI

# 60 KHÔLLES DE PHYSIQUE

## Questions de cours et exercices incontournables

Stéphane Gottar
Denis Dubaj

ellipses

Classes préparatoires PCSI, MPSI et PTSI

# 60 khôlles de Physique

## Questions de cours et exercices incontournables

Stéphane GOTTAR
agrégé de physique-chimie
au lycée Louis Armand à Mulhouse

Denis DUBAJ
docteur en astrophysique
agrégé de physique
au lycée Louis Armand à Mulhouse

ellipses

ISBN 9782340-052987

32, rue Bargue 75740 Paris cedex 15



www.editions-ellipses.fr

# Avant-propos

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants de classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques (PCSI, MPSI, PTSI, …), mais également à ceux de licences scientifiques, d'écoles d'ingénieurs, etc.

Ce n'est ni un livre de cours, ni un livre d'exercices, mais un recueil de sujets de khôlle (interrogation orale) qui traitera de manière différente le programme de 1re année de physique de CPGE (classes préparatoires aux grandes écoles). En effet, en 27 chapitres et 2 ou 3 fiches de khôlle par chapitre, les différentes compétences du référentiel seront abordées. Dans chaque fiche, la première partie sera constituée de questions de cours permettant de cibler les notions essentielles de chaque chapitre du programme. La seconde partie de la fiche quant à elle, comprendra un exercice utilisant le raisonnement scientifique, les outils mathématiques ainsi que les nouveaux acquis du chapitre. Chaque fiche sera suivie d'un corrigé détaillé.

Une fiche de khôlle est prévue pour un travail d'environ 1 h 30 : 1 h 00 pour essayer de réaliser celle-ci et 0 h 30 pour travailler la correction si nécessaire (toutefois certaines peuvent nécessiter une durée plus longue).

Cet ouvrage est utile en complément des cours et des travaux dirigés (TD) dispensés en classe préparatoire ou à l'université, car il permet dans un premier temps de revoir les notions importantes de cours ainsi que les applications directes, et dans un second temps de s'entraîner à des exercices nouveaux et différents de ceux proposés par l'enseignant.

En première année, les étudiants ne savent souvent pas à quoi s'attendre lors de leurs interrogations orales, ce livre leur permettra donc de connaître les attentes habituelles des « khôlleurs » et ils pourront s'entraîner à ce type d'exercices.

Les exercices seront souvent extraits des concours d'entrée aux grandes écoles et modifiés pour s'adapter au chapitre concerné et au temps imparti.

Ce livre pourra également être utilisé comme base de révisions entre la première et la deuxième année.

# Table des matières

# Partie 1
# Signaux physiques

Chapitre 1
# Propagation de la lumière

## Khôlle 1

# Fibre optique

## Partie 1 Questions de cours

1. Définir l'indice optique d'un milieu transparent
2. Établir la relation entre la longueur $\lambda$ d'onde d'une radiation dans un milieu d'indice n et la longueur d'onde $\lambda_0$ dans le vide.
3. Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.

## Partie 2 Problème – Fibre optique

*(D'après concours Mines 2011 – PC – Epreuve de physique II)*

Une fibre optique à saut d'indice, représentée sur la figure 1 est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe $(Ox)$, de diamètre 2a et d'indice n entouré d'une gaine optique d'indice $n_1$ inferieur à n. Les deux milieux sont supposés homogènes, isotropes, transparents et non chargés. Un rayon situé dans le plan $(Oxy)$ entre dans la fibre au point O avec un angle d'incidence $\theta$. Les rayons lumineux sont supposés issus d'une radiation monochromatique de fréquence f et de longueur d'onde $\lambda$ dans le milieu constituant le cœur.

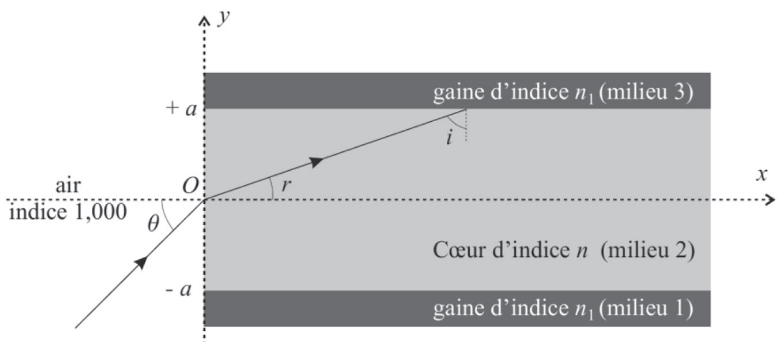



*Fig. 1. Fibre optique en coupe*

**Donnée** : célérité de la lumière : $3,0 \times 10^8\ \text{m.s}^{-1}$

1. Les différents angles utiles sont représentés sur la figure 1. A quelle condition sur i, angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur ? On note $i_{lim}$ l'angle d'incidence limite.

2. Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence $\theta$ est inférieur à un angle limite $\theta_{lim}$ dont on exprimera le sinus en fonction de n et $i_{lim}$. En déduire l'expression de l'ouverture numérique $ON = \sin\theta_{lim}$ de la fibre en fonction de n et $n_1$ uniquement.
3. Donner la valeur numérique de ON pour n = 1,50 et $n_1 = 1,47$.

On considère une fibre optique de longueur L. Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence $\theta$ variable compris entre 0 et $\theta_{lim}$. On note c la vitesse de la lumière dans le vide.

4. Pour quelle valeur de l'angle $\theta$, le temps de parcours de la lumière dans la fibre est-il minimal ? maximal ? Exprimer alors l'intervalle de temps $\delta t$ entre le temps de parcours minimal et maximal en fonction de L, c, n et $n_1$.
5. On pose $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2$. On admet que pour les fibres optiques $\Delta \ll 1$.

   Donner dans ce cas l'expression approchée de $\delta t$ en fonction de L, c, n et $\Delta$. On conservera cette expression de $\delta t$ pour la suite du problème.

   (On rappelle le développement limité au premier ordre pour $x \ll 1$ : $(1+x)^n \approx 1 + nx$ ).

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse d'une durée caractéristique $t_0 = t_2 - t_1$ formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et $\theta_{lim}$. La figure 2 ci-dessous représente l'allure de l'amplitude A du signal lumineux en fonction du temps t.

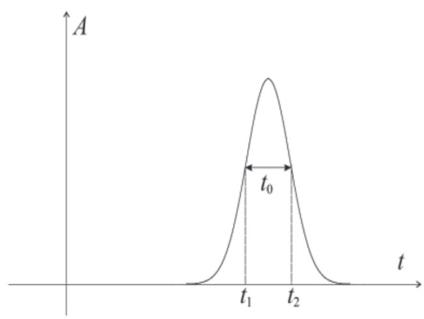



*Fig. 2. Impulsion lumineuse*

6. Reproduire la figure 2 en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre. Quelle est la durée caractéristique $t'_0$ de l'impulsion lumineuse en sortie de fibre ?

Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées « bits ») périodiquement avec une fréquence d'émission F.

**7.** En supposant $t_0$ négligeable devant $\delta t$, quelle condition portant sur la fréquence d'émission F exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?

Pour une fréquence F donnée, on définit la longueur maximale $L_{max}$ de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions. On appelle bande passante de la fibre le produit $BP = L_{max} \times F$.

**8.** Exprimer la bande passante BP en fonction de c, n et $\Delta$.

**9.** Calculer la valeur numérique de $\Delta$ et de la bande passante BP (exprimée en $\text{MHz.km}$) avec les valeurs de n et $n_1$ données dans la question 3. Pour un débit d'information de $F = 100 \text{ Mbits/s} = 100 \text{ MHz}$, quelle longueur maximale de fibre optique peut-on utiliser pour transmettre le signal ? Commenter la valeur de $L_{max}$ obtenue.

Khôlle 1

# Correction



## Partie 1 Questions de cours

**1.** L'indice optique n d'un milieu transparent est le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide c par la vitesse de la lumière v dans le milieu transparent : $n=\frac{c}{v}$ ; $v \leq c$ donc $n \geq 1$ ; n n'a pas d'unité.

**2.** La fréquence est indépendante du milieu dans lequel l'onde se propage par contre la longueur d'onde est modifiée.

$v=\lambda \times f$ et $c=\lambda_0 \times f$

Donc :

$$n=\frac{c}{v}=\frac{\lambda_0 f}{\lambda f}=\frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Ou encore :

$$\lambda=\frac{\lambda_0}{n}$$

**3.** L'optique géométrique décrit la propagation de l'énergie lumineuse sous forme de trajectoires appelées rayon lumineux.

- Les rayons lumineux se propagent en ligne droite dans un milieu transparent (d'indice n), homogène (n indépendant de la position) et isotrope (n indépendant de la direction de propagation). (Propagation rectiligne de la lumière).
- Le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur un même rayon est indépendant du sens de propagation de la lumière entre ces deux points (principe du retour inverse de la lumière).
- Les rayons issus d'une même source ou de sources (ponctuelles) distinctes se propagent indépendamment les uns des autres ; il n'y a pas d'interférences (principe de l'indépendance des rayons lumineux).

Ce modèle est valable si les dimensions caractéristiques du problème sont grandes devant la longueur d'onde ; cela permet de ne pas observer les phénomènes de diffraction.

## Partie 2 Problème – Fibre optique

**1.** À l'interface entre le cœur et la gaine, on peut appliquer la deuxième loi de Snell-Descartes pour la réfraction de la lumière :

$$n \times \sin i = n_1 \times \sin i_1$$

Dans le cas présent $n > n_1$ ; la lumière va vers un milieu moins réfringent et il y a possibilité de réflexion totale.

À la limite $i_1 = \pi / 2$, donc $\sin i_1 = 1$ et $n \times \sin i_{lim} = n_1$ ou encore :

$$i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n}\right)$$

Le rayon reste confiné dans le cœur lorsqu'il y a réflexion totale, c'est-à-dire pour $i > i_{lim}$.

**2.** À l'interface air-cœur, la deuxième loi de Snell-Descartes pour la réfraction de la lumière nous donne $n_{air} \times \sin\theta = n \times \sin r$ soit $\sin\theta = n \times \sin r$.

De plus d'après la géométrie de la fibre :

$$r = \frac{\pi}{2} - i$$

En combinant les deux relations :

$$\sin\theta = n \times \sin r = n \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = n \times \cos i$$

$$\sin\theta = n \times \cos i$$

Les fonctions sinus et cosinus étant respectivement croissante et décroissante sur l'intervalle $\left[0\,;\pi/2\right]$, la condition $i > i_{lim}$ devient :

$\theta < \theta_{lim}$ avec $\sin\theta_{lim} = n \times \cos i_{lim}$

Ouverture numérique :

$$ON = \sin\theta_{lim}$$

On utilise la relation trigonométrique : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$$ON = \sin\theta_{lim} = n \times \cos i_{lim}$$

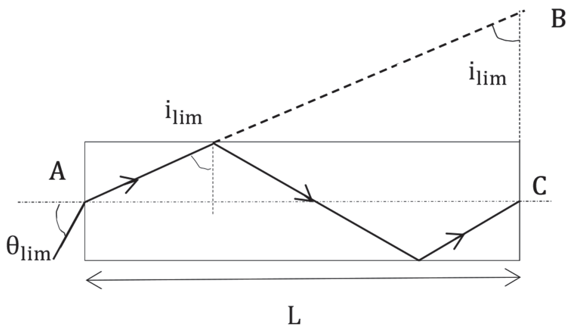
$$ON = n \times \sqrt{1 - \sin^2(i_{lim})} = n \times \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2} = \sqrt{n^2 - n_1^2}$$

Finalement : $ON = \sin\theta_{lim} = \sqrt{n^2 - n_1^2}$

**3.** Application numérique :

$$ON = \sqrt{n^2 - n_1^2} = \sqrt{1,50^2 - 1,47^2} = 0,298$$

**4.**




Dans la fibre tous les rayons se déplacent à la même vitesse :

$$v = \frac{c}{n}$$

Le temps de parcours minimal $t_{min}$ correspond donc à la distance parcourue la plus courte, soit L ; les rayons incidents dans la fibre arrivent en incidence normale donc $\theta_{min} = 0$ rad.

On obtient la relation :

$$v = \frac{L}{t_{min}}$$

Le temps de parcours maximal $t_{max}$ correspond donc à la distance parcourue la plus longue dans la fibre, cette distance est équivalente à la distance AB soit $\dfrac{L}{\sin i_{lim}}$ dans le triangle rectangle (ABC); les rayons incidents dans la fibre arrivent en incidence maximale (limite) donc $\theta_{max} = \theta_{lim}$.

On obtient la relation :

$$v = \frac{AB}{t_{max}} = \frac{\frac{L}{\sin i_{lim}}}{t_{max}}$$

$$\delta t = t_{max} - t_{min} = \frac{\frac{L}{\sin i_{lim}}}{v} - \frac{L}{v} = \frac{L}{v}\left(\frac{1}{\sin i_{lim}} - 1\right)$$

Or :

$$v = \frac{c}{n} \text{ et } \sin i_{lim} = \frac{n_1}{n}$$

On obtient finalement :

$$\delta t = t_{max} - t_{min} = \frac{nL}{c}\left(\frac{n}{n_1} - 1\right)$$

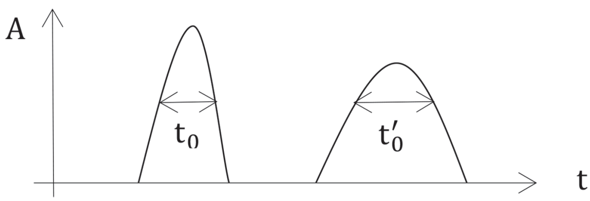
**5.** $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2$ donc $\frac{n}{n_1} = (1-2\Delta)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \Delta$

Alors :

$$\delta t = \frac{nL}{c}\left(\frac{n}{n_1} - 1\right) \approx \frac{nL\Delta}{c}$$

**6.** $t'_0 = t_0 + \delta t$

L'amplitude de l'impulsion diminue du fait de son étalement (conservation de l'énergie lumineuse transportée).




**7.** Si la durée T (période) séparant 2 impulsions est trop brève, les signaux se recouvrent en sortie rendant le décodage impossible.

Pour qu'il n'y ait pas recouvrement il faut donc $\delta t < T$.

Or :

$$\delta t = \frac{nL\Delta}{c} \text{ et } F = \frac{1}{T}$$

$$0 < \frac{nL\Delta}{c} < \frac{1}{T}$$

Donc :

$$F < \frac{c}{nL\Delta}$$

**8.** À la limite :

$$F = \frac{c}{nL_{max}\Delta}$$

La bande passante est alors :

$$BP = L_{max}F \text{ soit } BP = \frac{c}{n\Delta}$$

**9.** $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2$

Donc :

$$\Delta = \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1,47}{1,50}\right)^2\right) = 0,0198$$

$$BP = \frac{c}{n\Delta} = \frac{3,00 \times 10^8}{1,50 \times 0,0198} = 1,01 \times 10^{10} \text{ m.s}^{-1}$$

$$BP = 1,01 \times 10^{10} \text{ m.Hz} = 1,01 \times 10^7 \text{ km.Hz}$$

$$BP = 10,1 \text{ km.MHz}$$

$$L_{max} = \frac{BP}{F} = \frac{1,01 \times 10^{10}}{100 \times 10^6} = 101 \text{ m}$$

Ce type de fibre n'est donc pas adapté pour transporter de l'information sur de grandes distances.

## Khôlle 2

# Réfractomètre de Pulfrich

## Partie 1 Questions de cours

1. Énoncer les lois de Snell-Descartes sur la réflexion de la lumière.
2. Énoncer les lois de Snell-Descartes sur la réfraction de la lumière.
3. Établir la condition sur les indices pour qu'il y ait réflexion totale.

## Partie 2 Problème – Réfractomètre de Pulfrich

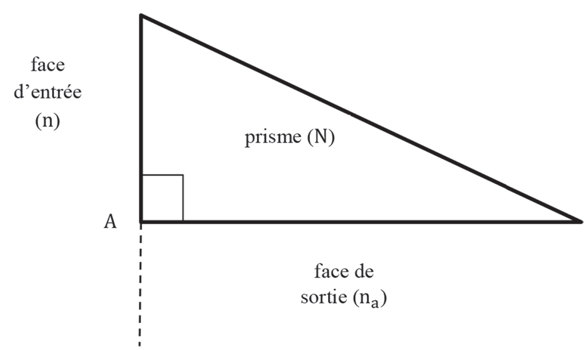
*(D'après BTS chimiste 1996 – sujet de physique)*

L'objet de ce problème est l'étude de la pureté du p-xylène. Elle sera déterminée par réfractométrie.

1. Étude de la déviation d'une lumière monochromatique par un prisme placé dans l'air

   Soit un prisme en verre, d'indice N pour une longueur d'onde $\lambda$, d'angle au sommet A (voir figure question suivante). Tracer la marche d'un rayon lumineux monochromatique dans le plan de section principale pour un angle $A = 90°$. L'orientation choisie pour les angles sera précisée. i, r, r', i' désignent les angles successifs formés par le rayon lumineux avec les normales aux faces du prisme.

2. La face d'entrée du prisme baigne dans un milieu d'indice n ($n < N$) tandis que la face de sortie baigne dans un milieu d'indice $n_a$.



**a.** Soit $r_1$ la plus grande valeur possible pour l'angle noté r. Etablir une expression permettant de le calculer.

**b.** Établir la relation entre $i'_1$ et $r_1$.

**c.** En déduire l'expression de n en fonction de N, $n_a$ et $i'_1$.

**3.** Réfractomètre de Pulfrich :

Une goutte de p-xylène, d'indice de réfraction n, est posée sur la face d'entrée du prisme ; la face de sortie du prisme baigne dans l'air, d'indice $n_a$. L'angle d'incidence i est choisi pour qu'en sortie, on se situe à la limite entre « la plage sombre et la plage lumineuse ».

**a.** Justifier la séparation entre « plage sombre et plage lumineuse » en traçant la marche de plusieurs rayons incidents.

**b.** Justifier qu'il est possible de graduer la face de sortie en fonction de l'indice de réfraction pour un composé donné.

**c.** Calculer la valeur de n (pour la raie D du sodium : $N = 1,6480$ ; $n_a = 1,0003$ ; $i'_1 = 43°45'$).

**4.** La sensibilité de l'appareil est telle que deux produits pourront être différenciés, par mesure de l'indice, à condition que la variation de l'angle $i'_1$ entre les deux mesures soit au moins égale à une minute d'angle : $\Delta i'_1 = 1'$. Il s'agit de savoir si l'appareil pourra différencier l'o-xylène et le m-xylène du p-xylène d'indices respectifs $n_o = 1,5053$, $n_m = 1,4972$ et n.

**a.** Pour cela, vous exprimerez $\Delta n$, la variation de l'indice de réfraction, en fonction de $\Delta i'_1$. Vous pourrez exprimer la différentielle de n, puis passer à la variation.

**b.** Calculer $\Delta n$. Conclure.

# Khôlle 2
# Correction

## Partie 1 Questions de cours

**1.** Première loi de Snell-Descartes sur la réflexion de la lumière :

Le rayon lumineux incident, le rayon lumineux réfléchi et la perpendiculaire à la surface de réflexion sont dans le même plan.

Deuxième loi de Snell-Descartes sur la réflexion de la lumière :

$$i_{\text{incident}} = i_{\text{réfléchi}}$$

**2.** Première loi de Snell-Descartes sur la réfraction de la lumière :

Le rayon lumineux incident, le rayon lumineux réfracté et la perpendiculaire à la surface séparant les deux milieux sont dans le même plan.

Deuxième loi de Snell-Descartes sur la réfraction de la lumière :

$$n_{\text{incident}} \times \sin\left(i_{\text{incident}}\right) = n_{\text{réfracté}} \times \sin\left(i_{\text{réfracté}}\right)$$

**3.** Lors du phénomène de réflexion totale, l'angle $i_{\text{réfracté}}$ est égale à $\pi / 2$. La deuxième loi de Snell-Descartes sur la réfraction de la lumière s'écrit alors :

$$n_{\text{incident}} \times \sin\left(i_{\text{incident}}\right) = n_{\text{réfracté}} \times \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = n_{\text{réfracté}}$$

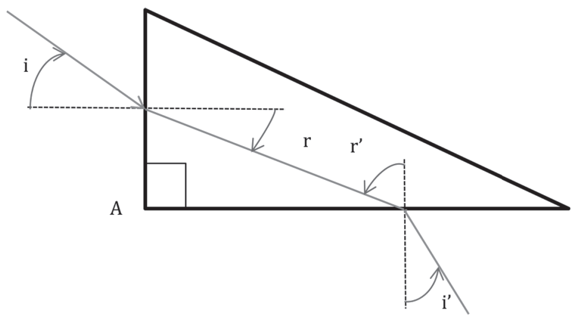
$$\sin\left(i_{\text{incident}}\right) = \frac{n_{\text{réfracté}}}{n_{\text{incident}}}$$

Les indices de réfraction étant positifs et la fonction sinus étant comprise entre $-1$ et 1, il vient ($n_{\text{incident}} \neq 0$) :

$$0 \leq \frac{n_{\text{réfracté}}}{n_{\text{incident}}} \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad 0 \leq n_{\text{réfracté}} \leq n_{\text{incident}}$$

## Partie 2 Problème – Réfractomètre de Pulfrich

**1.**




**2.** **a.** La deuxième loi de Snell-Descartes sur la réfraction de la lumière permet d'écrire pour la face d'entrée du prisme :

$$n \times \sin i = N \times \sin r$$

La valeur maximale $r_1$ est obtenue pour un angle i égal à $\pi / 2$ :

$$n \times \sin \frac{\pi}{2} = N \times \sin r_1 \iff \sin r_1 = \frac{n}{N}$$

**b.** La deuxième loi de Snell-Descartes sur la réfraction de la lumière permet d'écrire pour la face de sortie du prisme :

$$N \times \sin r'_1 = n_a \times \sin i'_1$$

$r_1$ et $r'_1$ sont les deux angles complémentaires d'un triangle rectangle (le prisme) donc :

$$r'_1 = \frac{\pi}{2} - r_1 \quad \Rightarrow \quad N \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - r_1\right) = n_a \times \sin i'_1$$

$$\iff \quad N \times \cos r_1 = n_a \times \sin i'_1$$

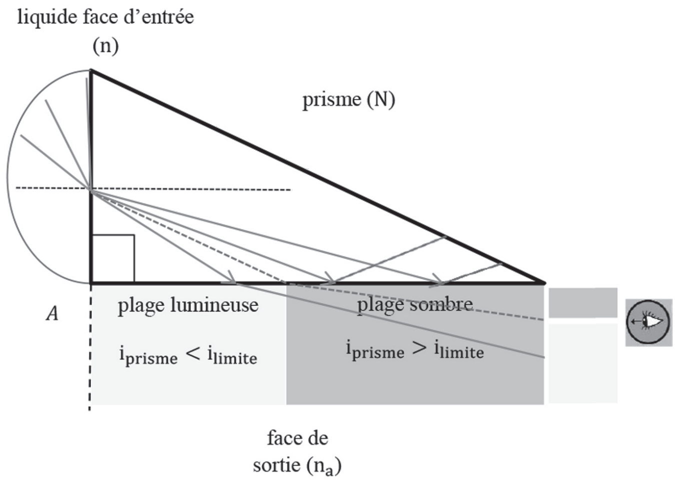
**c.** Des deux questions précédentes :

$$\sin r_1 = \frac{n}{N} \text{ et } \cos r_1 = \frac{n_a \times \sin i'_1}{N}$$

$$\sin^2 r_1 + \cos^2 r_1 = 1 \quad \iff \quad \left(\frac{n}{N}\right)^2 + \left(\frac{n_a \times \sin i'_1}{N}\right)^2 = 1$$

$$\iff \quad n = \sqrt{N^2 - n_a^2 \times \sin^2 i'_1}$$

**3.** **a.** L'indice de réfraction du prisme N est supérieur à l'indice de réfraction de l'air $n_a$, par conséquent il existe en sortie du prisme un angle d'incidence limite au-delà duquel le rayon lumineux n'est pas réfracté mais totalement réfléchi : $\sin(i_{limite}) = \dfrac{n_a}{N}$




**b.** D'après la question 2.c), l'indice de réfraction de la face d'entrée est lié à l'angle de sortie, donc l'angle limite va dépendre du liquide d'indice n. En prenant des composés étalons d'indice connu, on peut donc graduer (au niveau de la limite page sombre et claire) la face de sortie en fonction de l'indice.

**c.** Attention $45\ \text{min}$ d'angle correspondent à $0,75°$ (en effet 60 min = 1°). L'angle vaut donc $43,75°$.

$$n = \sqrt{1,6480^2 - 1,0003^2 \times \sin^2\left(43 + \frac{45}{60}\right)} = 1,4958$$

**4.** **a.** $n = \sqrt{N^2 - n_a^2 \times \sin^2 i'_1}$

$$\Rightarrow \frac{dn}{di'_1} = \frac{1}{2} \times \frac{-n_a^2 \times 2 \times \cos i'_1 \times \sin i'_1}{\sqrt{N^2 - n_a^2 \times \sin^2 i'_1}} = \frac{-n_a^2 \times \cos i'_1 \times \sin i'_1}{n}$$

$$\Delta n \approx \left| \frac{-n_a^2 \times \cos i'_1 \times \sin i'_1}{n} \right| \times \Delta i'_1$$

**b.** $$\Delta n \approx \left| \frac{-(1,0003)^2 \times \cos\left(43 + \frac{45}{60}\right) \times \sin\left(43 + \frac{45}{60}\right)}{1,4958} \right| \times \frac{1}{60}$$

$\Delta n = 0,0056$

$n_o - n = 1,5053 - 1,4958 = 0,0095 > \Delta n$

$n_m - n = 1,4972 - 1,4958 = 0,0014 < \Delta n$

L'o-xylène peut être différentié du p-xylène. En revanche, le m-xylène ne peut pas être différentié du p-xylène.

Chapitre 2

# Miroirs plans et lentilles minces

Khôlle 3

# Appareil photographique

## Partie 1 Questions de cours

1. Que peut-on dire du stigmatisme et de l'aplanétisme d'un miroir plan ?
2. Comment fait-on en pratique pour travailler dans les conditions de Gauss ?
3. Déterminer la position de l'image d'un objet réel A par un miroir plan ; vous répondrez par un schéma précisant le trajet des rayons lumineux.

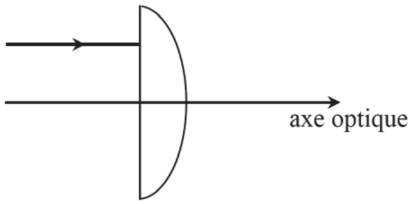
## Partie 2 Problème – Appareil photographique

*(D'après concours commun des Mines 2009 – PCSI option PC)*

On s'intéresse dans un premier temps à un objectif standard d'appareil photographique argentique constitué d'une lentille convergente unique de centre O et de focale $f' = 50\ \text{mm}$. Le sujet photographié est constitué par la tour Eiffel culminant à une hauteur $h = 324\ \text{m}$ du sol et située à une distance $d = 2,0\ \text{km}$ du photographe.

1. Quelle doit être la distance D entre la lentille et la pellicule pour que la photographie soit nette ? Justifier votre réponse.
2. Construire sur un schéma l'image de l'objet sur la pellicule (sans respecter l'échelle).
3. On appelle $h_1$ la hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule. Déterminer son expression en fonction de $f'$, d et h puis calculer sa valeur numérique.
4. Expliquer pourquoi, si l'on souhaite photographier les détails d'un sujet lointain, il faut choisir un objectif de focale plus élevée que celle d'un objectif standard.
5. Dans le cas d'un téléobjectif de focale $f'_0 = 200\ \text{mm}$, calculer la hauteur $h_2$ de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule ainsi que l'encombrement de l'appareil (distance entre la lentille et la pellicule).
6. La matrice de cellules photosensibles de la plupart des reflex numériques est plus petite que la surface impressionnable de la pellicule d'un reflex argentique $24 \times 36$. Justifier alors pourquoi un téléobjectif de focale donnée permet un cadrage plus serré du sujet avec un appareil numérique qu'avec un appareil argentique.

On considère une lentille de verre d'indice n placée dans l'air (figure ci-dessous). On se place dans l'approximation d'un indice n ne dépendant pas de la longueur d'onde.




7. Reproduire la figure et tracer la marche du rayon incident représenté dans et après la lentille. Justifier sommairement le tracé.
8. Quelle est la nature de cette lentille ? Justifier.
9. Définir le foyer image d'un système optique. Indiquer sur la figure le foyer image F' de la lentille.

L'indice de réfraction n du verre constituant la lentille dépend en réalité de la longueur d'onde $\lambda$ de la radiation lumineuse qui la traverse. Ils sont reliés par la loi de Cauchy : $n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$ où a et b sont des constantes positives qui ne dépendent que du milieu traversé. L'indice de l'air est 1.

10. Comparer $t_R$ et $t_B$, angles réfractés en sortie de lentille pour une radiation rouge et pour une radiation bleue en considérant des rayons incidents parallèles à l'axe optique. Tracer alors les chemins suivis par ces deux radiations dans et après la lentille.
11. Expliquer le problème qui pourrait se poser si l'on réalisait un téléobjectif avec une lentille unique.

Afin de raccourcir les téléobjectifs, en particulier les plus puissants, on peut réaliser un autre montage en associant deux lentilles distantes d'une distance e : une lentille convergente $L_1$ de centre $O_1$ et de focale $f'_1 = 50$ mm et une lentille divergente $L_2$ de centre $O_2$ et de focale $f'_2 = -25$ mm ; $e = O_1O_2 = 31$ mm.
On note P, l'intersection du plan de la pellicule avec l'axe optique et F' l'image par le téléobjectif d'un point à l'infini sur l'axe optique.

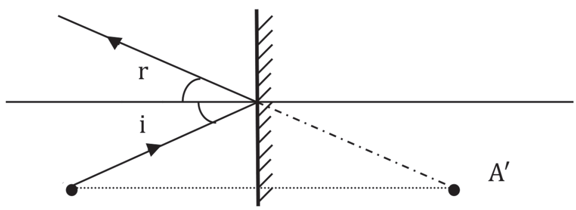
12. Déterminer littéralement la position de F' en fonction de $f'_1$, $f'_2$ et e. En déduire l'expression de l'encombrement $O_1P$ de l'appareil en fonction de ces mêmes grandeurs. Faire les applications numériques.
13. Déterminer l'expression de $h_3$, hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule en fonction de $f'_1$, $f'_2$, e, d et h. Faire l'application numérique.
14. Commenter les résultats précédents.

## Khôlle 3

# Correction

## Partie 1 Questions de cours

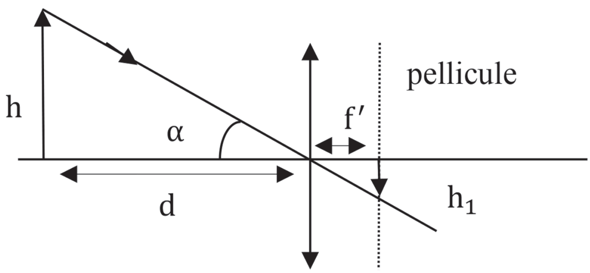
1. Le miroir plan donne une image ponctuelle A' d'un objet ponctuel A ; c'est un donc un système rigoureusement stigmatique. C'est également un système rigoureusement aplanétique car l'image d'un objet situé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique est également perpendiculaire à l'axe optique.
2. Pour travailler dans les conditions de Gauss, les rayons doivent être peu inclinés par rapport à l'axe optique, et peu éloignés de l'axe optique. Cela permet de réaliser un stigmatisme approché (Un système optique S présente un stigmatisme approché pour un couple de points A et A' si tous les rayons issus de A passent au voisinage de A' après avoir traversé S)
3. 




On utilise la deuxième loi de Snell-Descartes de la réflexion, l'angle réfléchi est égal à l'angle incident (i = r). L'image A' est virtuelle.

## Partie 2 Problème – Appareil photographique

1. L'objet peut être considéré comme étant à l'infini ( $d = 2{,}0$ km est très supérieure à $f' = 50$ mm ). L'image nette se forme donc dans le plan focal image de la lentille : $D = 50$ mm .
2. L'image est dans le plan focal image et le rayon passant par le centre de la lentille n'est pas dévié.




**3.** D'après le schéma précédent :

$$\tan\alpha = \frac{h}{d} = \frac{h_1}{f'}$$

Donc :

$$h_1 = \frac{h \times f'}{d}$$

Application numérique :

$$h_1 = \frac{h \times f'}{d} = \frac{324 \times 50 \times 10^{-3}}{2{,}0 \times 10^{3}} = 8{,}1 \times 10^{-3}\ \text{m} = 8{,}1\ \text{mm}$$

**4.** $h_1 = \dfrac{h \times f'}{d}$

Donc :

$$\frac{h_1}{h} = \frac{f'}{d}$$

C'est la valeur absolue du grandissement $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ :

$$|\gamma| = \frac{h_1}{h} = \frac{f'}{d}$$

Pour visualiser plus nettement des détails il faut augmenter le grandissement c'est-à-dire $f'$ ici, car d est fixe pour une photo donnée.

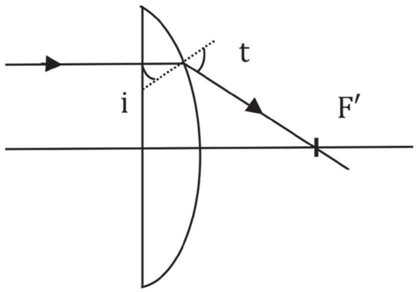
**5.** L'objet est toujours considéré à l'infini $\left(d \gg f_0'\right)$ :

$$h_2 = \frac{h \times f_0'}{d} = \frac{324 \times 200 \times 10^{-3}}{2{,}0 \times 10^{3}} = 3{,}2 \times 10^{-2}\ \text{m} = 32\ \text{mm}$$

L'encombrement correspond à la distance focale soit $200\ \text{mm}$.

Pour un téléobjectif de focale donnée, la taille de l'image est fixée. Si on réduit la taille de l'écran, la pellicule (cas des appareils numériques), l'image sera en partie tronquée. Le cadrage sera donc plus serré.

**6.**




Le rayon incident à l'entrée de la lentille n'est pas dévié (incidence normale). À la sortie de la lentille, le rayon passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent ; il s'écarte donc de la normale (conséquence de la deuxième loi de Snell-Descartes pour la réfraction : $t > i$ ).

Comme le rayon initial est parallèle à l'axe optique, le rayon émergeant de la lentille passe par le foyer image F'.

**7.** Un rayon incident parallèle à l'axe optique est dévié par la lentille en direction de l'axe optique. Cette lentille est donc convergente. De plus la lentille est plus épaisse au centre que sur les bords ; c'est une caractéristique d'une lentille convergente (lentille plan-convexe).

**8.** Le foyer image d'un système optique est l'image d'un objet situé à l'infini sur l'axe optique (point F' sur la figure précédente).

**9.** La longueur d'onde d'une radiation bleue est inférieure à celle d'une radiation rouge. L'indice de réfraction du bleu $n_B$ est donc supérieur à l'indice $n_R$ d'une radiation rouge. Il n'y a pas de déviation sur la face d'entrée car l'incidence est normale.

La deuxième loi de Snell-Descartes pour la réfraction sur la face de sortie de la lentille s'écrit :

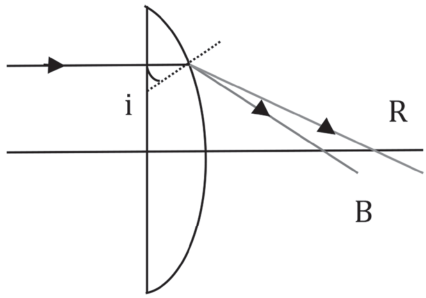
$$n_B \times \sin i = n_{air} \times \sin t_B$$

Puis :

$$\sin t_B = n_B \times \sin i \quad \text{car} \quad n_{air} = 1$$

De même $n_R \times \sin i = n_{air} \times \sin t_R$ alors $\sin t_R = n_R \times \sin i$

Or $n_B > n_R$ donc $t_B > t_R$ (la fonction sinus est croissante).




Il y a donc un foyer image pour chaque radiation.

**10.** On risque d'observer des aberrations chromatiques (dispersion subie par la lumière polychromatique réfractée par le verre). Au voisinage du foyer bleu, on observera une tache bleue au centre et des irisations rouges autour et l'inverse au foyer rouge.

On peut s'affranchir de ce problème en réalisant un doublet, équivalent à une lentille convergente unique, constitué d'une lentille convergente accolée à une lentille divergente, les deux lentilles étant taillées dans des verres d'indices de réfraction différents. Le téléobjectif ainsi constitué présente toutefois l'inconvénient d'un encombrement important.

**11.** Image d'un objet à l'infini par le doublet : $\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$

Utilisons la relation de conjugaison de Descartes pour la lentille $L_2$ :

On a :

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2}$$

$$\overline{O_2F'_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = -e + f'_1$$

De ces deux relations on tire :

$$\overline{O_2F'} = \frac{f'_2\left(f'_1 - e\right)}{f'_1 + f'_2 - e} = \frac{-25 \times \left(50 - 31\right)}{50 - 25 - 31} = 79 \text{ mm}$$

L'encombrement est alors :

$$\overline{O_1P} = \overline{O_1F'} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F'} = 31 + 79 = 1{,}1 \times 10^2 \text{ mm} = 11 \text{ cm}$$

**12.** À travers le dispositif : $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$

Pour une lentille quelconque, le grandissement est défini par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Le grandissement $\gamma$ de l'ensemble est alors ( $A' = F'$ et $A_1 = F_1'$ ) :

Alors :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \times \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{O_2F'}}{\overline{O_2F_1'}} \times \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_1A}}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{O_2F'}}{\overline{O_2F_1'}} \times \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_1A}} \times \overline{AB}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{f'_2(f'_1 - e)}{f'_1 + f'_2 - e} \times \frac{1}{(f'_1 - e)} \times \frac{f'_1}{-d} \times h$$

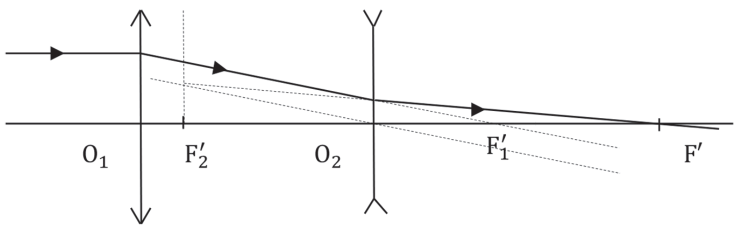
$$\overline{A'B'} = \frac{f'_2}{f'_1 + f'_2 - e} \times \frac{f'_1}{-d} \times h = \frac{-f'_2 \times f'_1 \times h}{d \times (f'_1 + f'_2 - e)}$$

La taille $h_3$ de l'image de la Tour Eiffel est alors :

$$h_3 = \left|\overline{A'B'}\right| = \frac{f'_2 \times f'_1 \times h}{d \times (f'_1 + f'_2 - e)}$$

$$h_3 = \frac{-25 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-3} \times 324}{2{,}0 \times 10^3 \times \left(50 \times 10^{-3} - 25 \times 10^{-3} - 31 \times 10^{-3}\right)} = 34 \text{ mm}$$

L'ajout d'une lentille divergente permet d'obtenir une image de taille équivalente ( $34$ mm à la place de $32$ mm ) mais l'encombrement sera réduit ( $110$ mm à la place de $200$ mm ).



Khôlle 4

# Lunette astronomique

## Partie 1 Questions de cours

1. Rappeler la définition et l'unité de la vergence d'une lentille.
2. Rappeler la relation de conjugaison de Descartes pour une lentille convergente.
3. Établir la condition sur la distance objet-image (D) pour que l'image d'un objet réel soit réelle à travers une lentille convergente.

## Partie 2 Problème – Lunette astronomique

*(D'après concours commun des écoles des mines d'Albi, Alès, Douai, Nantes 2004 – PCSI)*

L'étude porte sur une lunette astronomique formée :

- d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente $L_1$ de distance focale $f'_1 = \overline{O_1F'_1} > 0$ ;
- d'un oculaire constitué d'une lentille mince convergente $L_2$ de distance focale $f'_2 = \overline{O_2F'_2} > 0$.

Ces deux lentilles ont même axe optique $\Delta$.

Il est rappelé qu'un œil normal voit un objet sans accommoder quand celui-ci est placé à l'infini.

L'observation souhaitée concerne la planète Mars, qui est vue à l'œil nu sous un diamètre apparent $\alpha$.

1. Pour voir la planète nette à travers la lunette, on forme un système afocal.
   a. Que cela signifie-t-il ? Que cela implique-t-il pour les positions des lentilles ?
   b. Faire le schéma de la lunette en prenant $f'_1 = 5f'_2$. Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux formé de rayons issus de l'étoile. L'image intermédiaire sera nommée $\overline{A'B'}$.
   c. On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer la pellicule ?
2. L'angle que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette est noté $\alpha'$.

a. L'image est-elle droite ou renversée ?

b. La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Exprimer G en fonction de $f'_1$ et $f'_2$.

c. Le principal défaut d'une lentille est appelé défaut d'aberrations chromatiques : expliquer brièvement l'origine de ce défaut et ses conséquences. Pour quelle raison un miroir n'a-t-il pas ce défaut ?

3. Afin d'augmenter le grossissement de cette lunette et de redresser l'image, une lentille convergente $L_3$ de distance focale $f'_3 = \overline{O_3F'_3} > 0$ est interposée entre $L_1$ et $L_2$. L'oculaire $L_2$ est déplacé pour avoir de la planète une image nette à l'infini à travers le nouvel ensemble optique.

a. Quel couple de points doit conjuguer $L_3$ pour qu'il en soit ainsi ?

b. Le grandissement de la lentille $L_3$ est appelé $\gamma_3$. En déduire $\overline{O_3F'_1}$ en fonction de $f'_3$ et $\gamma_3$.

c. Faire un schéma ($O_3$ sera placé entre $F'_1$ et $F_2$ ; la première image intermédiaire sera nommée $\overline{A'B'}$ et la seconde image intermédiaire $\overline{A''B''}$ ).

d. En déduire le nouveau grossissement G' en fonction de $\gamma_3$ et G. Comparer à G, en norme et en signe.

# Khôlle 4
# Correction



## Partie 1 Questions de cours

**1.** La vergence C d'une lentille est l'inverse de la distance focale image de cette lentille : $C = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'}$.

Elle s'exprime en dioptries $(\delta)$.

**2.** La relation de Descartes pour une lentille est :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

**3.** $D = \overline{OA'} - \overline{OA} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{OA'} = D + \overline{OA}$

En remplaçant dans la relation de Descartes :

$$\frac{1}{D + \overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{OA}^2 + D \times \overline{OA} + Df' = 0$$

Pour que $\overline{OA}$ soit une valeur réelle, il faut que le discriminant de ce polynôme du second degré soit positif ou nul :

$$\Delta = D^2 - 4 \times 1 \times Df' = D(D - 4f') \geq 0$$

$$\Rightarrow \quad D = 0 \text{ m ou : } D \geq 4f'$$

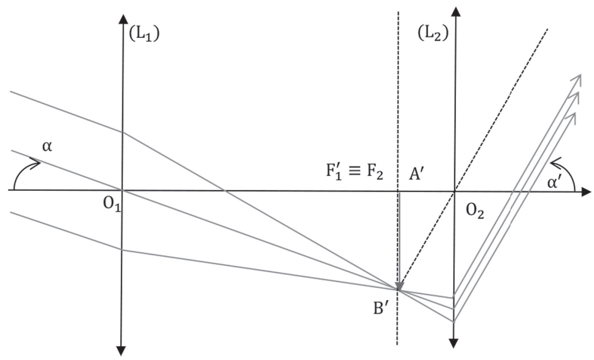
## Partie 2 Problème – Lunette astronomique

**1.** **a.** Un système afocal est un système qui forme à l'infini l'image d'un objet situé à l'infini.

À travers la lentille $L_1$, l'image d'un objet situé à l'infini se forme au foyer image de cette lentille. Pour que l'image à travers la lentille $L_2$ se forme à l'infini, il faut que l'objet soit au foyer objet de cette lentille. Le foyer image de la lentille $L_1$ doit donc être placé au foyer objet de la lentille $L_2$ :

$$\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$$

**b.**




**c.** La pellicule doit être placé à l'endroit où se forme une image. Elle doit donc être placée dans le plan focal image de la lentille $L_1$ (= plan focal objet de la lentille $L_2$ ).

**2.** **a.** Les angles $\alpha$ et $\alpha'$ sont de signes opposés (voir figure), l'image est renversée par rapport à l'objet.

**b.** $\tan\alpha \approx \alpha \approx \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1F'_1}}$ et $\tan\alpha' \approx \alpha' \approx \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{O_2F_2}}$

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \approx \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{f'_1}{f_2} = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

**c.** Une lentille est constituée d'un milieu d'indice de réfraction n dont la valeur dépend de la longueur d'onde. Deux rayons lumineux confondus de longueurs d'onde différentes ne traversent pas la lentille de la même manière. L'image obtenue n'est donc pas ponctuelle, mais elle est formée d'une tache.

Ce défaut n'est pas présent dans un miroir, car la réflexion de la lumière ne dépend pas de l'indice de réfraction des milieux.

**3.** **a.** La lentille $L_3$ doit conjuguer le foyer image $F'_1$ de $L_1$ et le foyer objet $F_2$ de $L_2$ :

$$\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_3} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$$

**b.** À travers la lentille $L_3$, le foyer objet $F_2$ est l'image du foyer image $F'_1$. La relation de conjugaison de Descartes s'écrit alors :

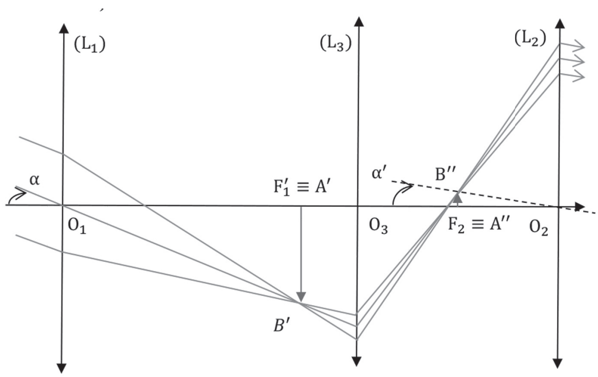
$$\frac{1}{\overline{O_3F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3F'_1}} = \frac{1}{f'_3} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{O_3F_2} = \frac{f'_3 \times \overline{O_3F'_1}}{f'_3 + \overline{O_3F'_1}}$$

Le grandissement s'écrit quant à lui :

$$\gamma_3 = \frac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F'_1}} = \frac{f'_3}{f'_3 + \overline{O_3F'_1}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{O_3F'_1} = f'_3 \times \left( \frac{1}{\gamma_3} - 1 \right)$$

Le grandissement $\gamma_3$ est inférieur en valeur absolue à 1.

**c.**




$$\tan\alpha \approx \alpha \approx \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1F'_1}} \quad \text{et} \quad \tan\alpha' \approx \alpha' \approx \frac{\overline{A''B''}}{\overline{O_2F_2}}$$

$$G' = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} \times \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} \times \frac{f'_1}{-f'_2} = \gamma_3 \times G$$

$$G < 0 \text{ et } \gamma_3 < 0 \quad \Rightarrow \quad G' > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Image droite}$$

$$|\gamma_3| < 1 \quad \Rightarrow \quad |G'| < |G| \quad \Rightarrow \quad \text{Le grossissement a diminué.}$$

# 60 KHÔLLES DE PHYSIQUE

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants de classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques (PCSI, MPSI, PTSI, …), mais également à ceux de licences scientifiques, de préparations intégrées d'écoles d'ingénieurs, etc.

En 60 fiches de khôlle, il traite le programme de première année ; c'est donc un très bon outil pour préparer les interrogations orales hebdomadaires mais également une manière différente de réviser sa « sup » avant d'entrer en « spé ». Chaque fiche comporte une partie sur les questions de cours et une partie sur les problèmes.
Les corrections sont détaillées et les étapes intermédiaires des calculs précisées.

L'originalité de ce livre réside dans le fait que les problèmes utilisés sont généralement extraits de sujets de concours et adaptés lorsque c'est nécessaire au programme de première année.

www.editions-ellipses.fr
9 782340 029187