

# Table des matières

<b>Mécanismes</b>	<b>5</b>
Ex.1- Pompe oscillante . . . . .	5
Ex.2- Joint de Koenig . . . . .	6
Ex.3- Portail basculant . . . . .	7
Ex.4- Train d'atterrissage . . . . .	8
Ex.5- Vanne robinet . . . . .	9
Ex.6- Palpeur de machine à mesurer tridimensionnelle . . . . .	10
Ex.7- Robot Skypod . . . . .	11
Ex.8- Modélisation cinématique du mécanisme Voith-Schneider . . . . .	13
Ex.9- Omnirob. . . . .	19
Ex.10- Exosquelette . . . . .	21
Ex.11- Pompe à boues . . . . .	23
Corrections . . . . .	25
<b>Cinétique du solide</b>	<b>45</b>
Ex.12- Vibreur de téléphone. . . . .	45
Ex.13- Sphéricône . . . . .	46
Ex.14- Transtockeur . . . . .	47
Ex.15- Étude cinétique d'une machine d'impression . . . . .	50
Ex.16- Pompe à palettes - Cinétique . . . . .	52
Ex.17- Disque en rotation . . . . .	53
Ex.18- Modèle de robot . . . . .	54
Ex.19- Manège. . . . .	56
Corrections . . . . .	57
<b>Dynamique du solide</b>	<b>69</b>
Ex.20- Machine à vibrer le béton . . . . .	69
Ex.21- Bras de robot - Étude dynamique . . . . .	70
Ex.22- Étude d'un drone Quadrirotor. . . . .	72
Ex.23- Récupération de l'énergie de la houle marine. . . . .	77
Ex.24- Étude du système de freinage d'un véhicule avec ABS . . . . .	81
Ex.25- Pompe à excentrique . . . . .	85
Ex.26- Détermination expérimentale du moment d'inertie . . . . .	87
Ex.27- Équilibrage d'un rotor. . . . .	88
Ex.28- Marche motorisée . . . . .	91
Corrections . . . . .	93
<b>Énergétique</b>	<b>115</b>
Ex.29- Monte-charge . . . . .	115
Ex.30- Barrière de parking . . . . .	116
Ex.31- Bras de robot - Étude énergétique . . . . .	116
Ex.32- Meule à huile . . . . .	118
Ex.33- Étude énergétique d'une télécabine . . . . .	119
Ex.34- Fermeture d'un shelter . . . . .	122
Ex.35- Étude dynamique de la table de radiologie D2RS . . . . .	126
Ex.36- Modélisation d'un axe de robot cartésien . . . . .	131
Corrections . . . . .	135

<b>Caractéristiques des systèmes asservis</b>	<b>151</b>
Ex.37- Certification d'un atterrisseur.tex . . . . .	151
Ex.38- Système du second ordre + intégrateur . . . . .	154
Ex.39- Stabilité d'un système bouclé . . . . .	154
Ex.40- Caractérisation d'une fonction de transfert . . . . .	155
Ex.41- Colleuse de lamelles . . . . .	155
Ex.42- Servo-vérin de la fusée Ariane . . . . .	159
Corrections . . . . .	164
<b>Corrections des systèmes asservis</b>	<b>173</b>
Ex.43- Précision et stabilité . . . . .	173
Ex.44- Correction d'un système du 3e ordre à 3 constantes de temps . . . . .	173
Ex.45- Asservissement des moteurs d'un gyropode . . . . .	174
Ex.46- Correcteur PI . . . . .	179
Ex.47- Système ABS . . . . .	179
Ex.48- Asservissement de position du manège Nautilus . . . . .	185
Ex.49- Robot Sirtes . . . . .	188
Ex.50- Métier à tisser automatique . . . . .	191
Ex.51- Antenne de communication . . . . .	194
Corrections . . . . .	199
<b>Devoirs de synthèse</b>	<b>221</b>
Ex.52- Cisaille volante . . . . .	221
Ex.53- Fabrication des condensateurs . . . . .	223
Ex.54- Machine de découpage laser . . . . .	230
Ex.55- Banc d'essai de véhicule de l'éco-marathon . . . . .	236
Ex.56- Téléchirurgie robotisée . . . . .	246
Ex.57- K-ryole . . . . .	256
Ex.58- Cellule de conditionnement à robots de type « Delta » . . . . .	265
Corrections . . . . .	274
<b>Annexes</b>	<b>303</b>
Mécanique . . . . .	303
Tableau des liaisons . . . . .	303
Matrices d'inertie de quelques solides élémentaires . . . . .	306
Automatique . . . . .	308
Transformées de Laplace . . . . .	308
Abaque des dépassements. . . . .	309
Abaque des temps de réponse. . . . .	309
Liens utiles . . . . .	310
Sites . . . . .	310
Automatique. . . . .	310
<b>Index des mots clefs</b>	<b>311</b>

Exercice 1 - Pompe oscillante

Corrigé page 25

A. Données

La pompe oscillante représentée ci-dessous est composée de quatre classes d'équivalence : le corps (1), le cylindre oscillant (2), le piston (3) et la manivelle (4).

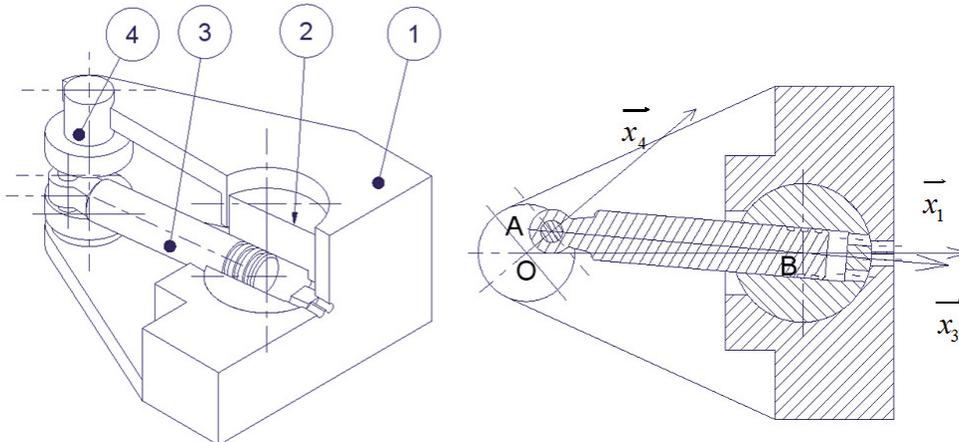


FIGURE 1.1 – Pompe oscillante

La rotation de la manivelle (4) autour de l'axe  $(O, \vec{x}_1)$  entraîne dans un mouvement oscillant le piston (3). On note  $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_4)$  le paramètre de rotation de la manivelle et  $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_3)$  l'angle d'oscillation du piston.

On note  $\vec{OA} = e \cdot \vec{x}_4$  ( $e$  excentration),  $\|\vec{OB}\| = \ell_0$  et  $\lambda = \|\vec{AB}\|$ . La section du piston est  $S$ .

B. Questions

- Q1. Tracer le graphe de structure, préciser les liaisons et les torseurs cinématiques.
- Q2. Préciser le nombre d'inconnues cinématiques et le nombre cyclomatique.
- Q3. Évaluer le degré de mobilité du mécanisme.
- Q4. Calculer le degré d'hyperstaticité.
- Q5. Justifier vos résultats.
- Q6. Tracer le schéma cinématique 3D, écrire les torseurs cinématiques.
- Q7. Proposer une ou plusieurs solutions pour rendre le mécanisme isostatique.

Le joint de Koenig permet réaliser un accouplement entre deux arbres coplanaires faisant un angle non nul. Il est constitué de deux manchons, un relié à l'arbre d'entrée, l'autre à l'arbre de sortie et de 3 paires de biellettes articulées. Il est principalement utilisé en robotique pour ses grandes capacités angulaires  $-135^\circ \leq \alpha \leq 135^\circ$ .

Un couple moteur  $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$  est appliqué sur l'arbre d'entrée, un couple résistant  $\vec{C}_r = C_r \cdot \vec{u}_0$  sur l'arbre de sortie. On note  $\omega_1 = \frac{d\theta_1}{dt}$  la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée (supposée constante) et  $\omega_2 = \frac{d\theta_2}{dt}$  celle de l'arbre de sortie.

Le schéma cinématique présente la structure du mécanisme (une seule paire de biellette est représentée).

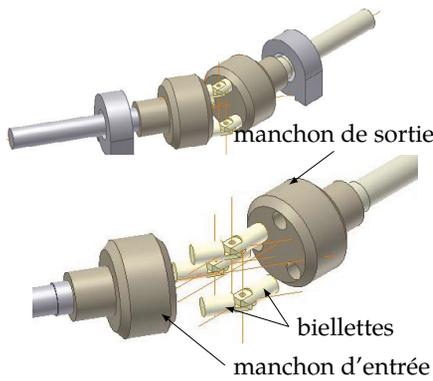


FIGURE 1.2 – Joint de Koenig

## Paramétrage

- $\mathcal{B}_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et  $\mathcal{B}_{u0} = (\vec{u}_0, \vec{v}_0, \vec{z}_0)$  deux bases associées au bâti 0 avec  $(\vec{x}_0, \vec{u}_0) = \alpha$  et  $\alpha \neq 0$ ;
- $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  une base associée à l'arbre d'entrée 1 avec  $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = \theta_1$ ;
- $\mathcal{B}_2 = (\vec{u}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  une base associée à l'arbre de sortie 2 avec  $(\vec{v}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = \theta_2$ ;
- $\vec{O}_1\vec{A}_1 = R \cdot \vec{y}_1$ ,  $\vec{O}_2\vec{A}_2 = R \cdot \vec{y}_2$ ;
- $\vec{O}\vec{O}_1 = -a \cdot \vec{x}_0$ ,  $\vec{O}\vec{O}_2 = a \cdot \vec{u}_0$ ;
- $\vec{Q}\vec{A}_1 = -c_1 \cdot \vec{x}_0$  et  $\vec{Q}\vec{A}_2 = c_2 \cdot \vec{u}_0$ .

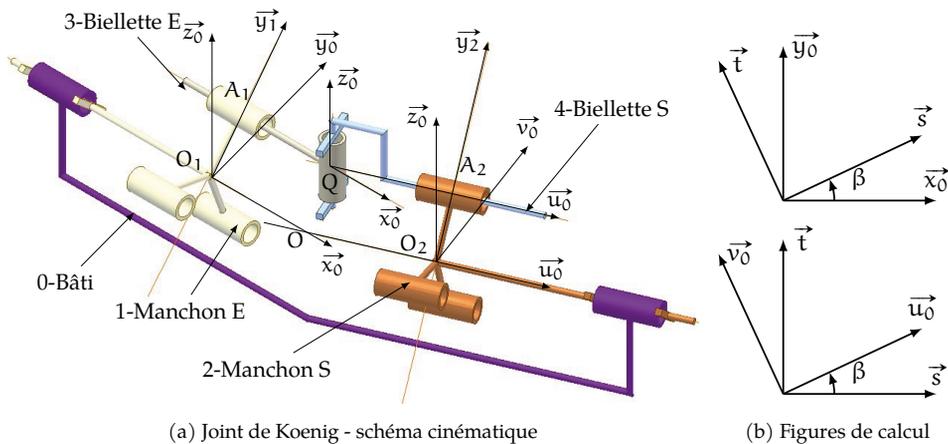


FIGURE 1.3 – Joint de Koenig

Dans un premier temps, nous ne considérerons qu'une seule paire de biellettes. On suppose que  $\alpha \neq 0^\circ$ .

**Q1.** Écrire la fermeture géométrique. En déduire la relation entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$  puis  $c_1$  et  $c_2$  en fonction de  $\theta_1$  et  $\beta$ . Il sera judicieux d'utiliser comme base de projection, la base médiane  $\mathcal{B}_m = (\vec{s}, \vec{t}, \vec{z}_0)$  défini par la figure 1.3b.

**Q2.** On dit qu'un joint de transmission est homocinétique lorsque la vitesse d'entrée et sortie ne dépendent pas du temps. Le joint de Koenigs est-il homocinétique?

**Q3.** Quelle est la trajectoire du point Q ?

**Q4.** Tracer le graphe des liaisons (une seule paire de biellettes), identifier les liaisons. Évaluer le degré d'hyperstaticité et de mobilité.

On souhaite maintenant vérifier que le joint est capable de transmettre un couple et déterminer la relation entre  $C_m$  et  $C_r$  et déterminer les différentes inconnues de liaisons.

On note  $\{\mathcal{A}_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_P$  le torseur des actions transmissibles par la liaison entre les solides  $i$  et  $j$  en  $P$  dans la base  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ .

**Q5.** Combien d'équilibres est-il nécessaire d'écrire pour déterminer toutes les inconnues de liaison ?

**Q6.** Écrire successivement le PFS sur (3), (4), (1), (2). À chaque étape il sera judicieux de simplifier les torseurs d'actions de liaison. Vérifier que toutes les inconnues de liaisons sont déterminables et en déduire la relation entre le couple moteur  $C_m$  et le couple résistant  $C_r$ .

**Q7.** Que se passe-t-il si  $\alpha = 0^\circ$  ?

Nous allons maintenant considérer les 3 paires de biellettes.

**Q8.** Évaluer sans calcul le degré de mobilité et le degré d'hyperstaticité.

**Q9.** Pouvez-vous identifier l'origine de l'hyperstaticité ?

**Exercice 3 - Portail basculant**

*Corrigé page 29*

Le portail basculant (1), de hauteur  $h$  et largeur  $ell$ , est guidé dans des rails verticaux et horizontaux solidaires des murs (0) par l'intermédiaire de galets en  $A_1, A_2, B_1$  et  $B_2$ .

Chaque liaison élémentaire galet-rail est modélisée par une liaison sphère-cylindre.

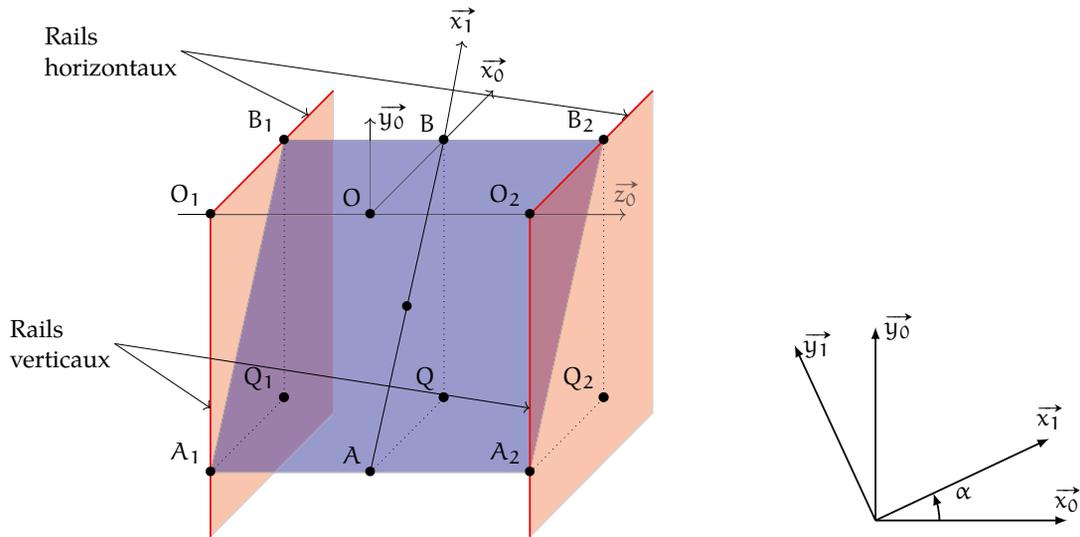


FIGURE 1.4 – Portail basculant

On note

- $O_1$  (respectivement  $O_2$ ) l'intersection des deux rails;
- $Q_1$  (respectivement  $Q_2$ ) le quatrième sommet du parallélogramme  $A_1 O_1 B_1 Q_1$  ;
- $A, B$  et  $Q$  les milieux respectifs de  $A_1 A_2, B_1 B_2$  et  $Q_1 Q_2$  ;
- $\vec{AG} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \vec{x}_1$ .

**Q1.** Tracer le graphe des liaisons du portail basculant, préciser les torseurs cinématiques et d'actions de liaison.



rotation du tube tournant ( $S_2$ ) par rapport au caisson doit permettre l'orientation des roues pour la direction de l'appareil lors des manœuvres au sol. La commande de cette rotation est réalisée par une crémaillère agissant sur un secteur denté du tube tournant. Ce dispositif de commande n'est pas représenté et ne sera pas pris en considération.

Afin d'assurer la suspension du train avant, les roues sont montées sur la tige coulissante ( $S_3$ ) en liaison pivot glissant avec le tube tournant. Le compas composé des 2 pièces principales, le compas supérieur ( $S_4$ ) et le compas inférieur ( $S_5$ ), permet alors de transmettre le mouvement de rotation du tube tournant à la tige coulissante en laissant libre le mouvement de translation.

Une contrefiche composée des 2 bras ( $S_6$ ) et ( $S_7$ ) sert à reprendre les efforts exercés sur le train et à le maintenir déployé. Elle est équipée d'un dispositif de verrouillage empêchant son repli involontaire.

**Q1.** Effectuez le graphe des liaisons de cette modélisation.

**Q2.** Donnez le degré d'hyperstatisme pour le sous-ensemble  $\{(S_0); (S_1); (S_6); (S_7)\}$ .

**Q3.** Donnez le degré d'hyperstatisme pour le sous-ensemble  $\{(S_2); (S_4); (S_5); (S_3)\}$ .

**Q4.** Donnez le degré d'hyperstatisme et de mobilité de l'ensemble.

### Exercice 5 - Vanne robinet

Corrigé page 31

#### A. Description

Le mécanisme étudié est une vanne installée sur un circuit hydraulique.

Le volant entraîne la vis de commande en rotation par rapport au corps (liaison pivot). Le volant et la vis sont en liaison complète (encastrement). La vis de commande entraîne par l'intermédiaire d'une liaison hélicoïdale le pointeau. Celui-ci coulisse sans tourner par rapport au corps (liaison glissière).

Le mécanisme est décrit par le schéma cinématique de la figure 1.6b.

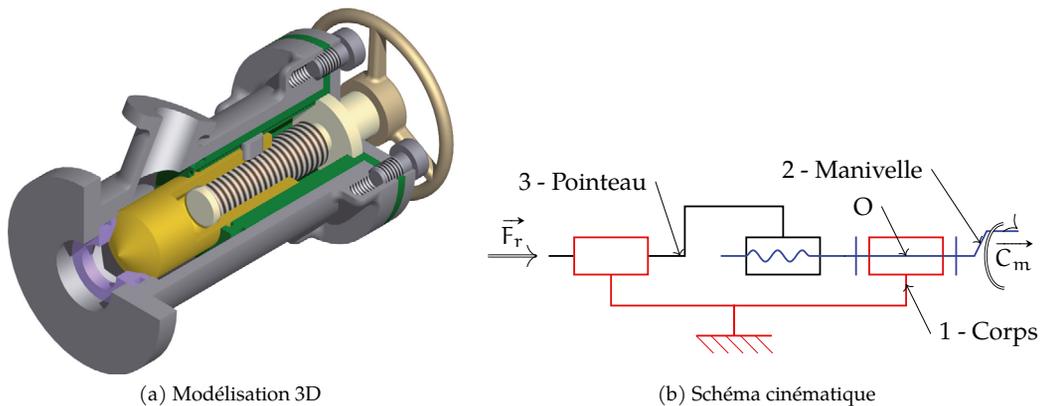


FIGURE 1.6 – Vanne

On se propose de déterminer par une étude statique et un étude cinématique le degré de mobilité et le degré d'hyperstaticité de ce mécanisme.

#### B. Modélisation du mécanisme

**Q1.** Tracer le graphe de structure du mécanisme.

**Q2.** Préciser les torseurs cinématiques et les torseurs des actions transmissibles.

**Q3.** Préciser le nombre cyclomatique, le nombre d'inconnues cinématique et le nombre d'inconnues de liaison.

#### C. Étude statique

**Q4.** Préciser les actions mécaniques extérieures. Placer les actions sur le graphe de structure.

**Q5.** Écrire les équations de l'équilibre des solides (2) et (3).

**Q6.** Écrire le système d'équations traduisant l'équilibre. Que peut-on dire du rang du système?

Q7. Est-il possible de déterminer toutes les inconnues de liaisons? Déterminer la relation entre  $C_m$  et  $F_r$ .

Q8. Déduire des équations supplémentaires le degré de mobilité du système.

Q9. Quel est l'effet du degré d'hyperstaticité sur la réalisation du mécanisme?

#### D. Étude cinématique

Reprendre l'étude à partir d'un point de vue cinématique.

Q10. Écrire la fermeture cinématique.

Q11. Déterminer le rang du système, en déduire le degré de mobilité.

Q12. Déduire des équations supplémentaires le degré d'hyperstaticité.

### Exercice 6 - Palpeur de machine à mesurer tridimensionnelle

Corrigé page 34

#### A. Présentation

Une machine à mesure tridimensionnelle (MMT) est une machine capable de relever les dimensions d'une pièce.

Un palpeur se déplace (manuellement, de manière motorisée ou automatiquement sur les MMT à commande numérique) grâce à trois glissières (parfaites... pas de jeu, pas de frottements) de directions orthogonales et vient au contact des surfaces réelles.

Lors de chaque accostage, le calculateur mémorise les coordonnées X, Y et Z du centre de la sphère de palpé.

Les points palpés permettent de déterminer une image de la surface réelle.

À partir des coordonnées saisies, le logiciel de traitement des données va reconstituer la forme de la pièce et comparer les dimensions relevées aux dimensions imposées par le cahier des charges (le dessin coté de la pièce).

#### B. Palpeur à déclenchement

Le palpeur est dans la chaîne de mesure de la MMT le constituant qui va déclencher l'enregistrement de la position du point de mesure.

Nous allons nous intéresser ici, à la tête de mesure à déclenchement « Renishaw » (figure 1.8).

La tête de palpé est constitué d'un palpeur, d'une couronne et d'un ressort.

Le palpeur est positionné sur la couronne par l'intermédiaire de 3 bras à  $120^\circ$  qui appuient chacun sur deux portées sphériques.

À l'extrémité de la tige du palpeur est montée une sphère en rubis qui vient en contact avec la pièce à mesurer.

Un ressort assure le maintien du contact entre le palpeur et la couronne.

La figure 1.9 précise la modélisation cinématique de la liaison entre le palpeur (noté 1 pour la suite) et la couronne (0).

Le modèle choisi pour le contact entre un bras du palpeur et la couronne est une liaison sphère-cylindre.

Q1. Tracer le graphe de structure. Préciser les torseurs cinématiques.

Q2. Par une étude cinématique déterminer la liaison équivalente entre le palpeur (1) et la couronne (0).

Q3. L'association de ces trois liaisons est-elle mobile, immobile, isostatique ou hyperstatique?

Conclure.



FIGURE 1.7 – Machine à mesurer

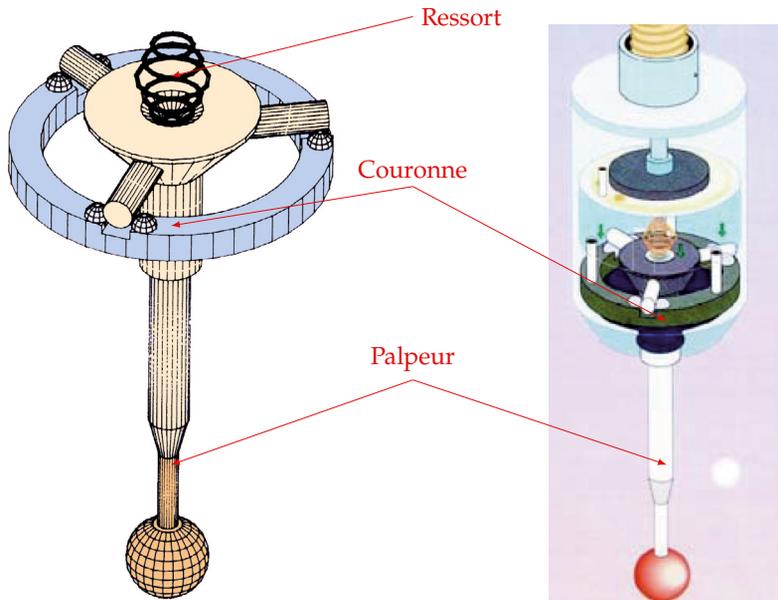


FIGURE 1.8 – Tête de palpé Renishaw

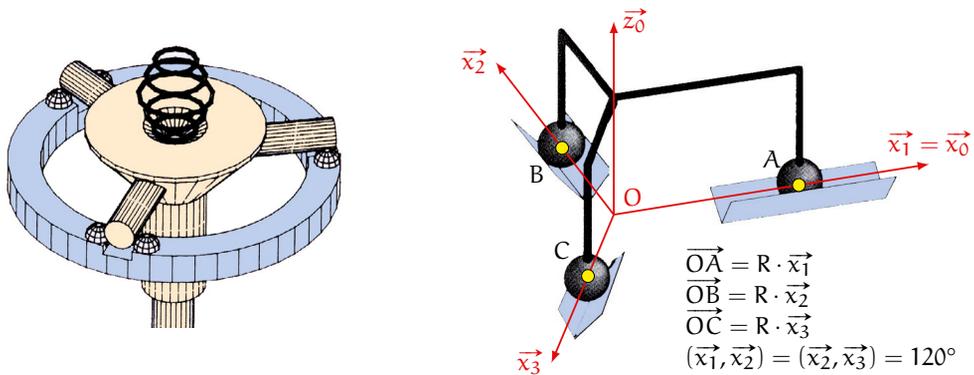


FIGURE 1.9 – Modélisation cinématique de la tête

### Exercice 7 - Robot Skypod

Extrait et adapté du Capet 2020

Corrigé page 35

#### A. Données

Le robot Skypod dispose de deux roues motrices et deux roues omnidirectionnelles réparties de façon symétrique (figures 1.10a et 1.10b) pour effectuer ses déplacements horizontaux et accéder aux stations de préparation de commandes.

Le support de roues embarquant la charge totale c'est-à-dire le poids du robot lui-même, le poids du bac ainsi que le poids du chargement, est constitué de trois éléments (1, 2 et 3) comme le montre la figure 1.11. La solution retenue doit permettre d'assurer l'appui au sol (0) des quatre roues quelle que soit la situation.

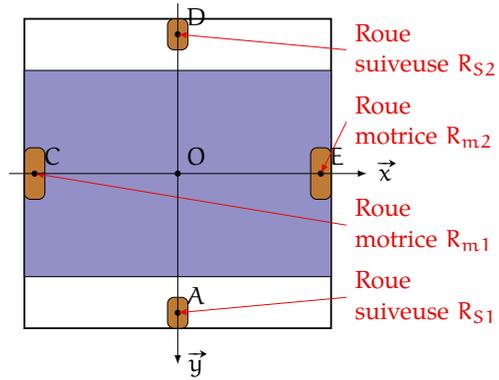
#### B. Modélisation cinématique

Q1. Tracer le graphe de structure du mécanisme {0,1,2,3} en précisant les liaisons.

Q2. Préciser le nombre d'inconnues cinématiques et le nombre d'inconnues d'action de liaisons.



(a) Robot au sol



(b) Vue de dessus du robot

FIGURE 1.10 – Robot Skypod

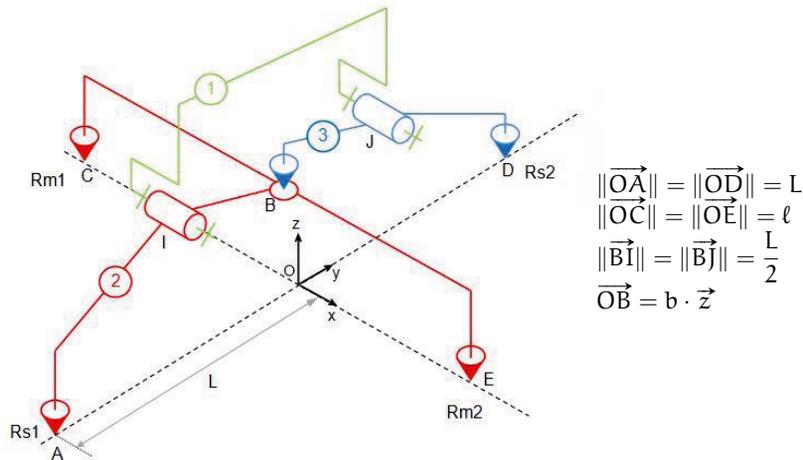


FIGURE 1.11 – Schéma cinématique du robot Skypod

**Q3.** Sans écrire les différentes équations d'une étude cinématique, que peut-on dire du degré de mobilité  $m$  de ce mécanisme? Préciser les degrés de mobilités.

**Q4.** Déterminer par la méthode de votre choix, la liaison équivalente entre le solide (2) et le sol (0).

### C. Détermination des actions de liaison

On se propose maintenant de vérifier que les quatre roues supportent une partie de la charge et qu'il est possible de déterminer les différentes actions de liaisons.

On note  $G$  le centre d'inertie de la charge transportée et du chariot (solide (1)) de masse  $M$ , avec  $\vec{OG} = X_G \cdot \vec{x} + Y_G \cdot \vec{y} + Z_G \cdot \vec{z}$ .

On considère que le chariot est posé immobile sur un sol (0) horizontal.

**Q5.** Compléter le graphe de structure en plaçant les actions mécaniques.

**Q6.** Est-il a priori possible de déterminer toutes les actions de liaisons?

**Q7.** On isole dans un premier temps l'ensemble  $\Sigma_1 = \{1, 2, 3\}$ . Écrire les équations du PFS. Peut-on déterminer complètement les actions du sol sur les roues?

**Q8.** On considère maintenant le solide (3), écrire les équations de l'équilibre.

**Q9.** Justifier qu'il suffit d'isoler (1) pour obtenir les 6 dernières équations d'équilibre. Écrire les équations de l'équilibre.

**Q10.** Terminer, si cela est possible, la détermination des actions de liaison. Conclure sur le degré  $h$  d'hyperstaticité.

**Q11.** En déduire le degré de mobilité  $m$  du mécanisme complet et valider ou non votre résultat de la question Q3.

**Q12.** Quel est alors la liaison équivalente entre le solide (1) et le sol (0)? Quelle est l'utilité de la roue en D?

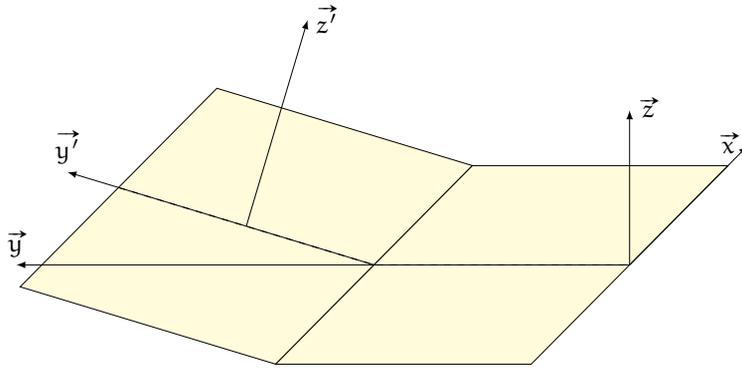


FIGURE 1.12 – Rampe de chargement

Pour atteindre les postes de chargement et déchargement, le robot Spydod doit monter et descendre une rampe (figure 1.12).

**Q13.** Le robot est-il toujours en contact sur ses quatre roues pendant la montée? Justifiez.

### Exercice 8 - Modélisation cinématique du mécanisme Voith-Schneider

Extrait de Esim 2003

Corrigé page 38

L'image de la figure 1.13 montre un remorqueur équipé d'un système de propulsion VSP (« Voith Schneider Propeller »), système d'hélices à pales oscillantes.

1. propulseur Voith-Schneider
2. plaque de protection du propulseur
3. coupleur hydrodynamique Voith
4. aileron
5. défense
6. treuil de remorque
7. chaumard de remorque
8. seconde position de remorque
9. timonerie

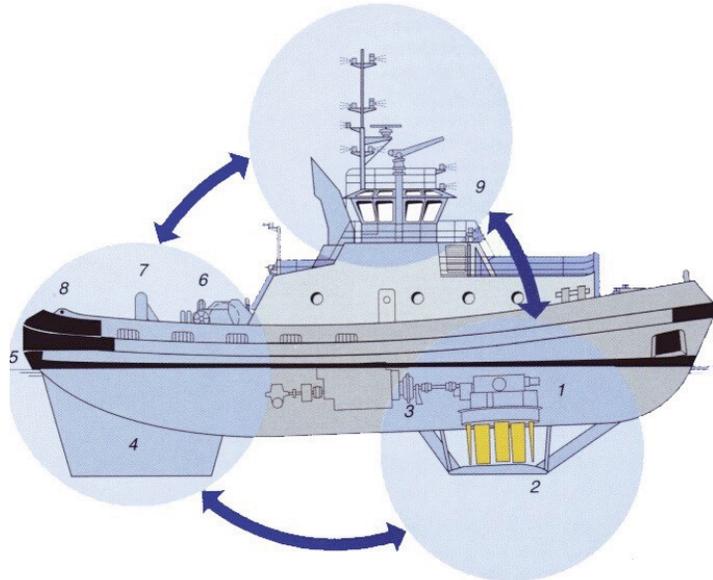


FIGURE 1.13 – Système VSP

Ce système est une alternative à la propulsion classique par hélice en bout d'arbre et il offre de

nombreux avantages en terme de manœuvre (réactivité, sécurité et poussée omnidirectionnelle). En particulier, il permet de faire varier rapidement avec précision et en continu la force de poussée d'un propulseur en direction et intensité, élément déterminant pour les navires devant être manœuvrés avec précision dans un rayon limité.



### A. Actions mécaniques de portance

L'hélice d'un propulseur VSP est constituée de pales métalliques (à profil symétrique) orientables verticalement, ce qui permet de modifier leur incidence relative vis-à-vis de l'écoulement. L'écoulement résulte de la mise en rotation du disque qui porte les pales (4 à 5 pales suivant le modèle). Les pales, plongées dans l'eau et se déplaçant avec un angle d'incidence  $\alpha$ , sont ainsi soumises à un champ de pression hydrodynamique (figure 1.14a).

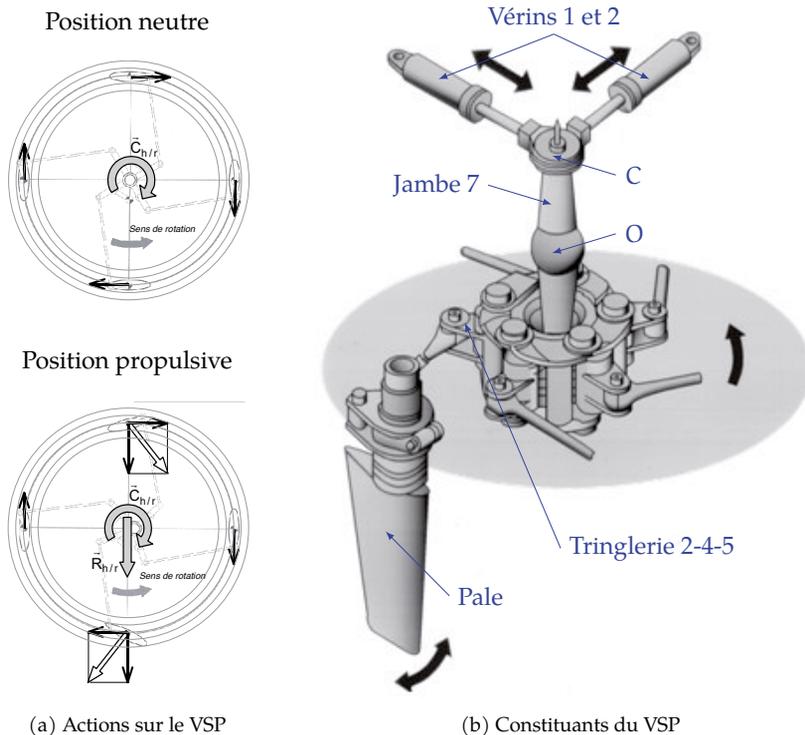


FIGURE 1.14 – Actions et constituants

Dans le cas particulier du propulseur VSMP, l'écoulement relatif est tel que les lignes de courant sont circulaires et non pas parallèles. La cinématique est astucieusement conçue pour que les pales

changent continûment d'incidence lors de la rotation du disque, de manière à ce que les portances s'orientent globalement dans la même direction.

En position neutre, les pales sont orientées dans le « lit » de l'écoulement, leur incidence relative est donc toujours nulle, les poussées se limitent à une composante de traînée. Le torseur résultant des actions hydrodynamiques sur le rotor (noté  $h/r$ ) est alors assimilable à un couple résistant :  $\overrightarrow{C_{h/r}}$ .

En position dite « propulsive », les pales prennent une incidence qui varie au fur et à mesure de la rotation du disque, cette incidence génère une composante de portance sur chaque pale et le torseur résultant comporte alors également une résultante de portance utile à la propulsion du remorqueur.

### A.1. Originalité de la cinématique

Les pales sont disposées à la périphérie du disque (3) en rotation continue au cours du fonctionnement. Chacune d'elle peut pivoter autour de son axe (figure 1.14b et schéma cinématique complet en figure 1.15).

Les vérins (1) et (2) imposent une position au centre C de la rotule supérieure de la jambe (7). Cette jambe est articulée en O – par liaison sphérique entre (7) et (0) – et place le centre E de la linéaire annulaire inférieure dans une position opposée à celle de C.

La tringlerie (2-4-5) impose alors une orientation donnée (et donc une incidence donnée) de la pale en fonction de la position du point E et de la position angulaire du disque (3).

Au cours du fonctionnement, si le point E reste fixe, les pales changent continûment d'orientation, et donc d'incidence de manière à provoquer une poussée hydrodynamique toujours orientée dans le même sens.

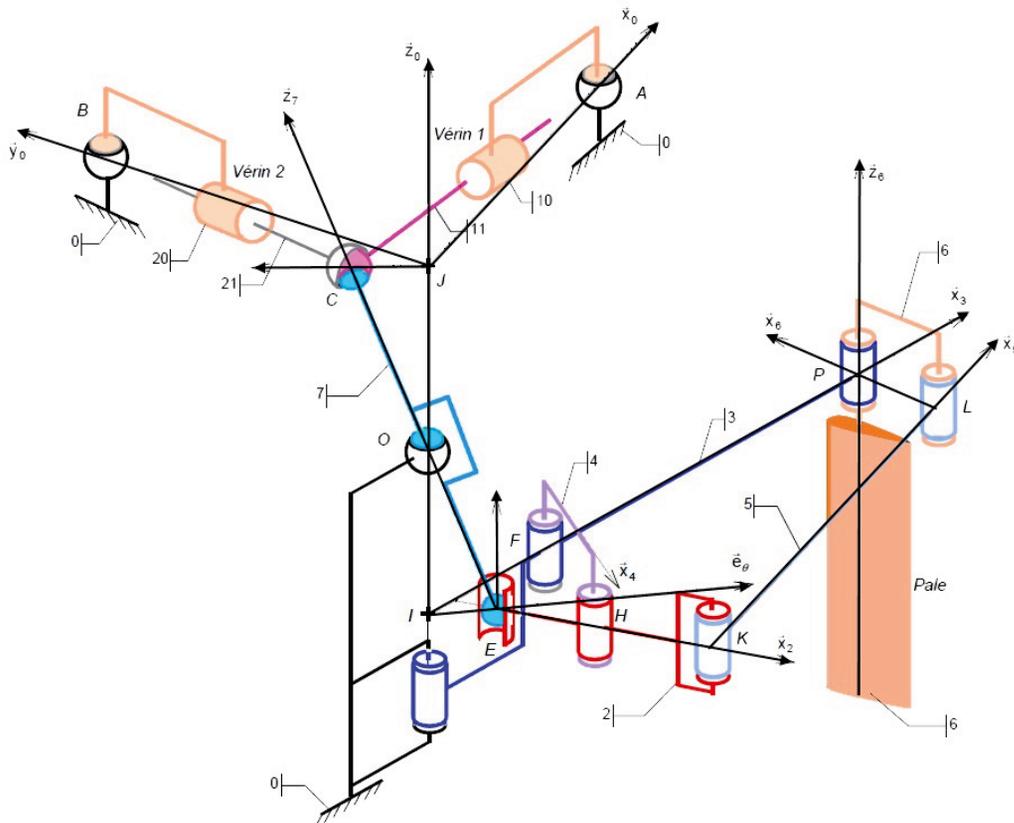


FIGURE 1.15 – Schéma cinématique spatial du mécanisme VSP complet

## A.2. Analyse géométrique de la fonction composante FP1.1.1-2.3 « Transmettre le mouvement »

Objectifs :

- déterminer la mobilité du mécanisme de positionnement du centre C de la rotule supérieure,
- déterminer les lois de pilotage des vérins (1) et (2) pour obtenir la position de consigne,
- mettre en évidence la non-linéarité du couplage des mouvements générés.

**On raisonnera, pour traiter cette partie, à partir du schéma cinématique spatial de la figure 1.16.**

La commande d'orientation des pales consiste à déplacer le centre C de la rotule supérieure à l'aide des vérins (1) et (2). La position de consigne du point C est repérée en coordonnées polaires par  $(\rho, \beta)$  dans le plan  $(J, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

Les élongations des vérins sont notées  $\lambda$  pour le premier et  $\mu$  pour le second (cf. fig.1.16).

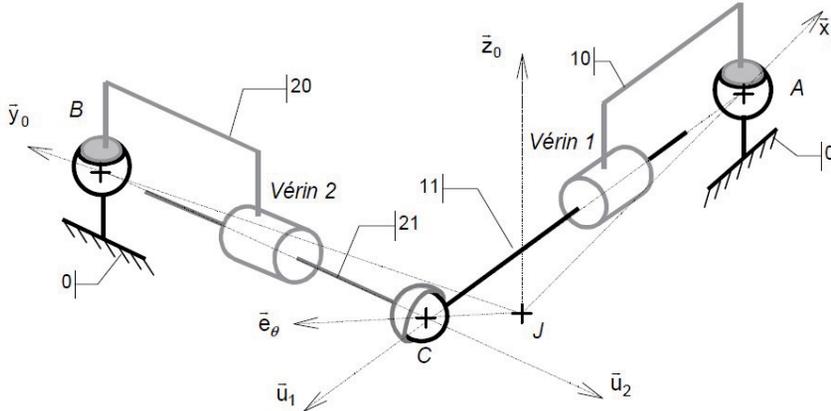


FIGURE 1.16 – Schéma cinématique spatial limité à la commande

En terme de propulsion, l'angle polaire  $\theta$  permet d'orienter la direction de la poussée, tandis que le rayon polaire  $\rho$  permet d'accentuer ou de diminuer l'incidence des pales vis-à-vis de l'écoulement et donc l'intensité de la poussée.

**Q1.** Faire le graphe des liaisons à partir du schéma cinématique du mécanisme (cf. fig.1.16).

**Q2.** Le mécanisme étant isostatique, justifier que le mécanisme est mobile de degré  $m = 7$ . Préciser chacune de ces mobilités.

**Q3.** Combien faut-il imposer de paramètres géométriques pour obtenir une position déterminée du point C dans le plan  $(J, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  ?

Le pilotage couplé des vérins (1) et (2) (élongations notées respectivement  $\lambda$  et  $\mu$ ), positionnent le point C. La position de consigne de C est paramétrée par  $\rho$  et  $\theta$ .

**Remarque :** Dans un souci de simplification, on suppose que le problème reste plan, en particulier, on ne tient pas compte du fait que le point C se déplace formellement sur une sphère de centre O, mais qu'il reste dans le plan.

**On raisonnera, pour traiter cette partie, dans le plan et à partir du schéma cinématique plan de la figure 1.17.**

**Q4.**

**Q4a.** Déterminer les expressions littérales de  $\lambda$  et  $\mu$  en fonction de  $\rho$ ,  $\theta$  et  $\mu$ .

**Q4b.** Justifier alors la non-linéarité et le couplage des élongations des vérins.

On se place dans le cas d'une configuration particulière où les élongations respectives des vérins (1) et (2) sont telles que :  $\frac{3}{4} \cdot L < \lambda < \frac{5}{4} \cdot L$  et  $\frac{3}{4} \cdot L < \mu < \frac{5}{4} \cdot L$ , les points extrêmes (mini et maxi pour chaque vérin) sont repérés sur la figure du document réponse page 17 par des réticules (+).

**Q5.**

**Q5a.** Tracer (en noir) sur l'épure de la figure 1.18 le contour de la zone dans laquelle il est possible de positionner le point C.

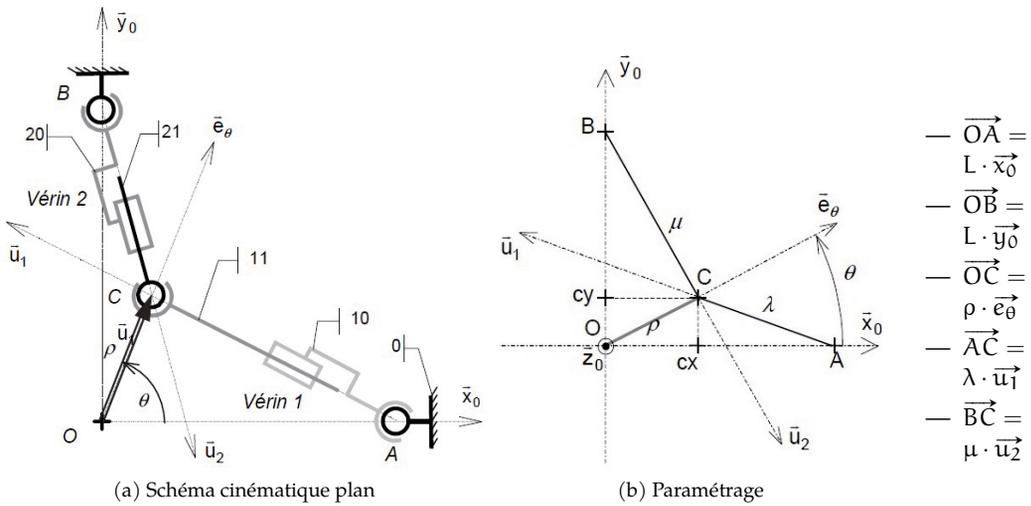


FIGURE 1.17 – Schéma et modélisation

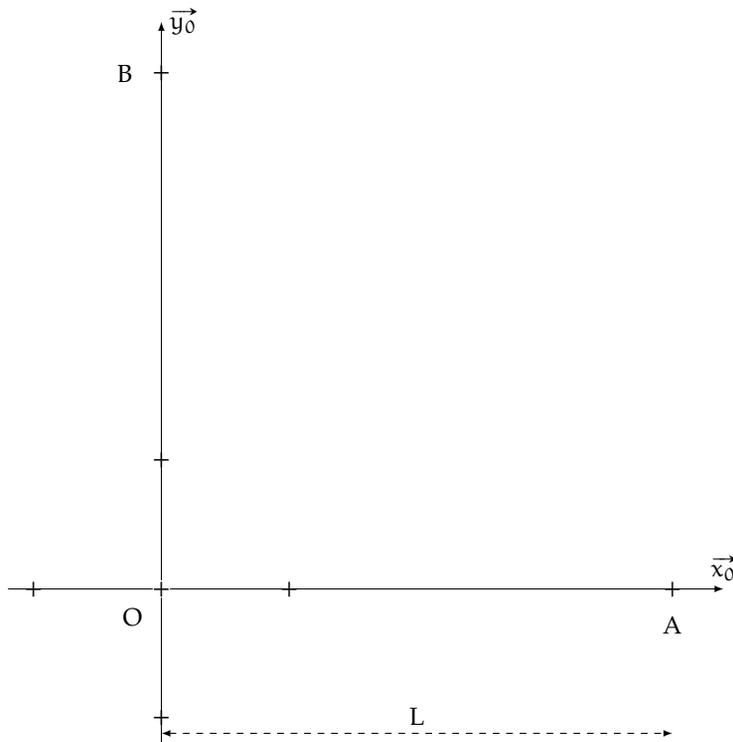


FIGURE 1.18 – Épure à compléter

**Q5b.** Compléter votre figure par l'esquisse (en bleu) de la trajectoire du point C lorsque l'on pilote les vérins (1) et (2) en partant du point  $\left(\lambda = \frac{9}{8} \cdot L, \mu = L\right)$  et avec le cycle de pilotage suivant :

- premier temps :  $\mu$  varie de  $L$  à  $\frac{9}{8} \cdot L$ ,  $\lambda$  inchangé,
- deuxième temps :  $\lambda$  varie de  $\frac{9}{8} \cdot L$  à  $\frac{7}{8} \cdot L$ ,  $\mu$  inchangé,

— troisième temps :  $\mu$  varie de  $\frac{9}{8} \cdot L$  à  $\frac{3}{4} \cdot L$ ,  $\lambda$  inchangé.

**Q5c.** En supposant que les vérins (1) et (2) soient pilotés de telle sorte que, en permanence ( $\lambda = \mu$ ), déterminer le lieu du point C en coordonnées polaires ( $\rho, \theta$ ) et exprimer le rayon polaire  $\rho$  en fonction de  $\lambda$ .

### A.3. Analyse de la fonction composante FP1.1.1.1-2.3 « Transmettre le mouvement »

Objectifs :

- mettre en évidence l'hyperstatisme de la chaîne cinématique correspondante,
- proposer une solution isostatique.

La cinématique est conçue de manière à ce que les pales changent continûment d'incidence vis-à-vis de l'écoulement, afin que la composante de portance soit globalement toujours orientée dans la même direction, ce que réalise la tringlerie schématisée sur la figure ci-dessous.

Cette tringlerie permet d'imposer aux pales une position angulaire (et donc une incidence) à partir de la position de consigne imposée au point E (centre de la linéaire annulaire inférieure de la jambe (7)).

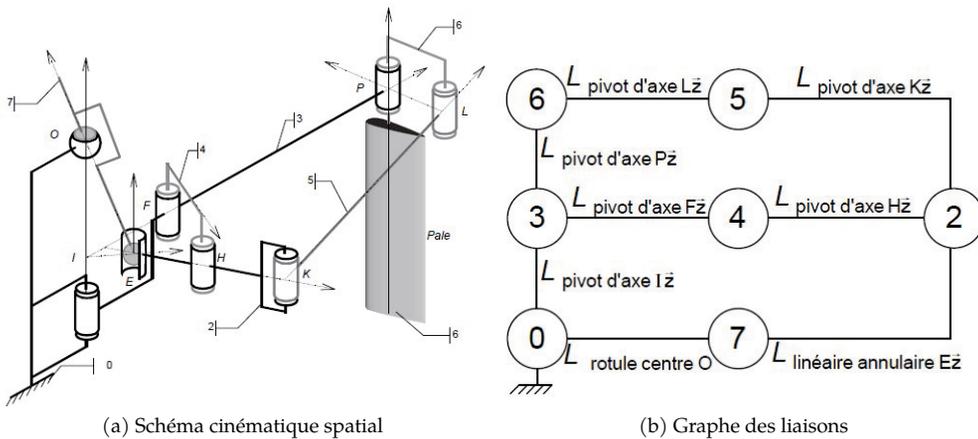


FIGURE 1.19 – Schéma cinématique de l'orientation des pales

Pour toute la suite, on ne considère que le mouvement plan de la tringlerie de commande d'orientation des pales dans le plan  $(J, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

**Q6.**

**Q6a.** À partir du graphe des liaisons, évaluer le degré de mobilité puis déterminer le degré d'hyperstatisme du mécanisme de commande d'orientation d'une pale (limitée à la chaîne fermée :  $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3$ ).

**Q6b.** Proposer une nouvelle solution sous la forme d'un graphe de liaison limité à cette chaîne pour rendre cette chaîne fermée isostatique en modifiant le nombre minimum de liaisons.

**Q7.**

**Q7a.** Quelle relation existe-t il entre la position du point C ( $\rho_C, \theta_C$ ) et celle de E, sachant que  $OE = OC$ ?

**Q7b.** Donner la réponse en précisant les coordonnées polaires de E ( $\rho_E, \theta_E$ ) dans le plan  $(J, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

## A. Présentation

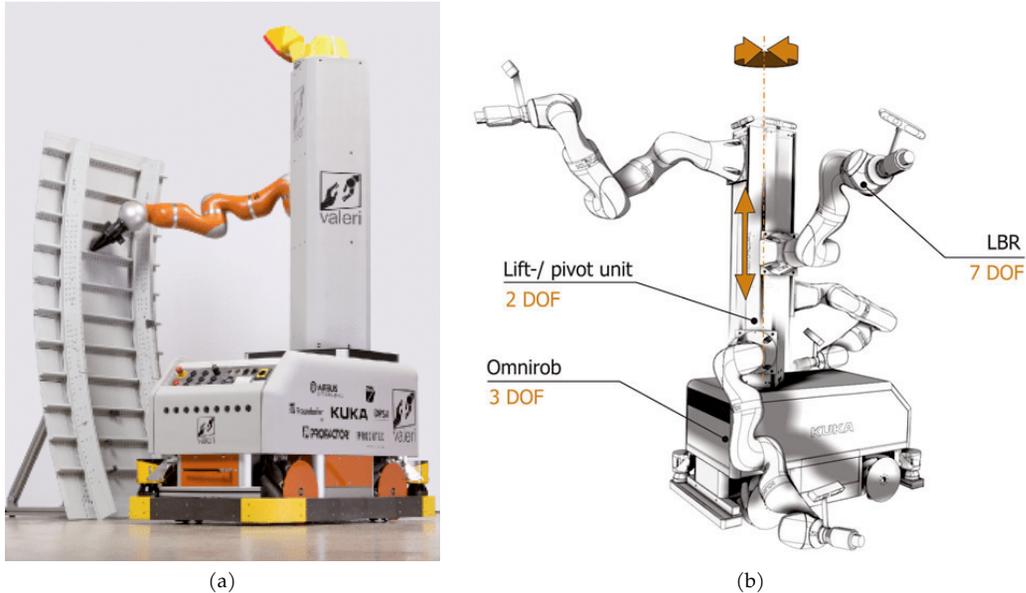


FIGURE 1.20 – Robot Omnirob Valeri

Le projet européen VALERI «Validation of Advanced, Collaborative Robotics for Industrial Applications» coordonné par l’institut Fraunhofer, a permis de produire un robot collaboratif mobile, autonome et capable de se déplacer seul dans une salle de production : baptisé Omnirob qui signifie robot omnidirectionnel (voir Figure 1.20).

Airbus Defense Space est partie prenante de ce projet afin d’intégrer davantage de robots sur ses lignes d’assemblage pour venir assister les ingénieurs et techniciens pour certaines tâches monotones et stressantes telles que les missions d’inspection.

Développé en partenariat avec Kuka, Omnirob prend la forme d’un bras robotisé placé sur une plateforme roulante. Contrairement aux robots stationnaires utilisés en production classique (par exemple dans l’industrie automobile), les robots utilisés pour l’aéronautique doivent être mobiles pour répondre aux contraintes liées à la taille d’un avion.

Omnirob est un robot omnidirectionnel de 12 degrés de liberté (figure 1.20b) qui aura pour mission de réduire le long processus d’assemblage en aidant les travailleurs humains à appliquer des matériaux d’étanchéité le long des encoches d’assemblage (éclisses par exemple) et également en inspectant à l’aide d’une caméra la qualité du joint d’étanchéité réalisé. Ainsi, c’est le robot qui se déplace jusqu’à l’endroit souhaité de la pièce et non l’inverse.

## B. Modèle cinématique de l’axe de translation vertical A

Le bras du robot équipé de son chargement utile (pistolet de scellement et/ou d’une caméra d’inspection) impose des sollicitations mécaniques importantes au niveau du guidage de l’axe de translation vertical Z. Nous montrerons dans un premier temps, que le choix du montage conduit à un mécanisme hyperstatique. Cependant, pour assurer une mise en position du bras du robot précise, nous analyserons dans un second temps des solutions pour réduire ou annuler cet hyperstatisme.

La figure 1.21 détaille le mécanisme de guidage en translation de l’axe Z. Les 4 galets sont en liaisons pivot (centre du galet, direction  $\vec{x}_0$ ) avec le chariot. De plus chaque galet admet 2 liaisons ponctuelles (sphère plan) en parallèle avec les rails du guidage formant le bâti de l’unité de translation.

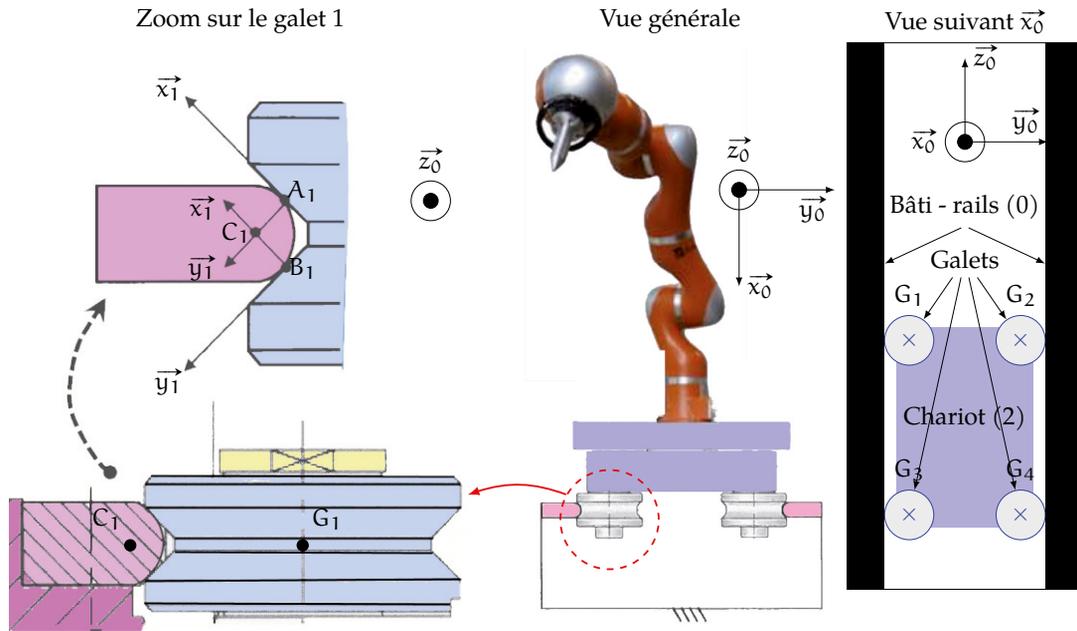


FIGURE 1.21 – Détail du mécanisme de guidage en translation de l'axe Z

**Q1.** Proposer une modélisation pour les deux liaisons en A et B. Préciser les torseurs cinématiques et d'actions transmissibles. Donner la liaison équivalente entre un seul galet et le rail de guidage (bâti).

**Q2.** Tracer le graphe de structure du mécanisme sans la prise en compte des liaisons équivalentes puis avec les liaisons équivalentes.

**Q3.** Déterminer la liaison équivalente entre le chariot et le rail pour un galet.

**Q4.** Que devient le graphe de structure ?

**Q5.** Dédire de la question précédente la liaison équivalente entre le chariot et le bâti.

Nous souhaitons évaluer le degré d'hyperstatisme de la solution de guidage en translation entre le chariot et le bâti, qui est réalisé par les 12 liaisons décrites précédemment.

**Q6.** Indiquer le nombre d'inconnues cinématiques  $I_c$ .

**Q7.** Déterminer le nombre cyclomatique  $\mu$ .

**Q8.** Déterminer le degré de mobilité cinématique du mécanisme  $m_c$ .

**Q9.** En déduire le degré d'hyperstatisme  $h$ .

**Q10.** Indiquer quels sont les avantages ou inconvénients d'un mécanisme hyperstatatique.

**Q11.** Quelles sont les conditions associées à cet hyperstatisme ?

**Q12.** Sans introduire de liaisons supplémentaires, est-il possible de supprimer des liaisons ponctuelles pour rendre le système isostatatique ? Préciser si cette modification permet d'avoir un fonctionnement sans risque pour le guidage en translation.

**A. Données**

L'exosquelette est conçu pour être utilisé quotidiennement pendant plusieurs heures d'affilée par une personne paraplégique qui ne ressent, par définition, pas la douleur au niveau des membres inférieurs. Ainsi, en cours de fonctionnement, les jambes de l'utilisateur pourraient être endommagées sans que ce dernier ne s'en rende compte à temps. Les traumatismes corporels possibles peuvent être de deux types :

- musculaire et (ou) articulaire si les articulations de l'exosquelette se trouvent décalées par rapport aux articulations de l'utilisateur ;
- cutanées si la chair est cisailée par les fixations qui maintiennent l'utilisateur dans l'exosquelette.

Pour réaliser cette étude, un modèle cinématique simplifié de l'exosquelette est proposé Figure 1.23. Chaque jambe est composée de trois solides : le fémur (2) ou (2'), le tibia (3) ou (3') et le pied (4) ou (4'). Ces solides sont reliés par des liaisons pivots situées au genou (point B) et à la cheville (point C). Le bassin (1) est également en liaison pivot à la hanche (point A) avec le fémur (2) ou (2'). Le point I représente la position théorique du nombril de l'utilisateur.

Il est nécessaire de s'assurer que l'exosquelette peut s'adapter à toute personne mesurant entre 1,50 m et 1,90 m.

Ainsi l'espacement entre les articulations de l'exosquelette doit être réglable. Ce réglage se fait *via* des liaisons glissières intégrées au fémur et au tibia de chaque jambe de l'exosquelette (Figure 1.24b).

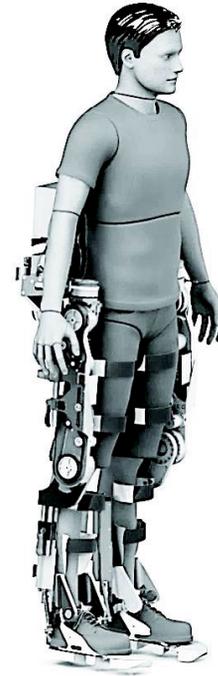


FIGURE 1.22 – Exosquelette

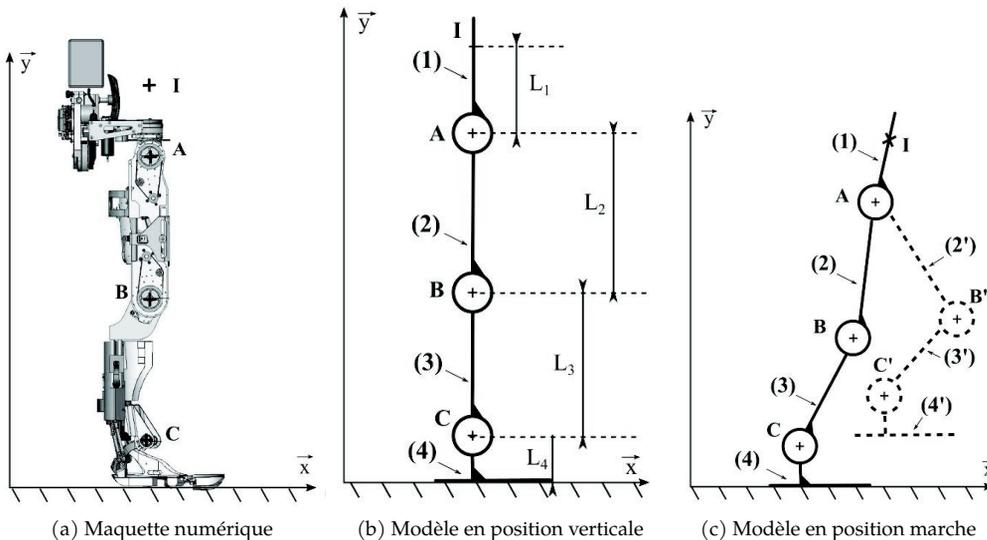


FIGURE 1.23 – Modèle cinématique de l'exosquelette

La figure 1.24b donne une première solution technologique pour réaliser les liaisons glissières de direction  $\vec{y}$  entre les solides (2.1) et (2.2) ainsi que (3.1) et (3.2). Elle consiste à employer deux contacts cylindre / cylindre.

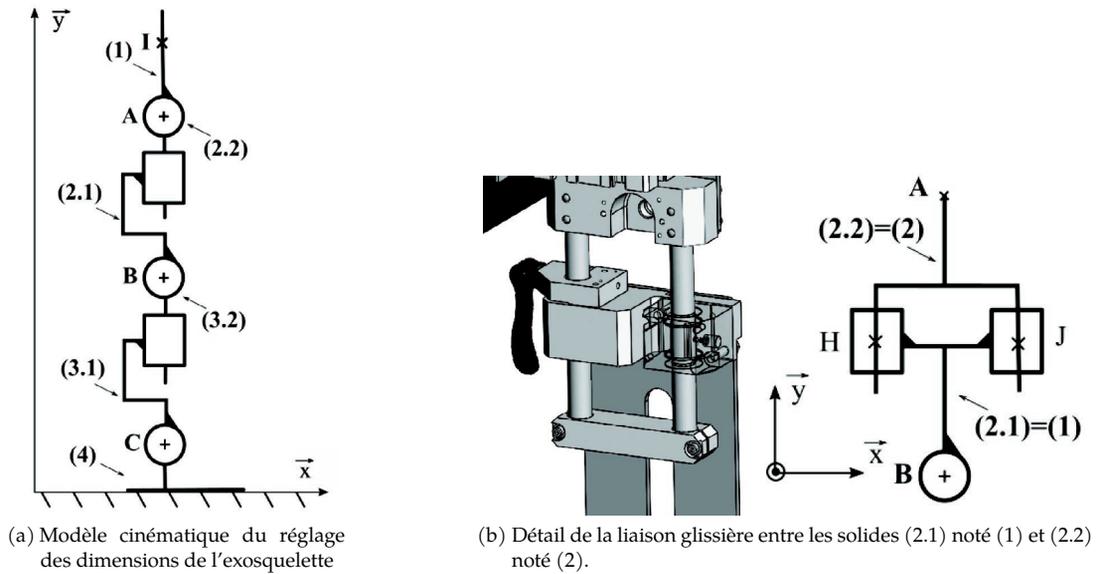


FIGURE 1.24 – Réalisation et modélisation de la liaison glissière

**Q1.** Sur la figure 1.24b, identifier les liaisons entre les solides (1) (ou (2.1)) et (2) (ou (2.2)). Démontrer par le calcul que la liaison équivalente entre ces deux solides est bien une liaison glissière.

**Q2.** Est-il possible de déterminer toutes les inconnues des actions transmissibles par les deux liaisons, en déduire le degré d'hyperstatisme du modèle donné figure 1.24b ?

**Q3.** Y a-t-il des contraintes géométriques à respecter ?

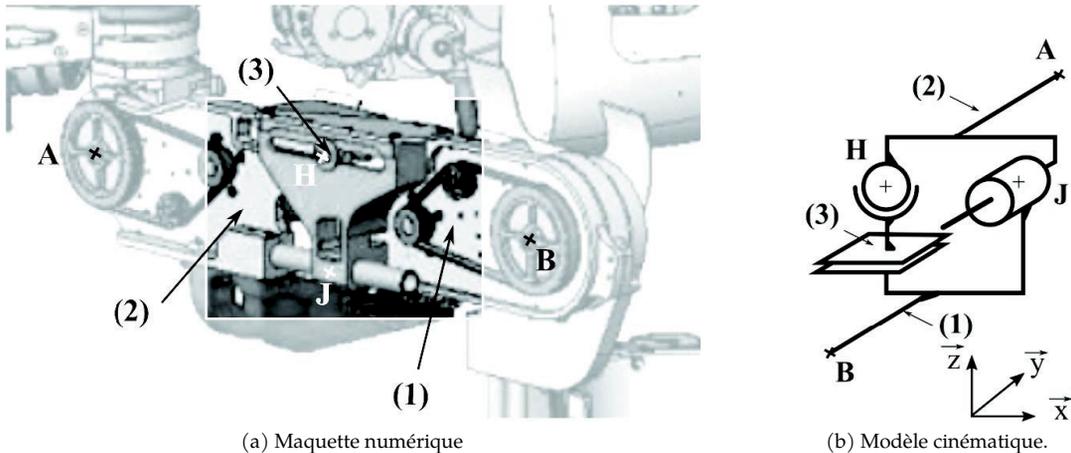


FIGURE 1.25 – Solution choisie par l'entreprise Wandercraft pour réaliser le réglage en longueur de l'exosquelette

Pour des questions de confort de manipulation, le réglage des dimensions de l'exosquelette doit se faire sans difficulté pour l'utilisateur. Le respect de cette exigence passe par la nécessité d'avoir un minimum de contraintes géométriques entre les composants du mécanisme de réglage. Ainsi le modèle de ce dernier devra être isostatique.

**Q4.** En modifiant/remplaçant une liaison dans le modèle donné figure 1.24b, proposer une solution isostatique pour le mécanisme de réglage étudié.

Le schéma cinématique du modèle de la solution choisie par l'entreprise Wandercraft est donné figure 1.25. Cette solution nécessite de rajouter une pièce intermédiaire notée (3) entre les solides (1)

(ou (2.1)) et (2) (ou (2.2)).

Q5. Réaliser le graphe de liaison de cette solution.

Q6. Déterminer la liaison équivalente entre les solides (1) et (2) réalisée par la combinaison de deux liaisons. Comparer cette solution à celle trouvée à la question Q4, expliquer son intérêt.

Q7. Conclure sur la solution adoptée.

### Exercice 11 - Pompe à boues

*D'après concours général*

*Corrigé page 43*

Cette pompe à boues (figure 1.26), utilisée dans la centrale de traitement des eaux usées de la ville de Marseille, est prévue pour assurer un débit nominal de  $1 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ .

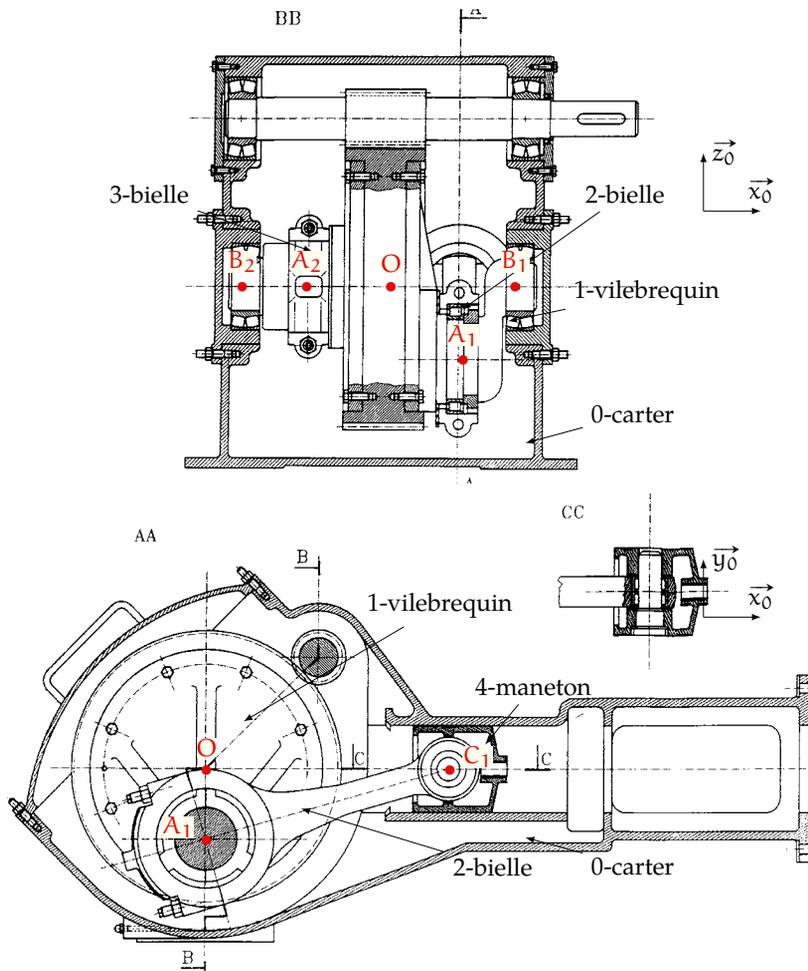


FIGURE 1.26 – Pompe à boues

Un moteur (non représenté) de 21 kW entraîne le vilebrequin (1) à une fréquence de rotation constante de 0,8 tr/s par l'intermédiaire de deux étages de réduction (non représentés). Le mécanisme bielle-manivelle transforme le mouvement de rotation en un mouvement rectiligne alternatif du piston double effet (seul le guide du piston – maneton (4) – est représenté).

- L'excentricité  $e = 100$  mm.
- L'entraxe entre la tête et le pied de bielle est  $L = \|\overline{A_1C_1}\| = \|\overline{A_2C_2}\| = 525$  mm.
- La pompe comprend deux systèmes bielle-manivelle décalés de  $90^\circ$  (carter(0) - (vilebrequin(1) bielle(2), maneton(4)) et (carter(0) - (vilebrequin(1) bielle(3), maneton(5))).
- Les liaisons en  $B_1$  et  $B_2$  entre le vilebrequin et le carter sont réalisées par des roulements à rotule sur rouleaux (figure 1.27).

**Q1.** Le vilebrequin est en liaison en  $B_1$  et  $B_2$  avec le carter, proposer un modèle pour chaque liaison élémentaire, en déduire la liaison équivalente (on conservera pour la suite uniquement la liaison équivalente).

**Q2.** Identifier les autres liaisons de la pompe à boues.

**Q3.** Tracer le graphe de structure du mécanisme complet.

**Q4.** Tracer le schéma cinématique 3D du mécanisme.

**Q5.** Évaluer le degré d'hyperstaticité du mécanisme (ne pas prendre en compte l'arbre moteur).

**Q6.** Proposer plusieurs solutions pour rendre le mécanisme bielle-manivelle isostatique.



FIGURE 1.27 – Roulement à rotule sur rouleaux