

Objectif *Fonction Publique*

Catégorie C

Réussir son concours administratif !

2^e édition

Les mathématiques en fiches

- ▶ Rappels de cours
- ▶ Méthodologie
- ▶ Vrais-faux – QCM – Exercices

Bernard Blanc
Denise Blanc



PROGRAMME DES CONCOURS

ARITHMÉTIQUE

- Notions sur les systèmes de numération : système décimal, système binaire.
- Les quatre opérations : addition, soustraction, multiplication, division.
- Nombres premiers. Multiples et diviseurs. Puissances. Égalités. Inégalités.
- Fraction. Valeur décimale d'une fraction. Opérations sur les fractions.
- Règle de trois. Rapports et proportions.
- Mesures :
 - mesures de longueur, poids, capacité, surface, volume ; mesures agraires
 - mesures du temps ;
 - mesures des angles et des arcs. Longueur de la circonférence ;
 - Latitude et longitude ;
- Densité : masse volumique.
- Prix : prix d'achat, de vente, de revient, bénéfice et perte.
- Moyennes et mélanges.
- Partages égaux et partages inégaux ; partages proportionnels.
- Pourcentages, indices, taux, intérêts simples, escompte.
- Mouvement uniforme, vitesse moyenne.
- Échelle d'une carte, d'un plan.

ALGÈBRE

- Nombres relatifs (positifs, négatifs, nuls). Opérations sur les nombres relatifs.
- Comparaison des nombres relatifs ; inégalités.
- Expressions algébriques. Monômes et polynômes. Calcul algébrique.
- Identités remarquables.
- Équation du premier degré à une inconnue, à coefficients numériques.
- Inéquation du premier degré à une inconnue.
- Équation du premier degré à deux inconnues, à coefficients numériques.
- Système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
- Problèmes du premier degré à une ou deux inconnues.
- Notions de variable et de fonction.
- Représentation graphique d'une fonction d'une variable.
- Fonction : $y = ax + b$.
- Résolution graphique des équations du premier degré à une ou deux inconnues à coefficients numériques.

GÉOMÉTRIE

- Surfaces : carré, rectangle, parallélogramme, triangle, trapèze, cercle.
- Volumes : parallélépipède rectangle, cube, cylindre.
- Repérage d'un point dans un plan par des coordonnées rectangulaires.
- Vecteurs portés sur un axe. Relation de CHASLES.
- Théorème de THALÈS ; Théorème de PYTHAGORE.
- Coordonnées ; Distances.

NOMBRES ENTIERS ET DÉCIMAUX

A- DÉFINITION

- L'ensemble \mathbb{N} désigne l'ensemble des entiers naturels.
 $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$.
- L'ensemble \mathbb{Z} désigne l'ensemble des entiers relatifs.
 $\mathbb{Z} = \{\dots - 3 ; - 2 ; - 1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$.
- L'ensemble \mathbb{D} désigne l'ensemble des décimaux.
Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire comme le quotient d'un entier relatif par une puissance de 10.
La partie entière d'un nombre décimal est le nombre situé à gauche de la virgule et la partie décimale est le nombre situé à droite de la virgule.
- Un ensemble muni d'une étoile est cet ensemble privé de 0. Ainsi \mathbb{Z}^* désigne l'ensemble des entiers relatifs sauf 0. On le note aussi $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

B- COMMENT NOMMER UN NOMBRE

- On le découpe en tranches de 3 chiffres à partir de la droite.

Milliards			Millions			Mille			Unités		
1	3		8	3	6	1	2	4	5	3	7

Le nombre se lit : « Treize milliards huit cent trente-six millions cent vingt quatre mille cinq cent trente-sept ».

- Pour nommer un nombre décimal, on nomme d'abord la partie entière puis on lit la partie décimale à partir de la gauche.

Unités	Dixièmes	Centièmes	millièmes
2,	7	8	9

Le nombre $\underbrace{2}, \underbrace{789}$ se lit « deux *virgule* sept cent quatre-vingt neuf ».
Partie entière Partie décimale ou « deux unités et sept cent quatre-vingt neuf millièmes ».

C- COMMENT COMPARER DEUX NOMBRES

Pour comparer deux nombres décimaux :

- on compare leurs parties entières ;
- si leurs parties entières sont égales alors on compare leurs chiffres des dixièmes ;
- si leurs chiffres des dixièmes sont égaux alors on compare leurs chiffres des centièmes ;
- et ainsi de suite jusqu'à ce que les deux nombres aient des chiffres différents.

LA MÉTHODE

Un marchand de légumes a vendu 62 kilos de tomates pour 77,50 euros.

Ces tomates lui ont coûté 80 euros les 100 kilos.

Quels sont les prix de vente et d'achat d'un kilo de tomates ?

Combien le marchand a-t-il gagné en vendant les 62 kilos ?

SOLUTION

1 On détermine le prix de vente du kilo de tomates :

Le marchand vend le kilo de tomates 1,25 euro car $77,50 \div 62 = 1,25$.

Pour cela, on a posé l'opération suivante :

$$\begin{array}{r|l}
 77,50 & 62 \\
 - 62 & \\
 \hline
 155 & 1,25 \\
 - 124 & \\
 \hline
 310 & \\
 - 310 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1,25 \\
 - 0,80 \\
 \hline
 0,45
 \end{array}$$

2 On détermine le prix de revient du kilo de tomates :

Le marchand a payé 0,80 euro le kilo de tomates car $80 \div 100 = 0,80$.

3 On détermine le bénéfice réalisé par kilo de tomates :

Le marchand gagne 0,45 euro par kilo de tomates car $1,25 - 0,80 = 0,45$.

Le calcul est posé ci-dessus.

4 On détermine enfin le bénéfice total :

Le marchand a donc gagné $62 \times 0,45 = 27,90$ euros.

Pour cela, on a posé l'opération suivante :

$$\begin{array}{r}
 62 \\
 \times 0,45 \\
 \hline
 310 \quad \leftarrow 62 \times 5 \\
 + 2480 \quad \leftarrow 62 \times 40 \\
 \hline
 27,90
 \end{array}$$

LES EXEMPLES

EXEMPLE 1

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :
 6,53 ; 13,459 ; 6,504 ; 0,15 ; 6,5 ; 6,3 ; 2,5 ; 6,7 ; 6,03 ; 6,54 ; 6,71.

SOLUTION

On compare les parties entières. La plus petite est 0, puis 2, puis 6 et enfin 13.
 Dans l'ordre, on a donc 0,15 ; 2,5 ; les nombres qui commencent par 6 et 13,459.
 Il suffit alors de classer les nombres de partie entière 6 :
 6,53 ; 6,504 ; 6,5 ; 6,3 ; 6,7 ; 6,03 ; 6,54 et 6,71.
 Pour les classer, on compare les chiffres des dixièmes, puis les chiffres des centièmes, etc (si nécessaire).
 Ainsi le plus petit chiffre des dixièmes est 0, puis 3, puis 5, puis 6 et enfin 7.
 6,53 ; 6,504 ; 6,5 ; 6,54 ont la même partie entière 6 et le même chiffre des dixièmes 5. Pour les classer, on compare les chiffres des centièmes et ainsi de suite. On a donc :
 $0,15 < 2,5 < 6,03 < 6,3 < 6,5 < 6,504 < 6,53 < 6,54 < 6,7 < 6,71 < 13,459$.

⚠ Lorsque les nombres n'ont pas le même nombre de décimales, on rajoute des 0 à droite : ainsi $6,5 = 6,500$.

EXEMPLE 2

Effectuer les opérations suivantes sans calculatrice :
 $A = 324,57 + 35,46$; $B = 743,8 \times 0,26$; $C = 237,5 \div 38$.

SOLUTION

⚠ Revoir vos tables de multiplication avant de faire les calculs.

$\begin{array}{r} 3\ 2\ 4,\ 5\ 7 \\ +\ 3\ 5,\ 4\ 6 \\ \hline 3\ 6\ 0,\ 0\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\ 3\ 7,\ 5\ 0 \\ -\ 2\ 2\ 8 \\ \hline 9\ 5 \\ -\ 7\ 6 \\ \hline 1\ 9\ 0 \\ -\ 1\ 9\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3\ 8 \\ \hline 6,\ 2\ 5 \end{array}$
$\begin{array}{r} 7\ 4\ 3,\ 8 \\ \times\ 0,\ 2\ 6 \\ \hline 4\ 4\ 6\ 2\ 8 \\ 1\ 4\ 8\ 7\ 6\ 0 \\ \hline 1\ 9\ 3,\ 3\ 8\ 8 \end{array}$	$\rightarrow 7\ 438 \times 6$ $\rightarrow 7\ 438 \times 20$	

Pour positionner la virgule dans une multiplication, on compte le nombre total de chiffres dans les parties décimales. Ainsi il y a 1 chiffre dans 743,8 et 2 dans 0,26 soit 3 chiffres en tout. On place alors la virgule à 3 chiffres à partir de la droite.
 On a donc : $A = 360,03$; $B = 193,388$ et $C = 6,25$.

ESSENTIEL	MÉTHODE	EXEMPLES	VRAI - FAUX / QCM	EXERCICES
-----------	---------	----------	-------------------	-----------

VRAI-FAUX ET QCM

N° 1 VRAI – FAUX

CORRIGÉ PAGE 140

Répondre par Vrai ou par Faux :

1)

a)	$\frac{7}{0,25} = 28.$	V	F
b)	$\frac{5,4}{100} = 0,54.$	V	F
c)	Diviser par 0,01 revient à multiplier par 100.	V	F
d)	Diviser par 10 revient à multiplier par 0,1.	V	F

2)

a)	$-4,31 < -4,59.$	V	F
b)	$3,05 > 3,4.$	V	F
c)	Dans 7,03 ; 3 est le chiffre des dixièmes.	V	F
d)	Le nombre entier le plus proche de 2,51 est 3.	V	F
e)	Le nombre relatif le plus proche de $-5,72$ est $-5.$	V	F

N° 2 QCM

1) Compléter la multiplication suivante :

$$\begin{array}{r}
 \\
 \hline
 1 \\
 7 \\
 \hline
 8 ,
 \end{array}$$

① $a = 5, b = 2$ et $c = 7$

② $a = 6, b = 7$ et $c = 6$

③ $a = 5, b = 2$ et $c = 4$

④ $a = 7, b = 8$ et $c = 9$

2) Diviser 4,9 par 0,07 revient à diviser :

① 49 par 7

② 49 par 70

③ 490 par 7

④ 490 par 700

3) Le nombre $A = (4,6 \times 5 + 7) \times 3 - 2$ est égal à :

① 163,6

② 88

③ 30

④ 55

ESSENTIEL	MÉTHODE	EXEMPLES	VRAI – FAUX / QCM	EXERCICES
-----------	---------	----------	-------------------	-----------

LES EXERCICES

N° 1 LA COMPARAISON

CORRIGÉ PAGE 141

Compléter ... par < ou > :

1. a) $-23,54 \dots -9,2$; b) $-0,812 \dots -0,813$; c) $432,37 \dots 432,337$.
2. a) $-9,43 \dots -9,043$; b) $-2,503 \dots -2,504$; c) $31,271 \dots 31,712$.
3. a) $35,27 \dots -35,29$; b) $-42,305 \dots -42,1$; c) $0,003\ 4 \dots 0,020\ 3$.

N° 2 L'ORDRE

CORRIGÉ PAGE 141

1. Classer les nombres décimaux suivants par ordre décroissant :
32,385 ; 31,905 ; 1,87 ; 0,27 ; 31,807 ; 1,56 ; 31,81 ; 235,43 ; 31,9.
2. Classer les nombres décimaux suivants par ordre croissant :
 $-1,01$; $-1,001$; $-1,1$; $-10,01$; $-10,011$; $-1,11$; $-1,111$; $-1,101$.

N° 3 L'ENCADREMENT

CORRIGÉ PAGE 141

Encadrer les nombres suivants par deux nombres entiers relatifs consécutifs :

1. a) $\dots < 725,41 < \dots$; b) $\dots < -39,47 < \dots$; c) $\dots < 0,145 < \dots$.
2. a) $\dots < \frac{531}{10} < \dots$; b) $\dots < -\frac{241}{100} < \dots$; c) $\dots < \frac{19}{5} < \dots$.
3. a) $\dots < 4 + \frac{7}{10} < \dots$; b) $\dots < 12 - \frac{1}{100} < \dots$; c) $\dots < -4 + \frac{1}{4} < \dots$.

N° 4 LA NUMÉRATION DE POSITION

CORRIGÉ PAGE 141

1. Effectuer le calcul 534×235 (sans calculatrice).
2. En déduire les résultats des calculs suivants :
A = $5\ 340 \times 23\ 500$; B = $53,4 \times 235$; C = $0,534 \times 2,35$; D = $0,005\ 34 \times 0,235$.
E = $12\ 549 \div 235$; F = $12,549 \div 534$; G = $12\ 549 \div 2,35$; H = $125,49 \div 53,4$.

N° 5 LA DISTRIBUTIVITÉ

CORRIGÉ PAGE 141

1. Calculer de tête 40×60 ; 40×5 ; 3×60 ; 3×5 .
2. En écrivant que $A = 43 \times 65 = (40 + 3)(60 + 5)$, calculer A.

N° 6 L'ÉGALITÉ

CORRIGÉ PAGE 141

Démontrer, sans effectuer les calculs, que : $39 \times 7\ 575 = 75 \times 3\ 939$.

N° 7 LES CALCULS PLUS SIMPLES

CORRIGÉ PAGE 142

Effectuer le plus simplement possible les calculs suivants :

1. A = 48×99	B = 213×101	C = $35 \times 39 + 35 \times 61$
2. A = 71×69	B = $17,5 \times 44$	C = $18,7 \times 21,5 - 18,7 \times 19,5$.

ESSENTIEL	MÉTHODE	EXEMPLES	VRAI - FAUX / QCM	EXERCICES
-----------	---------	----------	-------------------	-----------

N° 8 LA DIVISION

CORRIGÉ PAGE 142

On a la division $2\,280 \div 1A = 120$. La lettre A remplace un chiffre. Lequel ?

N° 9 LES NOMBRES EN CHIFFRES

CORRIGÉ PAGE 142

Écrire en chiffres les nombres suivants :

- Trente-trois milliards quatre cent dix millions dix-huit mille sept.
- Quarante-sept unités cinquante-neuf millièmes.

N° 10 LES NOMBRES EN LETTRES

CORRIGÉ PAGE 142

Écrire en lettres les nombres suivants :

3 182	2 000	3 000 400	351,75	3 480	600
9 390	200,4	2 145,243	0,351 7	32,57	0,039

N° 11 LES CALCULS

CORRIGÉ PAGE 143

Effectuer les calculs suivants (sans calculatrice) :

- a) $A = 38 + 17$; b) $B = 859,7 + 6\,875,39$; c) $C = 1\,234,128 + 765,872$.
- a) $A = 25 - 63$; b) $B = 1\,234,56 - 432,6$; c) $C = 0,567\,34 - 31,562\,1$.
- a) $A = 18 \times 13$; b) $B = 759,31 \times 0,645$; c) $C = 32,564 \times 11,255$.
- a) $A = 125 \div 8$; b) $B = 104,65 \div 1,625$; c) $C = 114,555 \div 1,75$.

N° 12 LES PRIORITÉS

CORRIGÉ PAGE 143

Effectuer si possible les calculs suivants (sans calculatrice) :

- a) $A = 4 \times (-9) + (-3) \times 6$; b) $B = 27 - (-14) - 52 + 5$.
- a) $A = 2[(-3 + 1) \times 5 + 9]$; b) $B = 3 - 4[2 - (5 - 11)]$.
- a) $A = 5,2(12,5 - 6 \times 2,1)$; b) $B = (24 \times 2,5 + 1,3) - 4 + 2 \times 3$.
- a) $A = [(-3 + 1) \times (5 + 9)] \div 0,5$; b) $B = 24 \div 6 \div 2$.

N° 13 LA MÉNAGÈRE

CORRIGÉ PAGE 143

Une ménagère achète au marché pour 2,50 € de beurre, 3,75 € de légumes, 4,65 € de fruits, un poulet à 5,33 € et 1,80 € de salade.

Elle avait dans son porte-monnaie 20 €.

Combien lui reste-t-il après avoir fait ses achats ?

N° 14 LE MOINS CHER

CORRIGÉ PAGE 143

Un même produit est vendu sous différents conditionnements :

A : paquet de 1 kg à 6,40 € ; B : paquet de 500 g à 3,30 € ; C : paquet de 200 g à 1,28 € ; D : paquet de 100 g à 0,90 € avec une promotion « un acheté, le deuxième à moitié prix ».

Quel est le conditionnement le plus avantageux pour l'achat d'un kilo ?

N° 15 LE CHANGE

CORRIGÉ PAGE 143

Sachant que le dollar vaut 0,750 euro, alors compléter :

- a) 180 dollars = ... euros ; b) 2 025 euros = ... dollars.

ESSENTIEL	MÉTHODE	EXEMPLES	VRAI - FAUX / QCM	EXERCICES
-----------	---------	----------	-------------------	-----------