

# LE TEMPS DANS LA GÉOLOCALISATION PAR SATELLITES



SÉBASTIEN TRILLES  
PIERRE SPAGNOU

# LE TEMPS DANS LA GÉOLOCALISATION PAR SATELLITES

SÉBASTIEN TRILLES  
PIERRE SPAGNOU

La navigation par satellites a bouleversé notre vie quotidienne et professionnelle. Nos économies sont chaque jour plus dépendantes de cette technique révolutionnaire intégrée dans nombre de nouveaux services. Cependant, l'accessibilité et la facilité d'utilisation de cette technologie masquent la grande complexité d'un système qui repose entièrement sur la maîtrise du temps.

La multiplicité des temps propres introduits par les théories de la relativité (restreinte et générale) d'Einstein se traduit par de nombreux effets physiques surprenants comme l'effet Sagnac, et plus généralement la désynchronisation des horloges parfaites, qui vont à l'encontre de notre conception intuitive du temps.

Ce livre présente un panorama actualisé des traitements algorithmiques utilisés par les systèmes de géolocalisation par satellites pour les usages quotidiens. Les auteurs établissent des liens étroits entre les techniques les plus récentes de calcul de positionnement et la compréhension détaillée des phénomènes physiques, principalement relativistes, qui sont à prendre en compte. Les erreurs significatives pouvant affecter la mesure du temps sont présentées en détail, en partant de leurs causes, physiques ou structurelles, tandis que leurs effets sur la précision sont quantifiés.

Ce livre s'adresse aux élèves des écoles d'ingénieurs, aux classes universitaires de licence ou de master mais aussi aux professionnels du domaine désireux de vérifier ou d'approfondir leurs connaissances ainsi qu'à toute personne intéressée par la conception relativiste du temps.

**Sébastien Trilles** est docteur en mathématiques, ingénieur expert en navigation chez Thales Alenia Space et enseigne la mécanique spatiale à l'ISAE (Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace).

**Pierre Spagnou** est ingénieur chez Thales, dans le domaine des systèmes de contrôle de trafic aérien civil. Il a publié de nombreux ouvrages de culture scientifique avec un thème de prédilection, la révolution relativiste autour du temps. Il enseigne également la physique à l'ISEP (Ecole d'ingénieurs du numérique).

Série Physique dirigée par Michèle LEDUC et Michel LE BELLAC

**SAVOIRS ACTUELS**

Collection dirigée par Michèle LEDUC

CNRS ÉDITIONS

[www.cnrseditions.fr](http://www.cnrseditions.fr)



edp sciences  
[www.edpsciences.org](http://www.edpsciences.org)

Création graphique : Béatrice Couëdel



ISBN EDP Sciences 978-2-7598-2434-2  
ISBN CNRS ÉDITIONS 978-2-271-13542-1

Ces ouvrages, écrits par des chercheurs, reflètent des enseignements dispensés dans le cadre de la formation à la recherche. Ils s'adressent donc aux étudiants avancés, aux chercheurs désireux de perfectionner leurs connaissances ainsi qu'à tout lecteur passionné par la science contemporaine.

Sébastien Trilles et Pierre Spagnou

Le temps  
dans la géolocalisation  
par satellites

SAVOIRS ACTUELS

EDP Sciences/CNRS ÉDITIONS

## Dans la même collection

*Physique quantique - Tomes 1 et 2*

Michel Le Bellac

*Comprenons-nous vraiment la mécanique quantique ? 2<sup>e</sup> édition*

Franck Laloë

*Mécanique Quantique - Tomes 1, 2 et 3 - Nouvelle édition*

Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë

*La théorie statistique des champs*

François David

*Physique quantique, information et calcul*

Pascal Degiovanni, Natacha Portier, Clément Cabart, Alexandre Feller  
et Benjamin Roussel

Retrouvez tous nos ouvrages et nos collections sur  
<http://laboutique.edpsciences.fr>

**Ouvrage publié avec le concours de Thales Alenia Space.**

Illustration de couverture : © ESA-P. Carril/Wikimedia Commons/G. Porter.

Imprimé en France

© 2020, EDP Sciences, 17, avenue du Hoggar, BP 112, Parc d'activités de  
Courtabœuf, 91944 Les Ulis Cedex A

et

CNRS Éditions, 15, rue Malebranche, 75005 Paris.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays. Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle). Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 01 43 26 95 35.

EDP Sciences

ISBN (papier) : 978-2-7598-2434-2, ISBN (ebook) : 978-2-7598-2468-7

CNRS Éditions

ISBN (papier) : 978-2-271-13542-1, ISBN (ebook) : 978-2-271-13544-5

# Remerciements

Nous tenons à témoigner notre gratitude à Michèle Leduc et Michel Le Bellac pour avoir accueilli notre projet dans leur riche collection « Savoirs actuels ».

Outre leurs encouragements stimulants, nous avons également pu bénéficier de leurs suggestions précieuses lors de la revue du manuscrit.

Nous souhaitons également remercier Jean Poumailloux, Michel Monnerat, Christophe Bourga, Hanaa Al Bitar, Damien Serant, Jean-Claude Fort et Flavien Mercier pour leurs efforts de relecture du texte ainsi que pour leurs conseils avisés.

Une mention spéciale pour Julie Anton en ce qui concerne la production des figures qui portent son nom.

Nous n'oublions pas non plus le travail remarquable réalisé par Sophie Hosotte et son équipe pour la mise en forme du document.

Nous sommes bien sûr redevables à de nombreux auteurs pour leurs propres publications citées en référence.



# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	<b>xiii</b>
<b>1 La mesure du temps</b>	<b>1</b>
1.1 La réalisation de la seconde . . . . .	1
1.1.1 Le postulat de reproductibilité . . . . .	2
1.1.2 Le temps propre . . . . .	3
1.2 Fréquence, phase et temps d'un oscillateur . . . . .	3
1.3 Fréquence et accroissement de temps propre . . . . .	6
1.4 Exactitude et stabilité de fréquence . . . . .	7
1.5 Mesure de l'instabilité des oscillateurs . . . . .	10
1.5.1 Définition théorique de la variance d'Allan . . . . .	10
1.5.2 Incertitudes de prédiction . . . . .	11
1.5.3 Calculs de la variance d'Allan . . . . .	12
1.5.4 Variance d'Allan en présence d'effets systématiques . .	14
1.5.5 Variance d'Allan et densité spectrale de puissance . . .	15
1.6 Différents types d'oscillateurs . . . . .	16
1.7 L'échelle de temps . . . . .	17
1.7.1 Réalisation d'une échelle de temps atomique intégrée .	17
1.7.2 Propriétés d'une échelle de temps . . . . .	18
1.7.3 L'échelle de temps TAI . . . . .	18
1.7.4 L'échelle de temps universel UT . . . . .	18
1.7.5 Le temps universel coordonné UTC . . . . .	20
<b>2 Les signaux et messages des systèmes GPS et Galileo</b>	<b>23</b>
2.1 Les deux concepts de transmission de signaux de navigation :	
CDMA/FDMA . . . . .	24
2.2 Lien satellite et récepteur . . . . .	25
2.3 La modulation en quadrature . . . . .	26
2.4 La modulation de phase . . . . .	27
2.4.1 La modulation de phase BPSK . . . . .	27
2.4.2 La modulation de phase BOC . . . . .	29
2.4.3 Reconstruction de l'information par le récepteur . . . .	31
2.5 Les codes des signaux GPS et Galileo . . . . .	31
2.5.1 Les registres à décalages et retours linéaires . . . . .	33
2.5.2 Propriété des codes PRN . . . . .	39
2.5.3 Caractéristiques des codes PRN . . . . .	40
2.5.4 Les codes publics GPS (Coarse Acquisition) . . . . .	41
2.5.5 Les codes cryptés GPS P(Y) . . . . .	41
2.5.6 Le code militaire GPS . . . . .	42
2.6 Les informations de navigation des systèmes GPS et Galileo . .	43

2.6.1	Les codes de convolution . . . . .	46
2.7	Le message de navigation du système GPS . . . . .	49
2.7.1	Format du message L/NAV . . . . .	49
2.7.2	L'accès au temps GPS (GPST) . . . . .	51
2.8	Le message de navigation du système Galileo . . . . .	51
2.8.1	Format du message F/NAV . . . . .	52
2.8.2	Format du message I/NAV . . . . .	54
2.8.3	L'accès au temps Galileo (GST) . . . . .	56
2.9	Encodage des signaux de navigation : le cas GPS . . . . .	57
2.10	Traitement des signaux de navigation par le récepteur . . . . .	59
2.11	Limitation du débit de transfert des données de navigation . . . . .	61
2.12	Résumé . . . . .	62
<b>3</b>	<b>La mesure de code</b>	<b>65</b>
3.1	Le principe de base du positionnement par GNSS . . . . .	65
3.2	Le calcul du temps de propagation du signal . . . . .	66
3.3	La modélisation de la mesure de code . . . . .	71
3.3.1	Variation temporelle de la distance géométrique . . . . .	73
3.3.2	Le rôle de la référence de temps dans les systèmes de navigation . . . . .	73
3.3.3	Corrélation entre la position du satellite et son horloge dans la mesure de pseudo-distance . . . . .	74
3.4	Mesures de codes délivrées par le système GPS et produites par les récepteurs . . . . .	75
3.5	Événement de prise de mesure et datation par le récepteur . . . . .	75
3.6	Résumé . . . . .	76
<b>4</b>	<b>La mesure de Doppler</b>	<b>79</b>
4.1	Effet Doppler classique . . . . .	79
4.2	La mesure du Doppler dans le récepteur . . . . .	84
4.2.1	Dérive en fréquences . . . . .	85
4.2.2	La modélisation de la mesure Doppler . . . . .	85
<b>5</b>	<b>La mesure de phase</b>	<b>87</b>
5.1	Concept général . . . . .	87
5.2	Les biais de phase . . . . .	91
5.3	L'accumulation de Doppler . . . . .	92
5.4	L'enroulement de phase . . . . .	92
5.5	Résumé . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Les effets des erreurs système sur les mesures GNSS</b>	<b>97</b>
6.1	Les centres de phases . . . . .	98
6.2	Effet des erreurs d'orbite et d'horloge sur la mesure de pseudo-distance . . . . .	99
6.2.1	Corrélation entre la direction radiale du satellite et l'horloge . . . . .	105



6.2.2	Majorant des erreurs d'orbites et d'horloge dans la pseudo-distance . . . . .	106
6.2.3	Corrélation spatiale des erreurs d'orbites . . . . .	107
6.2.4	Corrélation spatiale des erreurs d'horloge . . . . .	109
6.3	Les biais instrumentaux – TPG . . . . .	109
6.3.1	Les biais de code et de phase différentiels (DCB, DPB, IFB) . . . . .	113
6.4	La déformation de la forme d'onde . . . . .	115
<b>7</b>	<b>Les effets de propagation dans l'atmosphère sur les mesures GNSS</b>	<b>117</b>
7.1	Les effets ionosphériques . . . . .	117
7.2	Les effets troposphériques . . . . .	119
7.2.1	Modélisation des effets atmosphériques dans les mesures GNSS . . . . .	120
7.3	Effet de l'environnement sur la mesure de pseudo-distance . . .	121
7.4	Le filtrage du code par la phase . . . . .	121
<b>8</b>	<b>Les différentes combinaisons de mesures GNSS</b>	<b>125</b>
8.1	Le modèle standard des mesures de code et de phase . . . . .	125
8.2	Combinaison ionosphérique . . . . .	126
8.3	Combinaison en longueur d'onde équivalente étroite (narrowlane) . . . . .	127
8.4	Combinaison en longueur d'onde équivalente large (widelane) .	128
8.5	Combinaison de Melbourne-Wübbena . . . . .	129
8.6	Combinaison géométrique . . . . .	129
<b>9</b>	<b>La diffusion des biais d'horloge satellite dans le message de navigation</b>	<b>133</b>
9.1	La diffusion des biais d'horloge dans le message de navigation .	133
9.2	La diffusion des biais I1-I2 dans le message de navigation, $T_{GD}$ , BGD . . . . .	137
9.3	Utilisation des signaux civils . . . . .	141
9.4	Le calcul du délai ionosphérique . . . . .	142
<b>10</b>	<b>Les références d'espaces</b>	<b>143</b>
10.1	Changement de base et transformations de coordonnées . . . .	144
10.2	Mouvements de l'axe de rotation de la Terre . . . . .	147
10.2.1	La sphère céleste, pôles et origines . . . . .	149
10.2.2	Origine non tournante . . . . .	150
10.3	Référentiel terrestre et céleste . . . . .	152
10.3.1	Notions de système et repères de référence . . . . .	152
10.3.2	Référentiel terrestre . . . . .	153
10.3.3	Référentiel céleste . . . . .	154
10.3.4	Les transformations entre les référentiels céleste et terrestre . . . . .	154

10.3.5	Les référentiels pour le calcul du positionnement par GNSS . . . . .	160
<b>11</b>	<b>Positionnement avec le système GPS</b>	<b>163</b>
11.1	Le calcul du temps d'émission . . . . .	165
11.2	Le calcul de la position des satellites GPS et Galileo au temps d'émission . . . . .	167
11.3	Le calcul de la position et du temps du récepteur . . . . .	175
11.3.1	Positionnement en événement récepteur . . . . .	176
11.3.2	Positionnement en événement satellite . . . . .	182
11.4	Calculs dans le repère WGS84 . . . . .	188
11.5	Calcul des erreurs d'estimation . . . . .	191
11.6	L'ellipsoïde de confiance . . . . .	195
<b>12</b>	<b>Positionnement en combinant les systèmes GPS et Galileo</b>	<b>197</b>
12.1	Le GPS/Galileo Time Offset – GGTO . . . . .	197
12.2	Les biais inter systèmes – ISB . . . . .	198
12.3	La résolution du positionnement avec les systèmes GPS et Galileo . . . . .	200
<b>13</b>	<b>La théorie de la relativité restreinte</b>	<b>203</b>
13.1	Introduction : relativité galiléenne et relativité einsteinienne . . . . .	203
13.2	La relativité galiléenne . . . . .	204
13.2.1	Les référentiels inertiels . . . . .	204
13.2.2	Les transformations de Galilée . . . . .	204
13.3	La relativité einsteinienne . . . . .	205
13.3.1	La chronogéométrie de Minkowski . . . . .	206
13.3.2	Temps propre et temps-coordonnée . . . . .	207
13.3.3	La relativité sans la lumière . . . . .	208
13.4	Quelques précisions sur la genèse de la relativité restreinte . . . . .	209
13.4.1	Les expériences pour détecter des variations dans la vitesse de propagation de la lumière . . . . .	210
13.4.2	Le problème théorique posé par les lois de l'électromagnétisme . . . . .	211
<b>14</b>	<b>Les nouveaux effets physiques sur le temps prédits par la relativité restreinte</b>	<b>213</b>
14.1	Relativité de la simultanéité . . . . .	213
14.2	La désynchronisation cinématique des horloges parfaites . . . . .	214
14.3	La dilatation des temps . . . . .	218
14.4	La contraction des longueurs . . . . .	219
14.5	L'effet Doppler relativiste . . . . .	219
14.5.1	Effet Doppler transverse . . . . .	221
14.5.2	Application en navigation . . . . .	222
14.6	L'effet Sagnac . . . . .	222
14.6.1	Déduction relativiste de l'effet Sagnac optique à partir du référentiel du laboratoire . . . . .	222

14.6.2	Déduction de l'effet Sagnac universel à partir du référentiel du laboratoire . . . . .	224
14.6.3	Raisonnement physique à partir de la multiplicité des temps propres . . . . .	225
14.6.4	Déduction de l'effet Sagnac par le calcul différentiel et les transformations de Lorentz . . . . .	227
14.6.5	Déduction relativiste de l'effet Sagnac dans le référentiel tournant . . . . .	229
14.7	Rôle de la relativité restreinte dans les systèmes de navigation par satellites . . . . .	232
<b>15</b>	<b>La théorie de la gravitation de Newton</b>	<b>235</b>
15.1	Les deux lois de la théorie newtonienne de la gravitation . . .	235
15.2	La loi fondamentale de la dynamique newtonienne . . . . .	235
15.3	La force de gravitation newtonienne . . . . .	236
15.4	Une hypothèse supplémentaire : l'universalité de la chute libre	236
15.5	Les lois de Kepler conséquences de la théorie de Newton . . .	237
<b>16</b>	<b>La théorie de la gravitation d'Einstein</b>	<b>239</b>
16.1	Analyse critique de la théorie newtonienne de la gravitation .	239
16.2	Le principe d'équivalence locale entre accélération et gravitation . . . . .	240
16.3	Un nouvel effet prédit grâce au principe d'équivalence locale entre accélération et gravitation . . . . .	240
16.4	Le principe des géodésiques . . . . .	243
16.5	Une première théorie métrique de la gravitation fondée uniquement sur la courbure temporelle . . . . .	244
16.6	Les équations générales du champ gravitationnel . . . . .	246
16.7	Les deux lois de la théorie de la gravitation d'Einstein . . . .	247
16.8	La métrique de Schwarzschild . . . . .	247
16.8.1	Une solution du vide de l'équation d'Einstein . . . . .	248
16.8.2	La coordonnée radiale . . . . .	248
16.8.3	Le temps-coordonnée . . . . .	249
16.8.4	Courbure temporelle et courbure spatiale . . . . .	249
16.9	La métrique de Kerr . . . . .	250
16.10	La toile en caoutchouc : une analogie presque entièrement fausse . . . . .	251
16.10.1	La chute de mon stylo d'Aristote à Einstein . . . . .	253
<b>17</b>	<b>Les nouveaux effets physiques sur le temps prédits par la relativité générale</b>	<b>255</b>
17.1	La désynchronisation gravitationnelle des horloges parfaites .	255
17.1.1	Vérifications expérimentales . . . . .	257
17.2	L'effet Einstein (décalage spectral gravitationnel) . . . . .	257
17.2.1	L'universalité de l'effet Einstein . . . . .	259
17.2.2	Une erreur fréquente à éviter . . . . .	259

17.2.3	Vérifications expérimentales . . . . .	260
17.3	L'effet Shapiro . . . . .	261
17.3.1	Deux erreurs fréquentes . . . . .	262
17.3.2	Vérifications expérimentales . . . . .	262
<b>18</b>	<b>Les expériences sur la désynchronisation</b>	
	<b>des horloges parfaites</b>	<b>265</b>
18.1	L'expérience de Hafele et Keating . . . . .	265
18.1.1	L'hypothèse de l'horloge . . . . .	265
18.1.2	De combien nos horloges sont-elles censées se décaler ?	266
18.1.3	La dépendance selon la direction et la faisabilité de l'expérience . . . . .	267
18.1.4	Le compteur d'intervalles de temps . . . . .	267
18.1.5	Pourquoi quatre horloges atomiques embarquées ? . . .	268
18.1.6	Un dérèglement commun aux quatre horloges ? . . . . .	269
18.1.7	Comparaison entre les valeurs théoriques et les valeurs mesurées . . . . .	269
18.1.8	En quoi l'expérience de Hafele et Keating se démarque-t-elle des précédentes ? . . . . .	270
18.1.9	Le pseudo-paradoxe des jumeaux . . . . .	271
18.1.10	Pourquoi l'expérience de Hafele et Keating peut être qualifiée de cruciale . . . . .	271
18.2	L'expérience de Carroll Alley . . . . .	272
18.2.1	Le transfert de temps par lien laser (T2L2) . . . . .	273
18.2.2	De combien nos horloges sont-elles censées se décaler ?	274
18.2.3	Comparaison entre les valeurs théoriques et les valeurs mesurées . . . . .	275
18.2.4	Une expérience cruciale ? . . . . .	276
18.2.5	Des incompréhensions chroniques . . . . .	276
18.3	Expériences ultérieures . . . . .	277
<b>19</b>	<b>Effets relativistes sur le temps pour la</b>	
	<b>géolocalisation par satellites</b>	<b>279</b>
19.1	Première approche (principales contributions) . . . . .	279
19.2	Synchronisation des horloges GPS avec les horloges terrestres .	281
19.2.1	Temps terrestre et temps atomique international . . . . .	282
19.2.2	Désynchronisation des horloges terrestres par rapport au temps-coordonnée selon leur altitude . . . . .	284
19.2.3	Temps-coordonnée géocentrique et temps propre . . . . . d'un satellite GPS . . . . .	284
19.2.4	Temps terrestre et temps propre GPS . . . . .	285
19.3	Compensation des effets relativistes dans les systèmes de navigation . . . . .	287
19.3.1	Biais en fréquence des horloges à bord . . . . .	287
19.3.2	L'effet de l'excentricité des orbites GPS . . . . .	288

19.3.3	Raccordement des temps systèmes GPS et Galileo au temps UTC . . . . .	290
19.4	Effet Shapiro pour les signaux de navigation . . . . .	291
19.4.1	Équation de propagation en temps terrestre . . . . .	293
19.5	Le rôle de la relativité dans le GPS : une légende urbaine ? . . . . .	293
<b>20</b>	<b>Transfert de temps et transfert de fréquence</b>	<b>297</b>
20.1	Transfert de fréquence . . . . .	297
20.1.1	La méthode à une voie . . . . .	297
20.1.2	La méthode à deux voies . . . . .	301
20.2	Transfert de temps . . . . .	301
20.2.1	La méthode à une voie . . . . .	301
20.2.2	La méthode à deux voies . . . . .	302
20.3	Le transfert de temps avec les signaux GPS . . . . .	303
20.3.1	Repères inertiels et repère terrestre . . . . .	303
20.3.2	L'effet Sagnac dans les systèmes GNSS . . . . .	304
20.3.3	Le transfert de temps avec les signaux GPS . . . . .	305
20.3.4	Intégration implicite de l'effet Sagnac dans le positionnement en événement récepteur . . . . .	310
<b>21</b>	<b>Principes généraux de la restitution d'orbite GPS par moindres carrés</b>	<b>313</b>
21.1	Introduction au principe de la détermination d'orbite par moindres carrés . . . . .	313
21.2	Le principe des moindres carrés . . . . .	317
21.2.1	Dynamique des satellites . . . . .	318
21.2.2	Génération des mesures théoriques et calcul des résidus de mesures . . . . .	322
21.2.3	La pondération des mesures . . . . .	325
21.2.4	Filtrage par estimation paramétrique . . . . .	326
21.2.5	Les résidus de mesures . . . . .	329
21.2.6	Les erreurs d'identifications . . . . .	330
21.3	Algorithme général . . . . .	335
21.4	Prise en compte de contraintes . . . . .	336
21.5	Traitement des informations a priori . . . . .	337
21.6	La restitution des orbites et horloges des satellites GPS . . . . .	339
21.6.1	Dynamique appliquée pour les GPS . . . . .	339
21.6.2	Modélisation de la mesure GPS . . . . .	341
21.6.3	Filtrage du problème GPS . . . . .	346
21.7	Le besoin de synchronisation du temps dans les algorithmes de navigation . . . . .	353
21.7.1	Observation d'un biais d'horloge récepteur . . . . .	353
21.7.2	Observation d'un biais d'horloge satellite . . . . .	354
21.7.3	Observation simultanée de biais d'horloge satellite et station . . . . .	354

21.7.4	Effet d'une dérive d'horloge satellite sur un réseau sol dont la prise de mesure est dispersée . . .	355
21.8	La datation des mesures . . . . .	355
21.9	Traitement des mesures de phase en ambiguïtés entières . . .	357
21.9.1	Combinaisons simples et doubles différences . . . . .	358
21.9.2	Le cas zéro-différence . . . . .	359
<b>22</b>	<b>Les systèmes d'augmentation par satellites</b>	<b>365</b>
22.1	Le rôle d'un système SBAS . . . . .	365
22.2	Les standards applicables . . . . .	366
22.3	Architecture des systèmes SBAS . . . . .	367
22.4	Les budgets d'erreurs de mesures pris en compte dans le standard MOPS . . . . .	369
22.5	Génération des corrections SBAS L1 . . . . .	371
22.6	Application des corrections SBAS L1 . . . . .	372
22.6.1	Application de la correction d'horloge : calcul du temps d'émission et construction de la pseudo-distance . . . . .	374
22.6.2	Correction de la pseudo-distance . . . . .	375
22.6.3	Correction de l'orbite du satellite au temps d'émission corrigé . . . . .	375
22.7	Compensation partielle des erreurs d'orbites et d'horloges . .	376
22.8	Application des marées terrestres . . . . .	377
22.9	La correction du retard ionosphérique d'EGNOS . . . . .	378
22.10	La notion d'intégrité . . . . .	381
22.10.1	UDRE . . . . .	382
22.10.2	GIVE . . . . .	384
22.10.3	Caractérisation de l'intégrité . . . . .	385
22.11	La construction des volumes de protection . . . . .	387
22.12	Les performances d'un système SBAS . . . . .	391
22.12.1	Précision . . . . .	391
22.12.2	Disponibilité . . . . .	392
22.12.3	Intégrité . . . . .	393
22.12.4	Continuité . . . . .	395
22.13	Introduction au SBAS bi-fréquence multi-constellations (DFMC) . . . . .	396
	<b>Épilogue : La géolocalisation par satellites, système relativiste par excellence</b>	<b>399</b>
	<b>Glossaire</b>	<b>401</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>415</b>

# Avant-propos

Qui n'a pas entendu parler de la localisation par GPS ou Galileo en 2020 ?

Les smartphones d'aujourd'hui sont pratiquement tous équipés d'un récepteur GPS qui permet de les localiser précisément partout à la surface de la Terre.

Par contre, la richesse des concepts physiques et de l'algorithmique sous-jacente dans les logiciels associés reste largement méconnue. De même, la connaissance des techniques subtiles mises en œuvre est souvent superficielle.

Nous pensons que cet ouvrage vient combler une importante lacune dans ces deux thématiques associées à la géolocalisation par satellites : permettre d'accéder à une compréhension fine des effets physiques (principalement relativistes) et proposer une vision détaillée de la façon concrète de les prendre en compte dans les logiciels contemporains.

La géolocalisation par satellites couvre pratiquement tous les domaines de la physique et fait appel à une grande variété de technologies.

Nous nous intéressons dans ce livre à l'algorithmique des systèmes de navigation par satellites avec *le temps comme thème central*.

L'originalité de notre contribution, au sein d'une littérature abondante<sup>1</sup> consacrée à la géolocalisation par satellites, consiste à présenter et détailler l'algorithmique la plus récente intervenant effectivement dans l'estimation de la position du récepteur tout en exposant le plus clairement possible la riche thématique associée au temps où la relativité joue un rôle<sup>2</sup> crucial.

Ce livre est articulé en différentes parties comme suit.

Nous décrivons d'abord en quoi consiste la mesure du temps, qui est à la base de la géolocalisation par satellites, quelles sont les caractéristiques des horloges, ainsi que les principales références de temps utilisées.

---

1. Parmi les ouvrages de référence, citons ceux de Parkinson et Spilker (1995), Leick (2004), Kaplan et Hegarty (2006), Misra et Enge (2012), Teunissen et Montenbruck (2017) et celui en langue française de Duquenne *et al.* (2005).

2. Pour une première approche (simplifiée mais assez complète) du rôle de la relativité dans la géolocalisation par satellites, voir le livre de Spagnou (2012). Pour une synthèse claire et d'accès aisé sur les relativités (restreinte et générale), voir l'ouvrage de Le Bellac (2015). Pour une explication des nombreux effets relativistes où le temps joue un rôle essentiel et une revue des idées fausses chroniques, voir le livre de Spagnou (2017).

Nous abordons ensuite les signaux, fréquences, modulation et informations utilisés par les satellites pour la navigation avant de présenter les mesures générées par un récepteur qui vont servir à calculer sa géolocalisation. La discussion suivante porte sur les différents postes d'erreurs qui affectent les mesures GNSS (Géolocalisation et Navigation par un Système de Satellites) et donc la précision de géolocalisation. Afin de réduire certains postes de ces erreurs, les combinaisons classiques de mesures GNSS sont présentées ainsi que leurs principales caractéristiques. L'étape suivante consiste à détailler les données de navigation satellites qui contiennent les informations d'orbites et d'horloges ainsi que les biais en fréquences nécessaires à la géolocalisation.

La géolocalisation suppose de disposer de mesures de géolocalisation, mais également d'une carte sur laquelle on reporte les coordonnées, donc d'une référence d'espace. Ce sujet important et délicat fait l'objet d'une discussion dédiée en se basant sur les conventions IERS (*International Earth Rotation and Reference Systems Service*).

À ce stade nous disposons de tous les concepts et informations pour faire un calcul de géolocalisation, que ce soit avec la constellation GPS seule ou avec les constellations GPS et Galileo combinées.

Cette première présentation étant faite, nous passons ensuite aux aspects relativistes et aux effets spécifiques sur le temps, tant du point de vue de la relativité restreinte, avec en particulier l'étonnant et méconnu effet Sagnac, que de celui de la relativité générale. Pour comprendre les implications de cette dernière, nous mettons préalablement en perspective la théorie de la gravitation développée par Isaac Newton et la révolution conceptuelle proposée par la théorie de la gravitation développée par Albert Einstein. Pour illustrer la richesse des effets relativistes sur le temps, nous décrivons en détail les deux expériences fondatrices qui ont visé à mettre en évidence ces effets au travers de la désynchronisation des horloges. Puis nous présentons une introduction aux techniques de génération d'une référence de temps prenant en compte les effets relativistes au moyen d'un réseau dense d'horloges et nous décrivons les moyens déployés pour compenser les effets relativistes dans les systèmes de géolocalisation par satellites. Un chapitre est dédié au transfert de temps et de fréquence et leur réalisation avec les systèmes GPS, notamment la prise en compte de l'effet Sagnac.

La fin de l'ouvrage propose une introduction à la restitution d'orbites de satellites de constellations et aux systèmes d'augmentation par satellites.

Cet ouvrage s'adresse aux physiciens désireux de mieux comprendre le rôle de la relativité dans la géolocalisation par satellites, mais aussi aux ingénieurs souhaitant maîtriser l'algorithmique requise dans les systèmes de navigation par satellites, ou encore aux enseignants qui disposent ici d'un sujet aux vertus pédagogiques immenses.

Comme la technologie de la navigation a été développée par les Américains, il n'est pas étonnant de trouver dans ce domaine un vocabulaire technique comprenant beaucoup d'anglicismes. Nous avons évité autant que possible les termes anglo-saxons et seuls demeurent ceux qui servent à la clarté de l'exposé.



# Chapitre 1

## La mesure du temps

Le *temps physique* est ce que mesure une horloge<sup>3</sup>, une horloge étant un système composé d'un processus physique périodique et d'un compteur du nombre de cycles. On mesure en fait toujours une durée, le temps indiqué par une horloge correspondant à un nombre de cycles comptés depuis une origine donnée.

L'unité de base du système international d'unités dans le domaine temporel est une unité de durée : la seconde. La définition de la seconde et la réalisation de cet étalon de mesure ont posé plusieurs difficultés techniques.

La mesure d'une durée passe par la mesure d'une autre grandeur issue d'un mouvement répétitif et régulier.

Le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même, puis celui de la Terre autour du Soleil ont servi de définition pour le jour et l'année. Cependant, les mouvements en question sont plutôt lents en comparaisons des activités qui règlent la vie des hommes et des phénomènes physiques qu'ils étudient. Pour mesurer le temps, il faut disposer de mécanismes qui génèrent une oscillation périodique (voilà pour l'aspect répétitif) et l'entretiennent (voilà pour l'aspect régularité). De plus, dans le but de discerner avec précision des événements fugitifs, il est nécessaire que la fréquence de battement de l'oscillation soit rapide. Les pendules mécaniques, par leurs mouvements d'aller-retour en sont un premier exemple, les oscillateurs basés sur les propriétés atomiques de la matière fournissent des oscillations à haute fréquence et d'une très grande régularité.

### 1.1 La réalisation de la seconde

Théoriquement, on pourrait obtenir l'unité de durée (la seconde) par une seule oscillation. Pour cela, il faut définir un point de référence sur cette oscillation et obtenir l'information du prochain passage du mouvement périodique sur

---

3. Cette définition que nous adoptons ne repose que sur un seul concept : celui de « vieillissement » d'un mobile entre deux points-événements, un événement étant défini par quatre coordonnées.

ce point. Du moment que l'on connaît parfaitement la position du point de référence et l'instant où le mouvement se retrace parfaitement sur ce point, l'unité de temps est définie comme étant la durée écoulée entre ces deux événements. Cependant, la réalisation pratique de cette expérience va se heurter aux incertitudes de mesures et au caractère non instantané de la transmission de l'information. Par exemple, si l'information de passage de l'oscillation au point de référence est affectée d'une erreur  $\Delta t$  alors la seconde n'est fournie qu'à  $\Delta t$  près en valeur relative. Se pose ensuite le problème de la reproductibilité de l'expérience.

Dans ce domaine comme dans d'autres, l'écart entre la théorie et la pratique se révèle plus important en pratique qu'en théorie.

### 1.1.1 Le postulat de reproductibilité

Lorsque l'on utilise un mouvement oscillatoire pour mesurer la durée, on admet implicitement que le phénomène peut être reproduit exactement à l'identique à tout moment et à la demande.

Cependant, nous savons que pour des systèmes déterministes mais chaotiques, des variations infimes dans les conditions initiales, que ce soit la position, la vitesse ou tout autre paramètre physique, peuvent conduire à des divergences considérables du mouvement au bout d'un certain temps. La reproductibilité parfaite repose sur la maîtrise complète de l'ensemble des causes et des conditions de génération du mouvement périodique. Or, cette maîtrise complète n'est jamais possible car il existera toujours des facteurs sur lesquels notre contrôle est forcément limité comme la précision du montage et des réglages, mais aussi par des phénomènes physiques parasites qui viennent perturber le système tels que les courants induits, les frottements, ainsi que l'usure naturelle. Le postulat de reproductibilité suppose que l'on puisse construire et isoler un phénomène qui soit autonome, permanent et singulier.

L'analyse scientifique poussée des phénomènes physiques montre que ces derniers apparaissent de façon *transitoire*, et qu'ils sont en constante transformation. Les phénomènes surgissent en dépendance par rapport à un ensemble de causes et conditions. En conséquence, tous les phénomènes observables existent sur les modes de *impermanence* et de *interdépendance*, ce qui est en contradiction avec le postulat de reproductibilité. En effet, ce dernier suppose que l'on peut isoler le système périodique de tout le reste pour en faire un système singulier, permanent et indépendant. Si l'on connaissait parfaitement l'ensemble complet de toutes les causes qui participent au phénomène physique étudié ainsi que sa loi d'évolution dans sa formulation la plus exacte, son futur serait parfaitement prédictible donc déterministe (si l'on fait abstraction des lois de la physique quantique applicables aux systèmes microphysiques selon lesquelles il existe un indéterminisme fondamental pour les mesures réalisées).

Mais la chaîne causale d'un phénomène physique est toujours indéfinie, ce qui fait que l'approche déterministe est en fait une réduction des facteurs

causaux sur un ensemble connu et nécessairement fini. La mesure du temps doit donc se faire sur la base de processus physiques et de dispositifs qui dépendent peu de ces causes perturbatrices et dont il est possible d'estimer les amplitudes de façon à garantir une stabilité que l'on peut mesurer et contrôler à long terme.

Les secondes réalisées en pratique diffèrent donc inévitablement des secondes idéales (qui correspondraient à un processus physique périodique à la régularité parfaite) : ces différences sont corrélées d'une seconde à l'autre et ne sont pas nulles en moyenne. Pour construire une donnée précise sur la base de ces différences, on choisit d'effectuer une moyenne sur un certain nombre de secondes réalisées. Dans la pratique, il apparaît une durée optimale pour ce calcul de moyenne au-delà de laquelle on ne gagne plus en précision. Chaque laboratoire de temps fournit une réalisation propre de la seconde et la livre au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). Il revient au BIPM de construire ensuite une moyenne pondérée de toutes les réalisations de la seconde qu'il reçoit et de délivrer le temps unique. La seconde que l'on obtient offrira toutes les qualités d'un produit consolidé mais elle est affectée d'incertitudes ayant deux origines bien distinctes : la première est une incertitude expérimentale propre à chaque laboratoire, la seconde est due à la façon de faire la moyenne entre plusieurs réalisations.

### 1.1.2 Le temps propre

L'*unité de durée*, la seconde, désignée comme l'*unité de temps* est, dans sa définition actuelle, une unité à réaliser localement par un dispositif présentant de très bonnes propriétés de reproductibilité du phénomène oscillatoire. Le temps ainsi défini est le *temps propre* de l'oscillateur. Il est propre à l'oscillateur considéré car un oscillateur possède des imperfections qui lui sont propres.

Nous verrons à partir du chapitre 13 que la théorie de la relativité enrichit considérablement la notion de temps propre, ce dernier jouant un rôle central dans la théorie.

## 1.2 Fréquence, phase et temps d'un oscillateur

Une *base de temps* (*Frequency Standard*) est un composant qui produit un étalon de fréquence (ou de phase). La construction d'un étalon de fréquence tente de produire une onde aussi proche que possible d'une sinusoïde, autrement dit de garantir la pureté spectrale (une raie), et dont la fréquence est aussi proche que possible de sa valeur nominale. Mais aucune des périodes de cette onde n'est identifiée ou numérotée.

L'oscillateur (base de temps) devient une *horloge* si on lui adjoint un compteur continu permettant cette identification des périodes accumulées et donnant ainsi le nombre de secondes, minutes, heures, etc. Ceci est réalisé le plus

souvent en numérotant des impulsions à la fréquence de 1 Hz que l'on nomme *top à la seconde*.

Si l'horloge était parfaite avec la fréquence  $f_0$ , son oscillateur produirait le signal temporel parfait suivant (d'amplitude  $A$ ) :

$$S_0(t) = A \sin(2\pi f_0 t) = A \sin(\Phi_0(t)). \quad (1.1)$$

Cependant, le signal temporel qui est délivré par l'oscillateur d'une horloge  $H$  est perturbé à la fois en amplitude et en phase :

$$S_H(t) = (A + \delta A(t)) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_H(t)) = (A + \delta A(t)) \sin(\Phi_H(t)). \quad (1.2)$$

Ici, la quantité  $\Phi_H(t)$  représente la *phase totale accumulée* à l'instant  $t$  depuis une origine donnée, en général définie à zéro, et  $\delta A$  est la variation d'amplitude du signal. Comme on s'intéresse uniquement à la variation de phase de l'oscillateur, on néglige les variations en amplitude ( $\delta A = 0$ ), ce qui revient à considérer le signal « réel » suivant :

$$S_H(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi_H(t)) = A \sin(\Phi_H(t)). \quad (1.3)$$

La grandeur  $f_0$  est la *fréquence nominale*, constante et  $t$  est le temps propre idéal fondé sur la définition de la seconde. La fréquence représente le taux de répétitivité d'un événement périodique. De façon équivalente, la fréquence représente la variation de la phase accumulée  $\Phi_H$  dans le temps :

$$f_H = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_H}{dt}. \quad (1.4)$$

L'intervalle de temps  $T_H$  correspondant à une période de répétitivité du signal se calcule simplement comme l'inverse de la fréquence :

$$T_H = \frac{1}{f_H}. \quad (1.5)$$

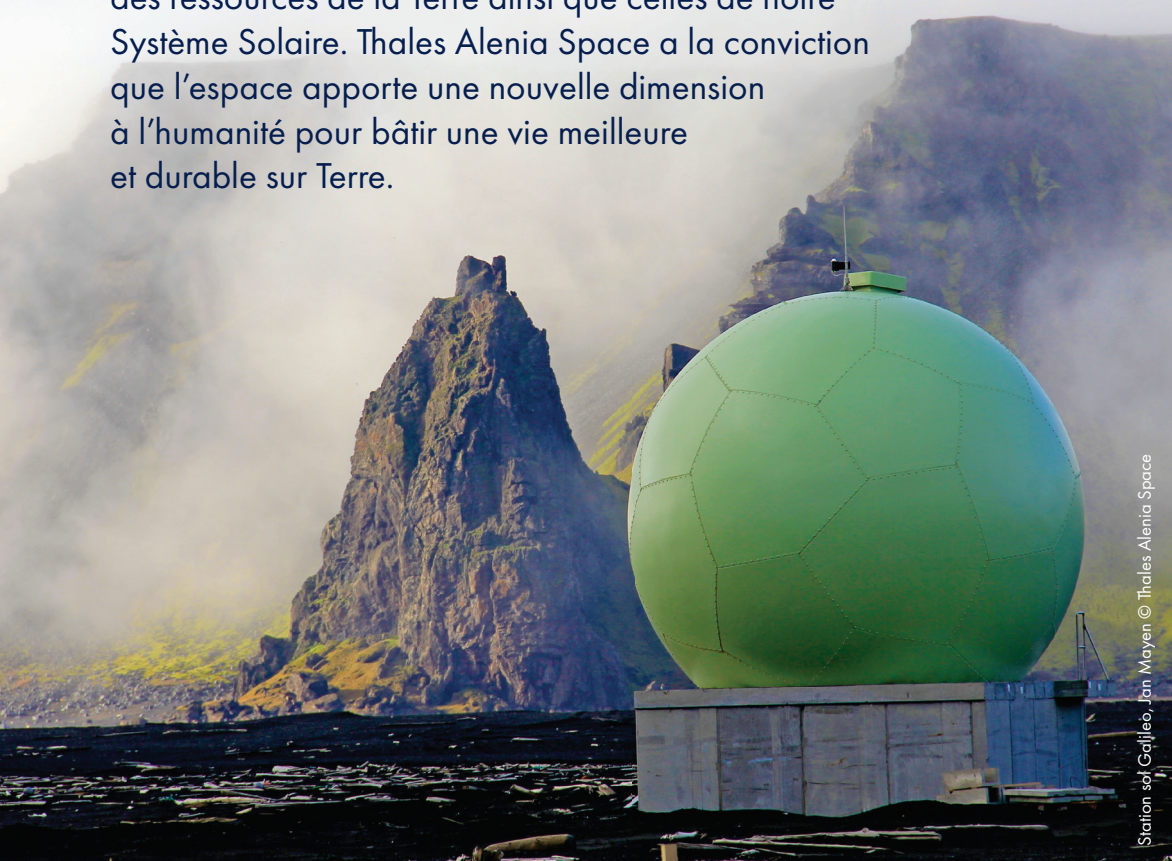
La lecture d'une horloge est incrémentée de la valeur théorique de la durée d'une période  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  chaque fois que la phase totale  $\Phi_H(t)$  augmente de  $2\pi$ . Ainsi, une horloge permet de mesurer une durée par un comptage du nombre entier de périodes contenues dans cette durée plus une partie fractionnaire. La mesure du temps sera d'autant plus précise que le nombre de périodes comptées est plus grand, autrement dit que la fréquence du signal est plus élevée.

On voit donc tout l'intérêt à considérer des oscillations à grande fréquence, c'est-à-dire dont la période de répétitivité est très petite. Actuellement, la seconde est définie à partir de la durée d'une transition électronique dans un atome de césium. L'émission d'une radiation par un atome excité se fait par le saut d'un électron situé à un certain niveau d'énergie vers un niveau inférieur. Ce phénomène est appelé *transition électronique*. Pour certains isotopes, la fréquence de la radiation émise est parfaitement connue. On a choisi le césium

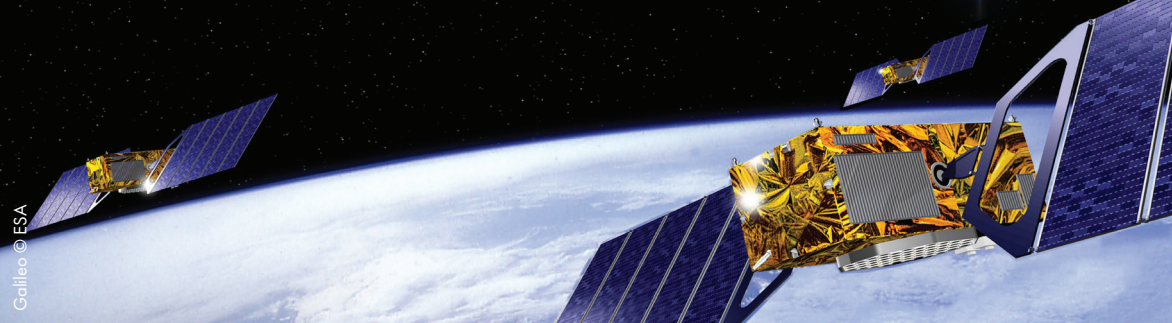
# L'ESPACE POUR VOYAGER ET NAVIGUER

**ThalesAlenia**  
a Thales / Leonardo company *Space*

Société commune entre Thales (67%) et Leonardo (33 %), Thales Alenia Space délivre des solutions innovantes pour les télécommunications, la navigation, l'observation de la Terre et la gestion de l'environnement, l'exploration, les sciences et les infrastructures orbitales. Les institutions, gouvernements et entreprises comptent sur Thales Alenia Space afin de concevoir, réaliser et livrer des systèmes satellitaires : pour géolocaliser et connecter les personnes ainsi que les objets partout dans le monde ; pour observer notre planète ; pour optimiser l'utilisation des ressources de la Terre ainsi que celles de notre Système Solaire. Thales Alenia Space a la conviction que l'espace apporte une nouvelle dimension à l'humanité pour bâtir une vie meilleure et durable sur Terre.







Les systèmes satellitaires fournissent les informations qui font des cartes en ligne et des applications de navigation une réalité. Au cœur de programmes tels que Galileo ou EGNOS, Thales Alenia Space est à l'avant-garde de la navigation par satellite en Europe.

## A PROPOS D'EGNOS

L'utilisation du système de navigation par satellite EGNOS est cruciale pour des applications nécessitant fiabilité et grande précision. Thales Alenia Space a conçu et développé le système EGNOS, utilisé par des individus partout en Europe, pour améliorer la performance des systèmes de navigation par satellite (comme le GPS ou Galileo). En tant que maître d'œuvre d'EGNOS, Thales Alenia Space a permis le lancement des services "Safety of Life" en Europe dès 2011 autorisant le système à être utilisé dans le cadre des phases d'atterrissages des avions dans certains aéroports ou pour l'aide à la navigation maritime.

Nous concevons pour le KARI, l'agence spatiale sud-coréenne, sa propre version d'EGNOS : le système KASS, qui fournira entre autres des services "Safety of Life". Equipés de nouveaux algorithmes de navigation, KASS est destiné à des applications aéronautiques, tout en répondant aux besoins des secteurs maritime, routier et ferroviaire.

Nous produisons également pour l'ASECNA, l'Agence pour la sécurité de la navigation aérienne en Afrique et à Madagascar, des études de faisabilités pour un système d'augmentation de type EGNOS comprenant des démonstrations d'approches aéronautiques complétées par des services d'alertes aux civils ("warning service") et de positionnement précis.

Thales Alenia Space a par ailleurs développé le système d'antenne active MEOLUT Next, réalisée dans le cadre de COSPAS-SARSAT, initiative intergouvernementale de recherche et de sauvetage par satellite. Depuis sa mise en service en 2016, MEOLUT Next n'a cessé de prouver ses

performances, notamment en termes de couverture et de précision de positionnement - et a déjà permis de sauver de nombreuses vies.

## A PROPOS DE GALILEO

Le système mondial de navigation Galileo ne compte pas que des satellites. Une infrastructure au sol est nécessaire pour traiter correctement toutes les informations reçues depuis l'Espace et construire les données de navigation indispensables pour la géolocalisation des utilisateurs. Une simple erreur de synchronisation d'une seconde des horloges des satellites Galileo peut engendrer une erreur de positionnement de 300 000 kilomètres (environ 46 fois le rayon de la Terre).

Thales Alenia Space est maître d'œuvre du Segment de mission Galileo (GMS) et du Centre de sécurité Galileo (GSF). Nous allons développer par ailleurs des nouvelles versions du GMS et du GSF. Notre but : moderniser l'infrastructure au sol et améliorer sa sécurité, y compris face aux cybermenaces.

## LA GÉOLOCALISATION AU SERVICE DE L'INTERNET DES OBJETS

Thales Alenia Space est l'architecte système de Kinéis, une constellation de 25 nanosatellites dédiée à l'Internet des Objets, réalisée en collaboration avec Hemeria.