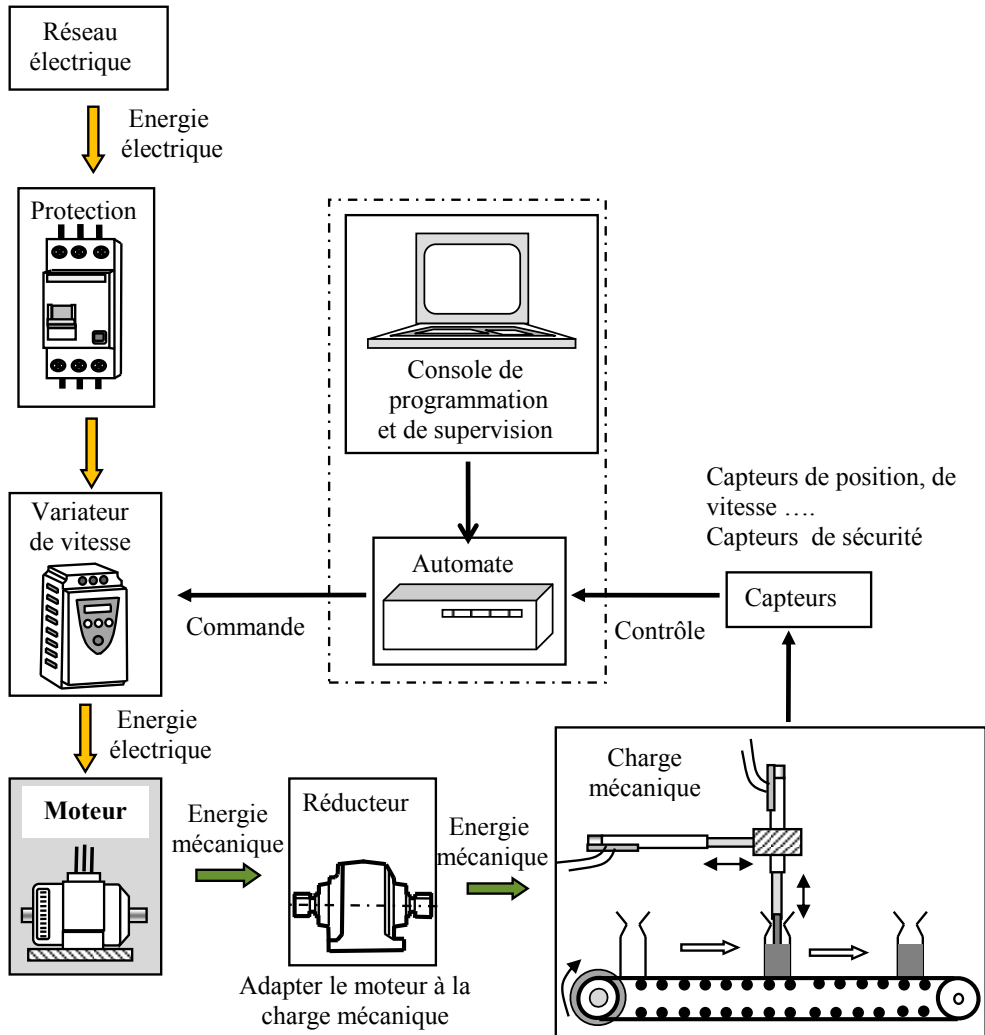
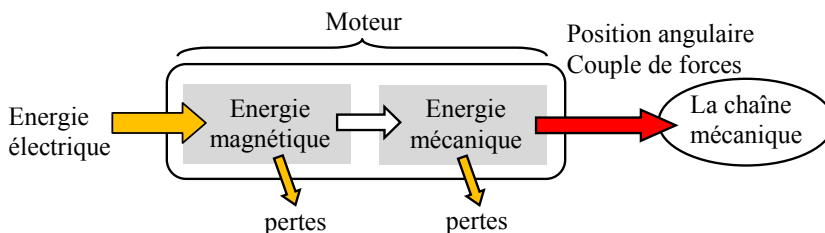


# Avant-propos

Le moteur est le cœur d'une chaîne électromécanique.



Dans le moteur, l'énergie électrique est transformée en énergie magnétique avec quelques pertes. Puis l'énergie magnétique est transformée en énergie mécanique toujours avec quelques pertes.



L'utilisateur d'un moteur a besoin de connaître ses caractéristiques. Comme il va devoir le brancher sur une source d'énergie, il faut aussi qu'il connaisse ses propriétés électriques. Enfin, pour choisir le plus judicieusement le moteur en vue de son utilisation afin de le piloter de la manière la plus précise possible, il faut qu'il connaisse son mode de fonctionnement.

Dans cet ouvrage, on aborde le principe de fonctionnement des moteurs les plus couramment utilisés : les moteurs synchrones, DC et AC Brushless, le moteur asynchrone. On présente aussi quelques autres moteurs comme le moteur à courant continu, le moteur universel, le moteur asynchrone monophasé et le moteur pas à pas. Ces présentations ne comportent aucun développement mathématique compliqué.

Le livre comprend cinq chapitres :

Le chapitre 1 présente une approche simple du fonctionnement d'un moteur et permet de déterminer ses principales caractéristiques.

Le chapitre 2 propose une approche un peu plus abstraite du fonctionnement. Elle est basée sur les notions d'énergie et de co-énergie magnétiques.

Les chapitres 3 et 4 traitent des moteurs synchrones et asynchrones.

Le chapitre 5 présente les autres types de moteurs utilisés.

Le niveau requis est seulement celui de la classe de terminale en mécanique, électricité et magnétisme.

Ceux qui n'auraient pas ces connaissances peuvent consulter deux premiers ouvrages que je propose à cet effet :

*Etude mécanique élémentaire des charges entraînées*  
*Notions de base en électricité et magnétisme.*

Tous trois sont destinés aux étudiants de BTS, de DUT, de 1<sup>o</sup> et 2<sup>o</sup> année de faculté, ainsi qu'à tous ceux qui désirent acquérir des connaissances générales simples dans le domaine de la motorisation électrique.

Ces ouvrages ont pour origine les cours que je dispense à mes étudiants de BTS électrotechnique au Lycée Louis Couffignal à Strasbourg.

Les projets industriels auxquels ils participent au cours de leurs études ont très souvent pour objet la réalisation d'un ensemble mécanique ou sa modification ou encore son amélioration. Il leur faut donc, dans pratiquement tous les cas, choisir un ou plusieurs moteurs électriques d'entraînement, ou bien modifier la motorisation de la chaîne mécanique c'est-à-dire remplacer un ancien moteur trop énergivore ou qui ne répond plus aux besoins ou aux normes en vigueur.

J'espère que le lecteur pourra tirer un grand profit de cet ouvrage et qu'il sera notamment en mesure de présenter à un auditoire les caractéristiques d'un des moteurs sans trop de calculs.

# Table des matières

## CHAPITRE 1 : APPROCHE DU FONCTIONNEMENT D'UN MOTEUR ..... 9

<b>1. Fonctionnement d'un moteur alternatif .....</b>	<b>9</b>
1.1. L'interaction entre deux champs magnétiques .....	9
1.2. Production d'un champ magnétique radial sinusoïdal .....	11
1.3. Equivalence entre un champ radial sinusoïdal et un champ uniforme .....	16
1.4. Moment du couple de forces entre les deux champs .....	18
1.5. Moteur-génératrice.....	21
<b>2. Champ magnétique statorique tournant de manière continue .....</b>	<b>22</b>
2.1. Champ magnétique tournant à répartition spatiale sinusoïdale .....	22
2.2. Comment produire un champ magnétique tournant ? .....	24
2.3. Action d'un champ tournant devant des bobinages.....	30
<b>3. Moteurs synchrone et asynchrone : principe de fonctionnement.....</b>	<b>32</b>
3.1. La constitution du stator et du rotor des moteurs .....	32
3.2. Les deux types de moteur synchrone .....	32
3.3. Le principe de fonctionnement du moteur asynchrone .....	37
3.4. Etude du moment du couple moteur d'un moteur asynchrone .....	42
3.5. Les différences entre les moteurs synchrone et asynchrone .....	49
<b>4. Fonctionnement d'un moteur à courant continu .....</b>	<b>52</b>
4.1. Observation.....	52
4.2. Le moment du couple moteur .....	52

## CHAPITRE 2 : ENERGIE MAGNETIQUE ET MOTEURS .....57

<b>1. Le principe de la conversion électromécanique.....</b>	<b>57</b>
1.1. Introduction .....	57
1.2. Les exemples d'étude.....	58
1.3. Bobine à noyau de fer sans partie mobile .....	64
1.4. Bobine à noyau de fer dont une partie est mobile.....	66
1.5. Applications.....	69
<b>2. Application aux moteurs industriels.....</b>	<b>73</b>
2.1. Deux bobines couplées par un matériau ferromagnétique.....	73
2.2. Le principe de fonctionnement des moteurs.....	76
2.3. Conclusion .....	82

## CHAPITRE 3 : LES MOTEURS SYNCHRONES .....83

<b>1. Les deux types de moteurs synchrones à aimant permanent.....</b>	<b>83</b>
1.1. Description simplifiée.....	83
1.2. Modèle électrique d'un moteur synchrone .....	84
1.3. Moment du couple moteur, puissance.....	86

<b>2. Le moteur DC Brushless .....</b>	<b>88</b>
2.1. Description .....	88
2.2. Principe de fonctionnement dans le cas d'un rotor à 4 paires de pôles .....	90
2.3. Les moteurs DC Brushless à structure inversée.....	93
2.4. Propriétés électromécaniques .....	93
2.5. Les moteurs DC Brushless sans capteur.....	97
2.6. Mise en oeuvre du moteur DC Brushless sous tension constante .....	99
2.7. Une comparaison .....	104
2.8. Le pilotage du moteur DC Brushless .....	105
<b>3. Le moteur AC Brushless ou moteur synchrone à fcm sinusoïdales .....</b>	<b>110</b>
3.1. Généralités .....	110
3.2. Les propriétés du moteur.....	110
3.3. L'autopilotage du moteur .....	117
3.4. Autres caractéristiques nécessaires pour mettre en oeuvre un moteur.....	121
3.5. Application .....	126
3.6. Le capteur de position du rotor d'un moteur AC Brushless .....	131
3.7. La structure détaillée d'un variateur de fréquence à commande scalaire.....	139
<b>CHAPITRE 4 : LE MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASE .....</b>	<b>141</b>
<b>1. Le moteur fonctionnant en tout ou rien sur le réseau triphasé .....</b>	<b>141</b>
1.1. Le branchement du moteur sur le réseau .....	141
1.2. Formulaire d'un moteur branché sur le réseau .....	144
1.3. Le démarrage direct du moteur .....	149
1.4. Le schéma électrique du démarrage direct (notion) .....	152
1.5. L'utilisation d'un démarreur électronique .....	157
1.6. Fonctionnement en moteur, fonctionnement en génératrice .....	159
1.7. Le freinage.....	162
<b>2. Modèles électriques d'un moteur asynchrone en régime permanent.....</b>	<b>166</b>
Introduction .....	166
2.1. Régime transitoire = succession de régimes permanents .....	166
2.2. Flux statorique et flux rotorique .....	166
2.3. Modélisation : première approche .....	171
2.4. Nouveau modèle électrique du moteur.....	173
2.5. Les deux modèles électriques couramment utilisés .....	178
<b>3. Modèle avec fuites magnétiques ramenées au rotor .....</b>	<b>183</b>
3.1. Bilan des puissances.....	183
3.2. Détermination des éléments du modèle électrique du moteur.....	187
3.3. Expression du moment du couple moteur .....	193
3.4. Moment du couple moteur en fonction du glissement (exercice) .....	198
3.5. Variation de la vitesse d'un moteur asynchrone en boucle ouverte.....	202

<b>4. Modèle électrique avec fuites magnétiques ramenées au stator .....</b>	<b>210</b>
4.1. Détermination des éléments du modèle équivalent .....	210
4.2. Propriétés du moment du couple moteur .....	213
4.3. Application du modèle : autopilotage d'un moteur asynchrone.....	215
<b>5. Pilotage en boucle fermée du couple moteur par commande scalaire .....</b>	<b>221</b>
5.1. Contrôle scalaire du moteur .....	221
5.2. Le but recherché : action sur le couple moteur.....	221
5.3. Les grandeurs permettant de contrôler le moment du couple moteur .....	222
5.4. Les lois de commande.....	224
<b>6. Pilotage moderne du couple moteur (notion).....</b>	<b>226</b>
6.1. Le contrôle vectoriel de flux .....	226
6.2. Contrôle du couple moteur sans capteur : la technologie DTC (notion).....	232
6.3. Comparaison des performances des trois types de technologie.....	235
<b>7. Comparaison qualitative des moteurs synchrone et asynchrone.....</b>	<b>237</b>
<b>CHAPITRE 5 : AUTRES MOTEURS COURAMMENT UTILISES.....</b>	<b>239</b>
<b>1. Le moteur à courant continu.....</b>	<b>239</b>
1.1. Le principe du moteur à courant continu .....	239
1.2. Quelques défauts rencontrés.....	244
1.3. Moteur à courant continu en boucle ouverte et en régime permanent.....	247
1.4. Applications.....	250
1.5. Moteur à courant continu en boucle ouverte et en régime transitoire.....	253
<b>2. Le moteur universel.....</b>	<b>258</b>
2.1. Principe de fonctionnement .....	258
2.2. Les relations caractérisant le moteur .....	259
2.3. Défauts et qualités du moteur universel .....	260
<b>3. Le moteur asynchrone monophasé .....</b>	<b>262</b>
3.1. Principe de fonctionnement .....	262
3.2. Caractéristiques du moteur monophasé .....	264
<b>4. Le moteur pas à pas.....</b>	<b>267</b>
4.1. Introduction .....	267
4.2. Etude élémentaire des propriétés d'un moteur pas à pas .....	268
4.3. Description des différents types de moteurs .....	275
<b>Index.....</b>	<b>279</b>



# CHAPITRE 1

## APPROCHE DU FONCTIONNEMENT D'UN MOTEUR

### 1. Fonctionnement d'un moteur alternatif

Un moteur est constitué d'un stator, partie fixe et d'un rotor qui doit tourner pour entraîner une charge mécanique. Sur quel principe physique le rotor tourne-t-il ?

#### 1.1. L'interaction entre deux champs magnétiques

- Champ magnétique statorique, champ magnétique rotorique

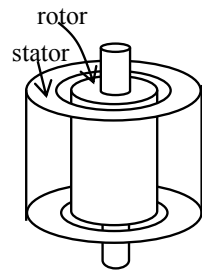
La présence de deux champs magnétiques

Tous les moteurs fonctionnent sur le même principe : l'interaction entre deux champs magnétiques, l'un créé par le stator, partie fixe du moteur, l'autre produit par le rotor, la partie mobile.

Chaque champ magnétique est caractérisé par ses pôles magnétiques qu'il soit produit :

par des aimants permanents ou induit dans des matériaux ferromagnétiques.

par des courants électriques traversant des bobines.



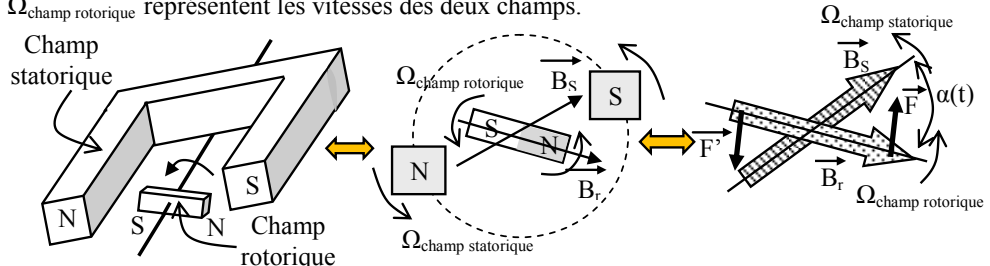
L'interaction entre deux champs

L'interaction entre les champs est matérialisée par l'attraction entre pôles de natures différentes et la répulsion entre pôles de même nature.

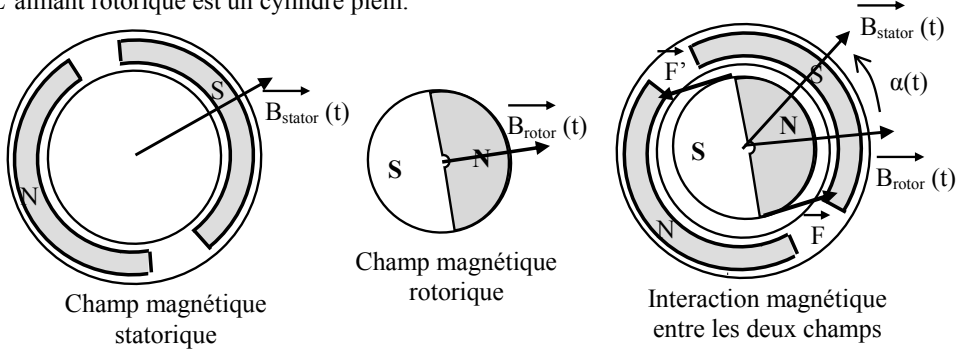
Comme le but est de faire tourner le rotor autour de son axe, il faut que le stator produise un champ magnétique qui doit être en rotation pour pouvoir entraîner, à sa suite, celui créé par le rotor. Mais il faut aussi que le champ magnétique produit par le rotor entraîne le rotor lui-même, en rotation, dans son sillage. C'est ce qui se passe dans les moteurs à courants alternatifs.

Visualisation simplifiée des deux champs magnétiques

On a matérialisé les deux champs magnétiques par deux aimants bipolaires.  $\Omega_{\text{champ statorique}}$  et  $\Omega_{\text{champ rotorique}}$  représentent les vitesses des deux champs.



Dans un moteur, les deux aimants sont des cylindres coaxiaux. L'aimant statorique est creux. L'aimant rotorique est un cylindre plein.

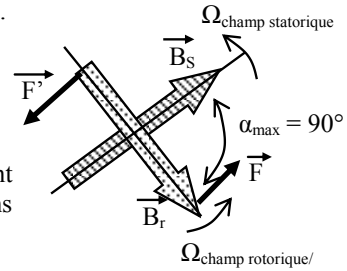


La condition pour que le champ statorique puisse entraîner le champ rotorique

Pour que l'attraction puisse se faire, il faut que les deux champs magnétiques tournent à la même vitesse. En effet si le rotor tourne moins vite, chacun de ses pôles voit rapidement défiler devant lui alternativement le pôle Nord puis le pôle Sud du champ statorique tournant. Donc chaque pôle du rotor est alternativement attiré puis repoussé par chacun des pôles du champ statorique. L'effet magnétique global est nul. A cause des frottements et de la charge mécanique qu'il entraîne, le rotor ralentit et finit pas s'arrêter.

Pour que le champ statorique puisse entraîner en rotation le champ rotorique, il faut que les deux champs tournent à la même vitesse.

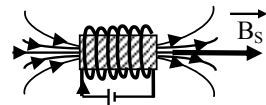
On peut tolérer provisoirement une différence de vitesse tant que l'angle  $\alpha$  entre les deux champs ne dépasse pas  $90^\circ$  dans le cas où ils sont bipolaires.



• **Production élémentaire d'un champ magnétique tournant statorique**

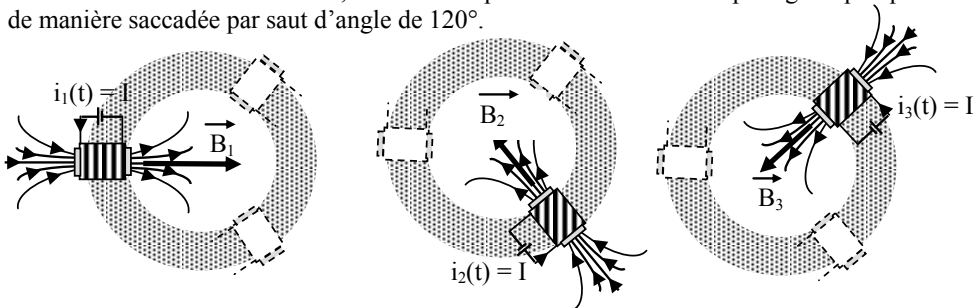
Utilisation de trois bobines élémentaires

La manière la plus simple est de positionner, dans l'espace, trois bobines à  $120^\circ$  l'une de l'autre et de les alimenter à tour de rôle.



On a représenté le champ produit par le courant traversant une bobine.

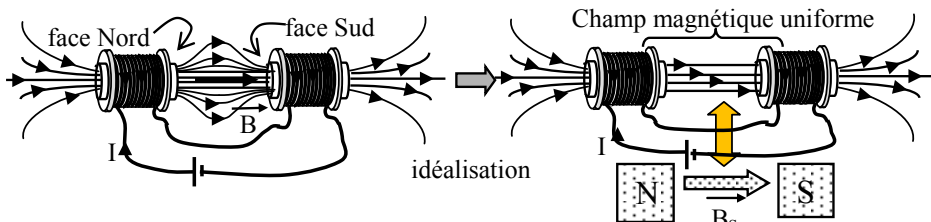
En les alimentant à tour de rôle, on observe que l'on a créé un champ magnétique qui tourne de manière saccadée par saut d'angle de  $120^\circ$ .



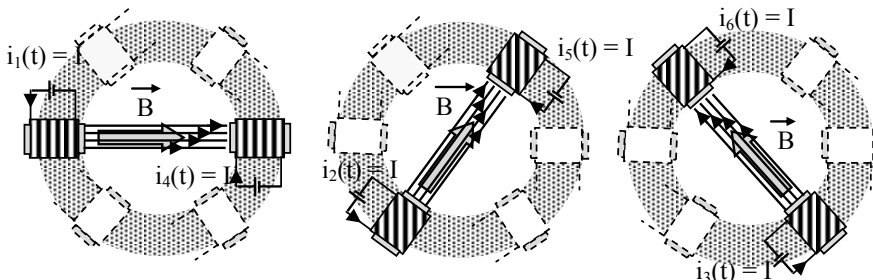
Production d'un champ magnétique plus uniforme.

Pour avoir un champ magnétique spatialement plus uniforme, chacune des bobines est décomposée en deux demi-bobines diamétralement opposées.





En les alimentant à tour de rôle, le champ magnétique tourne par pas de 60°.



Observation

Cette manière de produire un champ tournant statorique est relativement élémentaire puisqu'il tourne de manière saccadée. Cela suffit dans les moteurs peu évolués qui n'ont pas besoin de précision, car cette manière de produire un champ tournant est peu onéreuse. Mais l'action du couple de forces motrices est aussi saccadée, ce qui n'est pas intéressant pour les moteurs industriels.

**1.2. Production d'un champ magnétique radial sinusoïdal**

• **Les champs magnétiques présents dans les moteurs industriels**

Propriétés des champs dans les moteurs

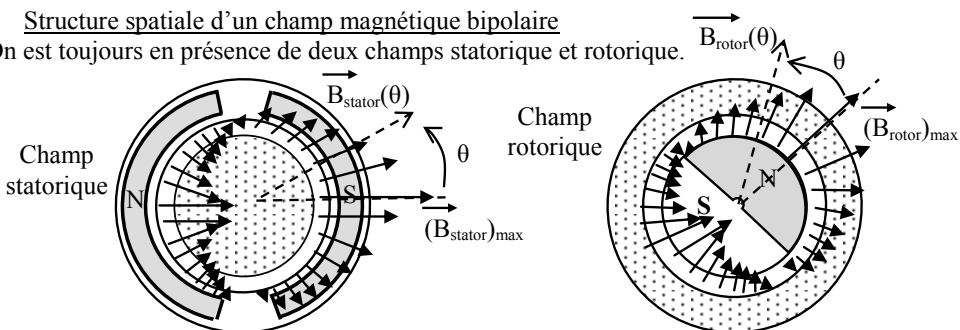
Pour que le mouvement du rotor soit le plus régulier possible, pour que le moment du couple moteur entraînant le rotor soit le plus constant possible, il est nécessaire que les champs magnétiques présents dans un moteur soient :

- à symétrie radiale.
- à répartition spatiale la plus sinusoïdale possible.

Pour y arriver les constructeurs ont donné une certaine forme à l'entrefer entre le stator et le rotor. Le champ peut être produit par un aimant. S'il est produit par un courant, les conducteurs utilisés constituent un bobinage. Celui-ci est composé de plusieurs bobines élémentaires en série réparties d'une certaine manière que l'on n'a pas représenté ici.

Structure spatiale d'un champ magnétique bipolaire

On est toujours en présence de deux champs statorique et rotorique.

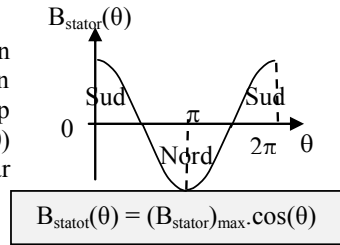


Le champ magnétique statorique

On constate que dans l'entrefer séparant stator et rotor :

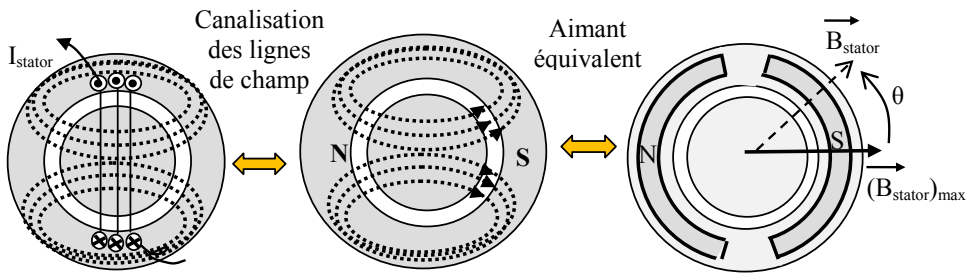
Les lignes de champ semblent provenir de l'axe central commun des deux cylindres statorique et rotorique.

L'intensité du champ magnétique est une fonction sinusoïdale dans l'espace. Si on veut décrire le champ en prenant comme origine la direction pour laquelle le champ est maximum, on peut écrire que :  $B_{stator}(\theta) = B_{max} \cdot \cos(\theta)$  avec  $\theta$  donnant la direction angulaire du vecteur champ par rapport à celle du vecteur champ ( $\vec{B}_{stator} \rangle_{max}$ .

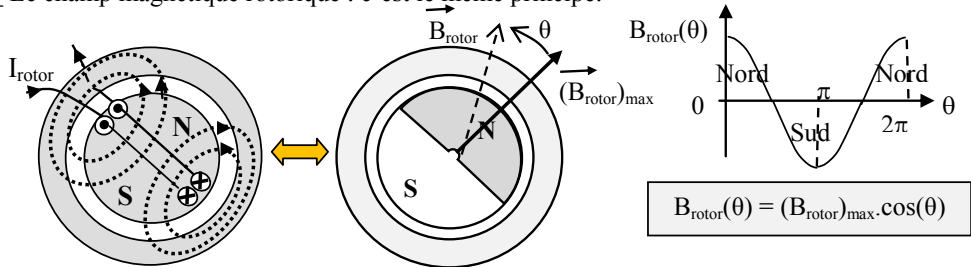


La périodicité spatiale est de  $2\pi$  radians

S'il est produit par un courant, celui-ci circulera dans un bobinage constitué d'une seule bobine.



Le champ magnétique rotorique : c'est le même principe.



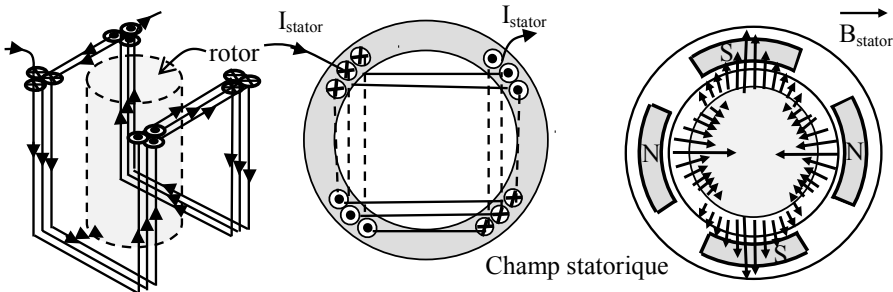
Structure d'un champ magnétique quadripolaire

Champ magnétique statorique :

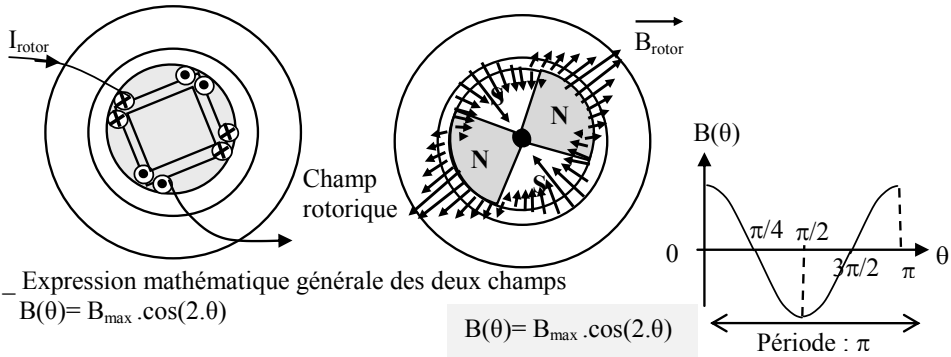
S'il est produit par un courant circulant dans un bobinage, celui-ci est constitué de deux bobines élémentaires en série.

La périodicité spatiale des champs magnétiques est  $2\pi/2 = \pi$  radians

L'intensité du champ est une fonction sinusoïdale dans l'espace :  $B(\theta) = B_{max} \cdot \cos(2 \cdot \theta)$ .



\_ Champ magnétique rotorique : c'est le même principe



\_ Expression mathématique générale des deux champs

$$B(\theta) = B_{\max} \cdot \cos(2\theta)$$

$$B(\theta) = B_{\max} \cdot \cos(2\theta)$$

• **Généralisation : le cas d'un champ à p paires de pôles**

Propriétés

Si le champ magnétique est produit par un courant, le bobinage est constitué de p bobines.

La périodicité spatiale du champ magnétique est  $2\pi/p$  radians.

L'expression de l'intensité du champ magnétique :  $B_{\sinus}(\theta) = (B_{\sinus})_{\max} \cdot \cos(p\theta)$ .

La périodicité spatiale est  $2\pi/p$  radians

Le matériau constituant le stator et le rotor

Le stator et le rotor sont constitués de matériaux ferromagnétiques qui ont la propriété de canaliser les lignes d'un champ magnétique et d'amplifier son intensité jusqu'à un certain point.

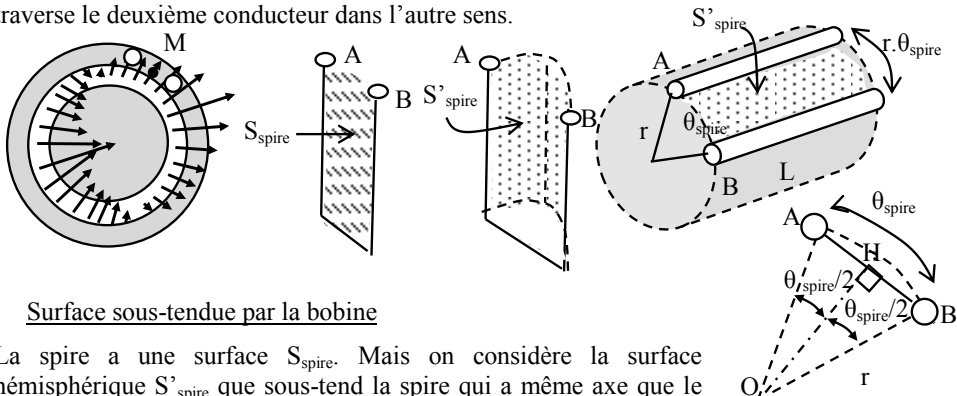
Dans le cas d'un champ magnétique produit par un bobinage, si les matériaux constituant le rotor et le stator ne sont pas saturés, alors la valeur maximale de l'intensité du champ magnétique est proportionnelle à celle, i, du courant traversant le bobinage :  $(B_{\sinus})_{\max} = k \cdot i$

$$B_{\sinus}(\theta) = (B_{\sinus})_{\max} \cdot \cos(p\theta) \text{ avec } B_{\max} = k \cdot i$$

• **Le flux du champ magnétique à travers une spire élémentaire**

Une spire élémentaire

Elle est constituée de deux conducteurs très proches reliés électriquement entre eux et parcourus par le même courant. Celui-ci traverse le premier conducteur dans un sens puis traverse le deuxième conducteur dans l'autre sens.



Surface sous-tendue par la bobine

La spire a une surface  $S_{\text{spire}}$ . Mais on considère la surface hémisphérique  $S'_{\text{spire}}$  que sous-tend la spire qui a même axe que le

cylindre rotorique et même forme que l'entrefer. On aura besoin de calculer les expressions des deux surfaces.

Le cas de  $S'_{spire}$  :  $S'_{spire} = L \cdot 2 \cdot r \cdot \theta_{spire}$

Le cas de  $S_{spire}$  :  $S_{spire} = L \cdot AB$ .

Il faut exprimer le segment AB en fonction du rayon r du cylindre rotorique AH = HB

$\sin(\theta_{spire}/2) = AH/OA = AB/(2 \cdot r)$  ; donc  $AB = 2 \cdot r \cdot \sin(\theta_{spire}/2)$ . D'où  $S_{spire} = 2r \cdot L \cdot \sin(\theta_{spire}/2)$ .

$$S'_{spire} = L \cdot 2 \cdot r \cdot \theta_{spire}$$

$$S_{spire} = 2 \cdot r \cdot L \cdot \sin(\theta_{spire}/2)$$

### Flux d'un champ magnétique bipolaire à travers la spire élémentaire

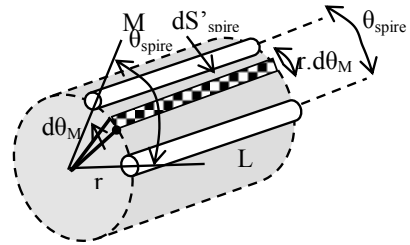
Les lignes de champ qui traverse la spire sont toutes perpendiculaires à la surface  $S'_{spire}$  puisque le champ est radial. Par contre, l'intensité du champ magnétique n'est pas la même en chacune des ses points.



On peut remarquer, que, d'après le théorème de Gauss, toutes les lignes du champ magnétique traversant la surface  $S_{spire}$ , traversent aussi la surface hémisphérique  $S'_{spire}$ . Donc les flux du champ magnétique à travers les deux surfaces sont identiques. Il faut maintenant donc « construire » le flux.

Le flux élémentaire  $d\Phi_M$

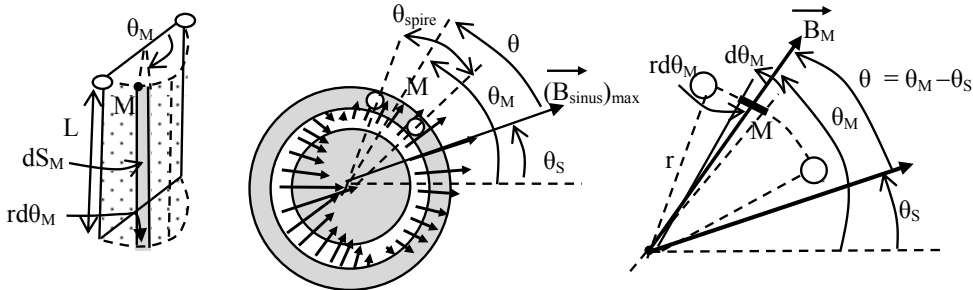
On considère un point M de la surface de la spire repéré par l'angle  $\theta_M$ . On choisit une surface infiniment petite centrée sur le point M, notée  $dS_M$  à travers laquelle l'intensité du champ magnétique, notée  $B_M$ , est constante. Vu la symétrie du champ, on prend pour surface élémentaire, un élément infiniment petit de la surface hémisphérique de la spire qui a pour expression :  $dS_M = L \cdot r \cdot d\theta_M$ .



Le flux élémentaire à travers cette surface a pour expression  $d\Phi_M = B_M \cdot dS_M$  puisque le champ magnétique est en tout point perpendiculaire à cette surface. L'intensité  $B_M$  a pour expression :

$B_M = (B_{\sinus})_{\max} \cdot \cos(\theta)$  avec  $\theta = \theta_M - \theta_S$

Donc  $d\Phi_M = L \cdot r \cdot (B_{\sinus})_{\max} \cdot \cos[\theta_M - \theta_S] \cdot d\theta_M$ .



Le flux total  $\Phi_{bipolaire}$

Le flux total à travers la surface  $S'_{spire}$  s'obtient en faisant varier l'angle  $\theta_M$  de  $\theta_M - \theta_{spire}/2$  à  $\theta_M + \theta_{spire}/2$  pour décrire toute la surface  $S'_{spire}$ .

$$\Phi_{bipolaire} = r \cdot L \cdot (B_{\sinus})_{\max} \int_{\theta_M - \theta_{spire}/2}^{\theta_M + \theta_{spire}/2} \cos(\theta_M - \theta_S) \cdot d\theta_M$$

$$\Phi_{bipolaire} = r \cdot L \cdot (B_{\sinus})_{\max} [\sin(\theta_M - \theta_S)]_{\theta_M - \theta_{spire}/2}^{\theta_M + \theta_{spire}/2}$$

$$\Phi_{bipolaire} = r \cdot L \cdot (B_{\sinus})_{\max} [\sin(\theta_M + \theta_{spire}/2 - \theta_S) - \sin(\theta_M - \theta_{spire}/2 - \theta_S)]$$

$$\Phi_{bipolaire} = r \cdot L \cdot (B_{\sinus})_{\max} [\sin(\theta_M - \theta_S + \theta_{spire}/2) - \sin(\theta_M - \theta_S - \theta_{spire}/2)]$$

On pose  $a = \theta_M - \theta_S$  et  $b = \theta_{spire}/2$

On est dans le cas  $\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2 \cdot \cos a \cdot \sin b$

Car  $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$  et  $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

Donc  $\Phi_{\text{bipolaire}} = 2 \cdot r \cdot L \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \sin(\theta_{\text{spire}}/2) \cdot \cos(\theta_M - \theta_S)$

Observation :  $S_{\text{spire}} = 2 \cdot r \cdot L \cdot \sin(\theta_{\text{spire}}/2)$ , donc  $\Phi_{\text{bipolaire}} = S_{\text{spire}} \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \cos(\theta_M - \theta_S)$

Conclusion : Comme  $\theta = \theta_M - \theta_S$ ,  $\Phi_{\text{bipolaire}} = \Phi_{\text{max}} \cdot \cos(\theta)$  avec  $\Phi_{\text{max}} = S_{\text{spire}} \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}}$

$$\Phi_{\text{bipolaire}} = \Phi_{\text{max}} \cdot \cos(\theta) \text{ avec } \Phi_{\text{max}} = S_{\text{spire}} \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}}$$

Flux d'un champ magnétique à p paires de pôles à travers la spire élémentaire

Le raisonnement est pratiquement le même

Le flux élémentaire  $d\Phi_M$  :  $d\Phi_M = L \cdot r \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \cos[p \cdot (\theta_M - \theta_S)] \cdot d\theta_M$ .

Le flux total  $\Phi_{\text{multipolaire}}$

$$\Phi_{\text{multipolaire}} = r \cdot L \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \int_{\theta_M - \theta_{\text{spire}}/2}^{\theta_M + \theta_{\text{spire}}/2} \cos[p \cdot (\theta_M - \theta_S)] \cdot d\theta_M$$

$$\Phi_{\text{multipolaire}} = \frac{1}{p} r \cdot L \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot [\sin [p \cdot (\theta_M - \theta_S)]]_{\theta_M - \theta_{\text{spire}}/2}^{\theta_M + \theta_{\text{spire}}/2}$$

$$\text{Donc } \Phi_{\text{multipolaire}} = \frac{1}{p} 2 \cdot r \cdot L \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \sin(\theta_{\text{spire}}/2) \cdot \cos[p \cdot (\theta_M - \theta_S)]$$

$S_{\text{spire}} = 2 \cdot r \cdot L \cdot \sin(\theta_{\text{spire}}/2)$  et  $\theta = \theta_M - \theta_S$ ,

$$\Phi_{\text{multipolaire}} = \frac{1}{p} S_{\text{spire}} \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \cos(p \cdot \theta)$$

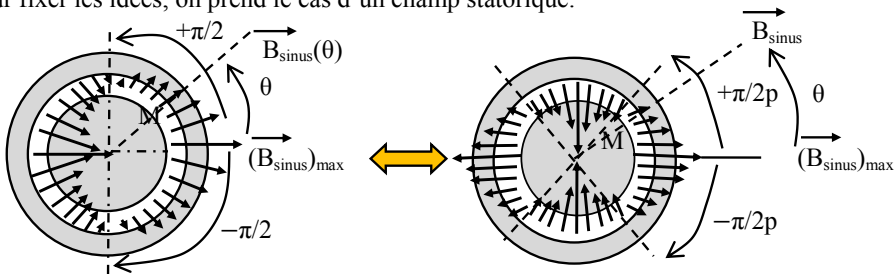
$$\Phi_{\text{multipolaire}} = \frac{\Phi_{\text{max}}}{p} \cos(p \cdot \theta) \text{ avec } \Phi_{\text{max}} = S_{\text{spire}} \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}}$$

$$\Phi_{\text{multipolaire}} = \frac{\Phi_{\text{max}}}{p} \cos(p \cdot \theta)$$

$$\Phi_{\text{max}} = S_{\text{spire}} \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}}$$

• **Equivalence entre un champ à p paires de pôles et un champ bipolaire**

Pour fixer les idées, on prend le cas d'un champ statorique.



Angle électrique

On compare l' expression d'un champ à p paires de pôles :  $B_{\text{multipolaire}}(\theta) = (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \cos(p \cdot \theta)$  à celle d'un champ bipolaire :  $B_{\text{bipolaire}}(\theta) = (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \cos(\theta)$ .

On appelle angle électrique la grandeur :  $\theta_{\text{elec}} = p \cdot \theta$

Dans ces conditions :  $B_{\text{multipolaire}}(\theta_{\text{elec}}) = (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \cos(\theta_{\text{elec}})$ . C'est l'expression mathématique d'un champ bipolaire pour lequel l'angle  $\theta_{\text{elec}}$  est p fois plus grand que l'angle réel  $\theta$ .

Les correspondances entre les deux champs

Les vitesses de rotation :

Si les champs magnétiques sont en rotation :

\_ Le champ bipolaire a pour vitesse de rotation  $\Omega = \frac{d\theta(t)}{dt}$ .

\_ Le champ bipolaire équivalent a pour vitesse  $\Omega_{\text{elec}} = \frac{d\theta_{\text{elec}}(t)}{dt} = p \frac{d\theta(t)}{dt} = p \cdot \Omega$ .

Les flux à travers une spire élémentaire

\_ Pour le champ bipolaire :  $\Phi_{\text{bipolaire}} = \Phi_{\text{max}} \cdot \cos\theta$ .

\_ Pour le champ bipolaire équivalent :  $\Phi_{\text{multipolaire}} = (\Phi_{\text{max}})_{\text{élec}} \cdot \cos(\theta_{\text{élec}})$

avec  $(\Phi_{\text{max}})_{\text{élec}} = \frac{\Phi_{\text{max}}}{p}$  ; on peut écrire :  $\Phi_{\text{multipolaire}} = \Phi_{\text{élec}} = (\Phi_{\text{max}})_{\text{élec}} \cdot \cos(\theta_{\text{élec}})$

Lorsque le champ magnétique est en rotation, l'angle  $\theta$  devient variable :  $\theta(t)$ . Il produit une fem induite dans la spire élémentaire qui a pour expression :

\_ Dans le cas d'un champ bipolaire

$$e(t) = - \frac{d\Phi_{\text{bipolaire}}(t)}{dt} = - \frac{d\Phi_{\text{bipolaire}}(t)}{d\theta} \frac{d\theta(t)}{dt} = \Omega \cdot \Phi_{\text{max}} \cdot \sin\theta$$

\_ Dans le cas d'un champ multipolaire

$$e_{\text{élec}}(t) = - \frac{d\Phi_{\text{élec}}(t)}{dt} = - \frac{d\Phi_{\text{élec}}(t)}{d\theta_{\text{élec}}} \frac{d\theta_{\text{élec}}(t)}{dt} = \Omega_{\text{élec}} \cdot (\Phi_{\text{max}})_{\text{élec}} \cdot \sin\theta_{\text{élec}}$$

### Conclusion

Un champ à  $p$  paires de pôles se comporte comme un champ bipolaire équivalent caractérisé par les grandeurs « électriques » suivantes :

$\theta_{\text{élec}} = p \cdot \theta$	$\Omega_{\text{élec}} = p \cdot \Omega$	$(\Phi_{\text{max}})_{\text{élec}} = \frac{\Phi_{\text{max}}}{p}$	$\Phi_{\text{élec}} = (\Phi_{\text{max}})_{\text{élec}} \cdot \cos(\theta_{\text{élec}})$
			$e_{\text{élec}}(t) = \Omega_{\text{élec}} \cdot (\Phi_{\text{max}})_{\text{élec}} \cdot \sin(\theta_{\text{élec}})$

## 1.3. Equivalence entre un champ radial sinusoïdal et un champ uniforme

### • Introduction

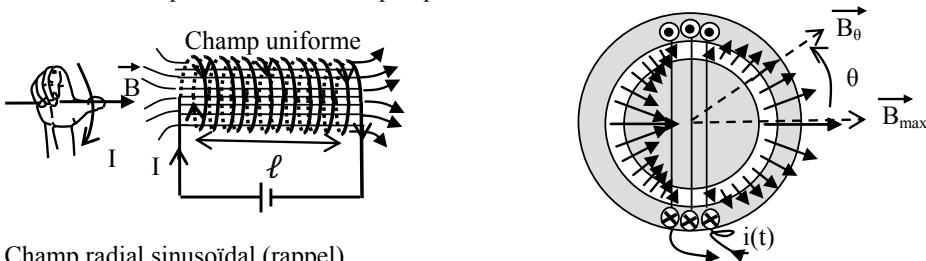
L'utilisation d'un champ magnétique uniforme a permis de présenter, de manière simple, bon nombre de lois et de phénomènes électromagnétiques. Dans ce paragraphe on va montrer qualitativement qu'un champ magnétique à répartition spatiale sinusoïdale se comporte comme un champ magnétique uniforme. Du coup, il sera possible de transposer les résultats obtenus en présence d'un champ uniforme à un champ à répartition spatiale sinusoïdale sans faire de calculs compliqués.

### • Construction d'un champ bipolaire spatial sinusoïdal à partir d'un champ uniforme

#### Champ uniforme

Un champ magnétique est uniforme si ses lignes de champ sont des droites parallèles et si son intensité est partout la même. Exemple :

On a vu qu'un champ magnétique uniforme est produit par un courant continu circulant dans une bobine suffisamment longue. A l'intérieur les lignes de champ sont des droites parallèles. L'intensité du champ est une constante quelque soit l'endroit où elle est calculée.

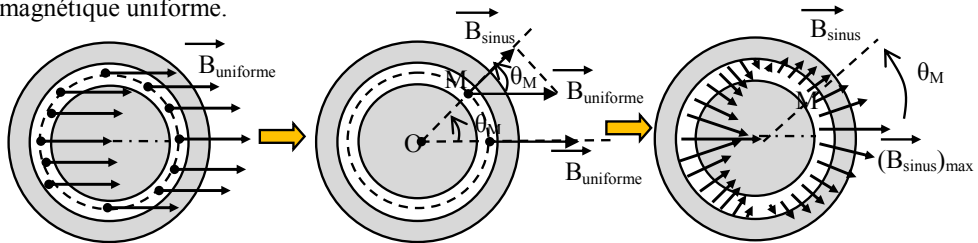


#### Champ radial sinusoïdal (rappel)

C'est le champ magnétique que l'on a étudié au paragraphe précédent.

### Elaboration d'un champ radial sinusoïdal à partir d'un champ uniforme

Un champ magnétique à répartition spatiale sinusoïdale dans l'entrefer, peut être obtenu en tout point M par la projection sur le rayon OM d'un vecteur  $B_{\text{uniforme}}$  caractérisant un champ magnétique uniforme.



$$B_{\text{sinus}}(\theta_M) = (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} \cdot \cos(\theta_M) \text{ avec } (B_{\text{sinus}})_{\text{max}} = B_{\text{uniforme}}$$

En observant les figures ci-dessus, on constate qu'au point M repéré par l'angle  $\theta_M$  la projection du vecteur  $B_{\text{uniforme}}$  sur OM a pour intensité :  $B_{\text{uniforme}} \cdot \cos(\theta_M)$  ce qui correspond bien à l'intensité d'un champ radial sinusoïdal. Donc on peut écrire :  $B_{\text{sinus}} = B_{\text{uniforme}} \cdot \cos(\theta_M)$ .

### • Comparaison des propriétés des deux champs magnétiques

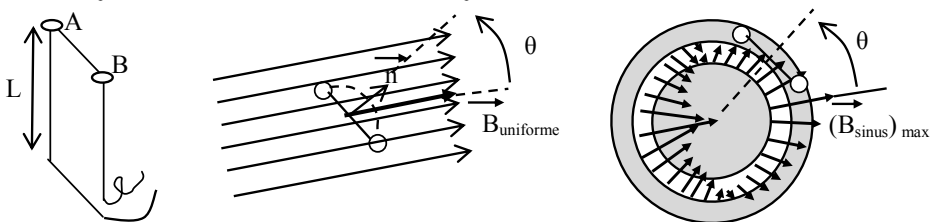
#### Observation

L'artifice géométrique qui vient d'être présenté n'est pas purement théorique. On peut vérifier que le champ magnétique à répartition spatiale radiale et sinusoïdale se comporte comme un champ magnétique uniforme. Pour cela, on va chercher à montrer que les actions de ces deux champs sur un même circuit électrique sont similaires. Celles-ci sont principalement liées au flux magnétique.

#### Etude des flux à travers une spire

On considère la spire élémentaire étudiée précédemment.

On vient de voir que le flux du champ magnétique à répartition spatiale sinusoïdale à travers la spire est  $\Phi_{\text{bipolaire}} = \Phi_{\text{max}} \cdot \cos(\theta)$  avec  $\Phi_{\text{max}} = S_{\text{spire}} \cdot (B_{\text{sinus}})_{\text{max}}$



On sait que le flux d'un champ magnétique uniforme à travers la spire à la même expression :  $\Phi_{\text{uniforme}} = \Phi_{\text{max}} \cdot \cos(\theta)$  avec  $\Phi_{\text{max}} = S_{\text{spire}} \cdot B_{\text{uniforme}}$

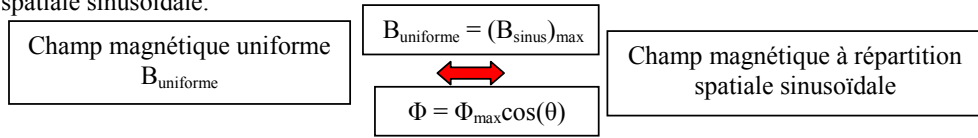
Donc les flux ont même expression à condition de poser  $B_{\text{uniforme}} = (B_{\text{sinus}})_{\text{max}}$ .

#### Généralisation

On montre que les deux types de champ ont même comportement pour tous les autres phénomènes électromagnétiques : forces de Laplace, fem induites, auto-induction .....

Conclusion

Un champ à répartition spatiale sinusoïdale est équivalent à un champ magnétique uniforme. tel que  $(B_{\sinus})_{\max} = B_{\text{uniforme}}$  avec  $(B_{\sinus})_{\max}$ , l'intensité maximale du champ à répartition spatiale sinusoïdale.



Observation

Un champ à p paires de pôles a même comportement qu'un champ magnétique uniforme puisqu'il est équivalent à un champ bipolaire radial sinusoïdal fictif équivalent.

**1.4. Moment du couple de forces entre les deux champs**

On revient sur les deux champs magnétiques tournant en interaction : celui du stator et celui du rotor, sachant que ces deux champs sont à répartition spatiale sinusoïdale.

• **Expression du moment du couple de forces électromagnétiques**

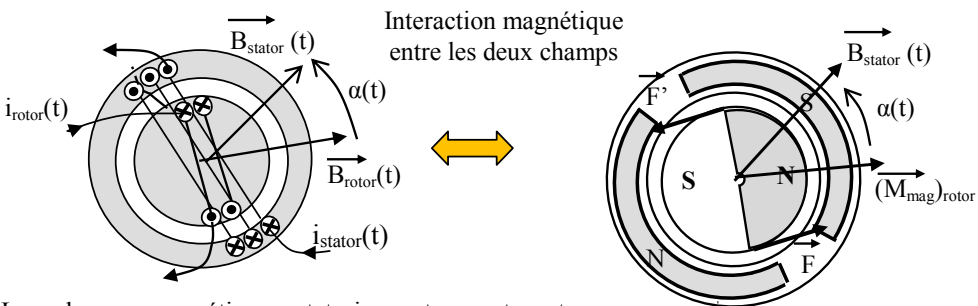
Introduction

L'attraction entre pôles de natures différentes est matérialisée par un couple de forces motrices ( $F, F'$ ) appliqué par le champ statorique sur le champ rotorique parce que c'est le champ statorique qui tire le champ rotorique. Ce couple est caractérisé par son moment  $M_{(F,F')}$  par rapport à l'axe de rotation commun aux deux champs.

Utilisation de l'équivalence : champ radial sinusoïdal et champ uniforme

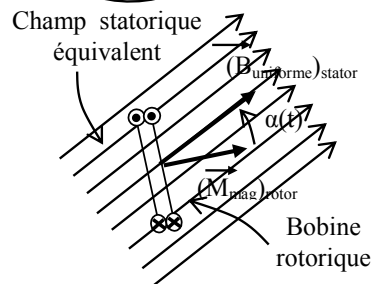
Comme on a vu qu'il y a équivalence entre un champ radial sinusoïdal et le champ uniforme, on peut appliquer au champ radial sinusoïdal toutes les relations qui ont été établies pour un champ uniforme.

Le cas de champs bipolaires



Le champ magnétique statorique tournant est équivalent à un champ uniforme tournant tel qu'en intensité :  $(B_{\text{uniforme}})_{\text{stator}} = (B_{\max})_{\text{stator}}$ .

Comme le courant rotorique produit aussi un champ magnétique radial sinusoïdal, équivalent à un champ uniforme, on peut remplacer la bobine rotorique par une bobine fictive traversée par un courant continu d'intensité  $(I_{\text{continu}})_{\text{rotor}} = (I_{\max})_{\text{rotor}}$ . Cette bobine est caractérisée par son moment magnétique  $(M_{\text{mag}})_{\text{rotor}}$





d'intensité tel que  $(M_{\text{mag}})_{\text{rotor}} = N.S (I_{\text{continu}})_{\text{rotor}}$ , avec N le nombre de spires de la bobine, S sa surface.

Conséquences

Le champ statorique exerce sur le champ rotorique un couple de forces de moment  $M_{(F,F')}$  tel que :  $M_{(F,F')} = (M_{\text{mag}})_{\text{rotor}} \cdot (B_{\text{stator}})_{\text{max}} \cdot \sin[\alpha(t)]$

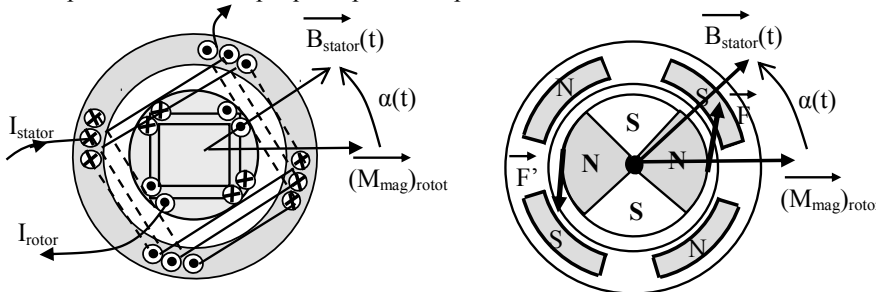
L'angle  $\alpha(t)$  représente l'angle entre les directions des deux champs magnétiques, c'est-à-dire celle entre les vecteurs  $\vec{B}_{\text{stator}}$  et  $(\vec{M}_{\text{mag}})_{\text{rotor}}$ .

$$M_{(F,F')} = (M_{\text{mag}})_{\text{rotor}} \cdot (B_{\text{stator}})_{\text{max}} \cdot \sin[\alpha(t)]$$

$$\alpha = ((\vec{M}_{\text{mag}})_{\text{rotor}}, \vec{B}_{\text{stator}})$$

Le cas de champs à p paires de pôles

On a représenté des champs quadripolaires :  $p = 2$ .



Un champ à p paires de pôles est équivalent à un champ bipolaire fictif à condition d'introduire les angles électriques. Un angle électrique est p fois plus grand qu'un angle réel. Dans le cas présent :  $\alpha_{\text{élec}}(t) = p \cdot \alpha(t)$ .

Le moment du couple moteur a pour expression :  $M_{(F,F')} = (M_{\text{mag}})_{\text{rotor}} \cdot (B_{\text{stator}})_{\text{max}} \cdot \sin[\alpha_{\text{élec}}(t)]$

$$M_{(F,F')} = (M_{\text{mag}})_{\text{rotor}} \cdot (B_{\text{stator}})_{\text{max}} \cdot \sin[p \cdot \alpha(t)]$$

### • Conditions pour que le couple moteur puisse entraîner le champ rotorique

#### Introduction

Le but est de faire le champ magnétique rotorique que l'on peut matérialiser par un aimant. Pour cela, il faut que le couple de forces motrices agisse toujours dans le même sens sur l'aimant rotorique. Dans l'expression du moment du couple moteur,  $M_{(F,F')}$  figure l'angle  $\alpha(t)$  qui dépend, à priori, du temps. Donc  $M_{(F,F')}$  semble variable et même alternatif à cause de la présence du terme  $\sin[p\alpha(t)]$ . Cela signifie que le couple de forces agit une fois dans un sens, une autre fois dans le sens inverse. L'entraînement du champ rotorique est compromis. La valeur moyenne de son moment est nulle, l'effet global du couple de forces est nul.

#### Vitesse relative des deux champs et angle $\alpha(t)$ les séparant

\_  $\Omega_{\text{champ statorique}}$  : vitesse du champ statorique.

\_  $\Omega_{\text{champ rotorique}}$  : vitesse du champ rotorique.

La vitesse relative du champ rotorique par rapport au champ statorique a pour expression :

$$\Omega_{\text{champ statorique}} - \Omega_{\text{champ rotorique}} = \frac{d\alpha(t)}{dt}$$

Si l'on suppose que les deux champs magnétiques tournent à vitesse constante, l'angle  $\alpha(t)$  a pour expression :  $\alpha(t) = (\Omega_{\text{champ statorique}} - \Omega_{\text{champ rotorique}}) \cdot t + \alpha_0$ .

$$\alpha(t) = (\Omega_{\text{champ statorique}} - \Omega_{\text{champ rotorique}}) \cdot t + \alpha_0$$