

UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR  
FACULTÉ DES SCIENCES ÉCONOMIQUES ET DE GESTION

Préface du Doyen  
Moustapha KASSÉ

Par  
**FODIYÉ BAKARY DOUKOURÉ**

# **ÉCONOMÉTRIE**

**LE MODÈLE  
LINÉAIRE GÉNÉRAL**

**COURS ET  
EXERCICES  
CORRIGES**

CODESRIA

Fodiyé Bakary Doucouré  
Maître Assistant  
à l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar

# **ÉCONOMÉTRIE**

**Le modèle linéaire général  
Cours et Exercices corrigés**

CODESRIA en coédition avec NENA  
isbn du numérique : 978-2-86978-958-6

Avec le soutien du CNL



## Préface

La science économique est devenue, aujourd'hui, une très grande entreprise scientifique par la quantité impressionnante de chercheurs et des ressources humaines qu'elle mobilise et par le volume et la profondeur des publications et des revues. Depuis un bon siècle, elle s'est profondément mathématisée tant au niveau théorique qu'à celui de l'élaboration de modèles explicatifs. Cette généralisation des techniques quantitatives, c'est-à-dire l'ensemble des méthodes d'évaluation, d'estimation et de tests confère à l'économie politique et aux économistes un statut tout à fait particulier dans les champs des sciences. Si donc la science économique a fait de très remarquables progrès, au point d'être à l'avant garde des sciences sociales, c'est précisément parce qu'elle s'est rapprochée des sciences dures dont les techniques sont parfaitement bien incorporées et bien intégrées.

De fait ces techniques quantitatives rendent le discours économique plus cohérent et facilitent la confrontation avec les réalités. Elles permettent de quantifier, de vérifier, de prévoir et, en conséquence, d'aider à la prise de décision appropriées. Elles font surtout rentrer l'analyse économique dans une sorte d'âge d'or où elles investit toutes les relations humaines (amour, loisirs, altruisme, hostilité, criminalité, corruption, etc.) et se soumet les sociétés confrontées toutes à des questions de finalités concurrentes, d'allocation de ressources et de choix individuels ou collectifs. C'est sans nul doute cela qui explique la grande attraction formaliste des économistes.

Certes des dérives sont aujourd'hui constatées et elles sont dénoncées par d'éminents professeurs comme Leontief et Malinvaud fervents adeptes de la formalisation. Le Pr. Kelvin a fait inscrire au fronton de l'Université de Chicago cette phrase très célèbre : "quand vous ne pouvez exprimer quelque chose par des nombres, votre connaissance est maigre et insatisfaisante". A quoi le Professeur Knight de l'Université d'IOWA s'est empressé de rétorquer : "oui, et quand vous pouvez exprimer quelque chose par des nombres votre connaissance est maigre et insatisfaisante". Incontestablement, l'économie gagne toujours à être soumise à la formalisation : depuis le XVII<sup>e</sup> siècle cela se sait et les travaux de Cournot, Pareto, Walras et autres en attestent largement.

Avec le sur-développement de l'analyse quantitative il faudrait se souvenir que si la formalisation est une condition nécessaire, elle n'est pas suffisante. L'économie étant au

service de la société, les économistes doivent se garder de cultiver le “culte de l’incompréhension” ou celui d’une “opacité brillante” et se convaincre que ce n’est pas le contenu mathématique qui empêche de faire de la mauvaise théorie. Pour éviter ces “fosses à lion”, il faut se mettre à la maîtrise des techniques quantitatives

Cette opportunité est offerte par ce manuel introductif à l’économétrie qui est une discipline qui a réellement pris son essor dans ce 20<sup>e</sup> siècle. J.M. Keynes observait que l’économie est une science consistant à penser en modèles. Or l’économétrie est justement cet ensemble combiné de techniques mathématiques et statistiques qui confère une valeur numérique aux différents paramètres apparaissant dans les équations constitutives des modèles. Elle permet l’estimation des relations économiques, la quantification des variables inestimables de confrontation des hypothèses théoriques aux données empiriques. Pour toutes ces raisons, l’économétrie s’est progressivement imposée comme un outil essentiel d’appui à l’analyse économique et s’étend à plusieurs autres disciplines scientifiques. En somme, elle ouvre à la science économique la possibilité de surmonter le handicap de l’expérimentation et de la validation des théories.

Cette introduction à l’économétrie est principalement destinée aux étudiants de licence et de maîtrise de Sciences Economiques et de Gestion mais aussi aux enseignants-chercheurs. Elle peut aussi intéresser les élèves des écoles de commerce et les chargés d’études désireux d’acquérir des bases en économétrie, ou de rafraîchir leurs connaissances.

L’ouvrage est d’une très grande qualité pédagogique. Je sais gré à l’auteur d’avoir présenté dans ce livre, l’économétrie du modèle linéaire général. Les problèmes d’estimation et de tests y sont clairement analysés. Le texte présente des exposés précis des principes et des différentes formules avec un certain nombre de démonstration d’une grande limpidité. Des exemples d’application et des exercices bien gradés permettent de se familiariser avec les différentes notions. Un corrigé suffisamment détaillé des exercices, placé en fin d’ouvrage, donne au lecteur la possibilité de vérifier ses acquis et la pertinence de son raisonnement.

L’expérience de l’auteur a permis une présentation simple et parfaitement adaptée au but poursuivi; aussi je souhaite à ce livre le succès qu’il mérite.

Professeur Moustapha KASSE  
Doyen de la Faculté des Sciences  
Economiques et de Gestion de  
l’Université Cheikh Anta DIOP de Dakar

# Table des matières

## Avant-propos

<b>INTRODUCTION - Qu'est-ce que l'économétrie ?</b> .....	1
<b>Section 1 : Le modèle linéaire général</b> .....	16
1. Exposé du problème .....	16
2. Notation matricielle du modèle .....	17
<b>Section 2 : Estimation et propriétés des estimateurs</b> .....	19
1. Hypothèses d'application de la méthode des moindres carrés ordinaires. ....	19
2. Estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés ordinaires .....	20
3. Le théorème de Gauss Markov .....	22
4. Interprétation géométrique de la méthode des moindres carrés .....	25
<b>Section 3 : Equation d'analyse de la variance et qualité d'un ajustement</b> .....	27
1. Equation d'analyse de la variance .....	27
2. Qualité d'un ajustement .....	27
<b>Section 4 : Les tests statistiques</b> .....	29
1. Hypothèse de normalité .....	29
2. Test de Student .....	30
3. Test de Fisher .....	37
4. Tests de stabilité .....	41
<b>Section 5 : La prévision à l'aide du modèle linéaire général</b> .....	52
1. Présentation du modèle .....	52
2. Prévision du modèle .....	53
3. Intervalle de prévision .....	54

<b>Section 6 : La collinéarité des variables explicatives</b> .....	59
1. Conséquences de la collinéarité .....	59
2. Tests de détection d'une collinéarité .....	60
3. Comment remédier à la collinéarité .....	64
<b>Section 7: L'autocorrélation des erreurs</b> .....	65
1. Les causes et la détection de l'autocorrélation des erreurs .....	66
2. Les procédures d'estimation en cas d'autocorrélation des erreurs .....	73
<b>Section 8 : L'hétéroscédasticité et la méthode des moindres carrés généralisés</b> .....	77
1. Définition .....	77
2. Correction de l'hétéroscédasticité et méthode des moindres carrés généralisés .....	77
3. Tests de détection de l'hétéroscédasticité .....	81
<b>Section 9 : Exercices</b> .....	89
I - Enoncés .....	89
II - Corrigés .....	121
<b>Annexes</b> .....	195
<b>Annexe 1 : Préliminaires d'algèbre</b> .....	197
I. L'espace euclidien $\mathbb{R}^n$ .....	197
1. Espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ .....	197
2. Produit scalaire et norme .....	197
3. Projection orthogonale sur un sous espace .....	198
II. Formes quadratiques positives .....	199
1. Transposée d'une matrice .....	199
2. Rang d'une matrice .....	199
3. Vecteurs propres d'une matrice symétrique .....	200
4. Matrices symétriques positives .....	201

---

<b>Annexe 2 : Préliminaires de calcul des probabilités</b> .....	191
I. Matrices et vecteurs aléatoires .....	191
1. Matrices aléatoires .....	191
2. Vecteurs aléatoires .....	191
II. Loi normale et lois de probabilités dérivées .....	192
1. Loi normale dans $\mathbb{R}$ .....	192
2. Loi normale dans $\mathbb{R}^n$ .....	192
3. Loi du Khi Deux .....	193
4. Loi de Student .....	193
5. Loi de Fisher - Snédécour .....	194
<b>Annexe 3 : Séries statistiques utilisées</b> .....	195
<b>Annexe 4 : Présentation du module de régression du logiciel TSP-EVIEWS</b> .....	197
<b>Annexe 5 : Tables Statistiques</b> .....	203
1. Table de la fonction intégrale de la loi normale centrée réduite .....	205
2. Table de la loi normale centrée réduite (Table dite de «l'écart réduit») .....	206
3. Table de la loi de Student .....	207
4. Table de la loi du Chi-Deux .....	208
5. Table de la loi de Fisher-Snédécour .....	209
6. Table de la loi de Fisher-Snédécour (suite) .....	210
7. Table de Durbin Watson .....	211
8. Table de Durbin Watson (suite) .....	212
<b>Glossaire français - anglais des principaux termes utilisés en économétrie</b> .....	213
<b>Bibliographie</b> .....	215





## Avant - Propos

Cet ouvrage est principalement destiné au public des étudiants de licence et de maîtrise de sciences économiques et de gestion. Il peut aussi intéresser les élèves des écoles de commerce et plus largement tous ceux qui souhaitent acquérir une formation de base en économétrie.

L'ambition de ce manuel est de bien comprendre les principes des méthodes économétriques. On y présente l'économétrie des modèles linéaires illustrée par des exemples d'application, et des exercices corrigés. Outre le fait que ces modèles rendent compte d'une large palette de phénomènes économiques, l'acquisition des principes de base de l'économétrie des modèles linéaires est une étape essentielle pour aborder des méthodes plus complexes.

L'économétrie est un ensemble de méthodes statistiques appliquées à l'économie. Elle a deux fonctions essentielles :

- tester les théories économiques ou, plus modestement, certaines assertions de la théorie économique ;
- évaluer les paramètres en jeu dans les relations économiques.

Elle est ainsi une branche de la science économique consistant à établir des lois ou à vérifier des hypothèses à partir de données chiffrées tirées de la réalité. Elle a un caractère instrumental et constitue le complément indispensable de l'analyse économique.

De plus les techniques économétriques sont régulièrement utilisées dans les banques, les agences gouvernementales, les grandes entreprises, les institutions internationales, la recherche agronomique, la finance, etc.

L'ouvrage se compose de 9 sections. Dans l'introduction, nous discutons de la notion de modèle, du rôle de l'économétrie et de la théorie de la corrélation. Ce chapitre doit impérativement être lu par l'économètre débutant : il présente un certain nombre de définitions et concepts essentiels. Dans les huit premières sections, on présente l'estimation du modèle linéaire

général par les moindres carrés ordinaires, les principales procédures de tests et la prévision à l'aide du modèle linéaire. Dans la section 9, on propose une série d'exercices corrigés.

Les questions qui y sont traitées sont les suivantes :

- Peut-on expliquer les évolutions d'une grandeur économique (ou autre) par les évolutions d'autres grandeurs ?
- Comment prévoir une valeur de cette grandeur à un horizon donné, ou en un lieu donné ?

Ces questions trouvent des applications par exemple dans les ministères des Finances, de l'Economie ou du Plan qui construisent des modèles macroéconomiques pour la prévision et pour l'évaluation des politiques économiques.

Les développements effectués dans ce manuel font appel à des notions de mathématiques et de probabilités enseignées en Premier Cycle de Sciences Economiques. Deux annexes rappellent quelques éléments du bagage nécessaire en algèbre (Annexe 1) et en probabilité (Annexe 2).

Enfin, si après la lecture de cette introduction à l'économétrie le lecteur souhaite se spécialiser, il devra consulter d'autres ouvrages. On peut conseiller Gouriéroux et Monfort (1989,1990), Gouriéroux (1984), Maddala (1987), Bresson et Pirotte (1993), Bourbonnais (1998), Pyndyck et Rubinfeld (1991) ou Hamilton (1994).

Cet ouvrage est le fruit de mon expérience d'enseignant à l'université Cheikh Anta Diop de Dakar ainsi que le résultat d'importants séminaires de formation effectués dans différentes institutions à l'attention de chercheurs, professionnels et de praticiens du développement. Il est conçu pour permettre un travail personnel tout au long de l'année. Sa réalisation a bénéficié de l'aide de mon entourage professionnel ou amical. Je remercie particulièrement mes collègues Abdoul Aziz Wane et Mamadou Dansokho, qui ont bien voulu lire le document attentivement, et dont les remarques m'ont permis plusieurs améliorations. Enfin mes remerciements s'adressent également à Madame Elisabeth Ndour Basse qui s'est chargée de la saisie du manuscrit, et à Djibril Fall pour sa mise en page.

Juillet 2000

Fodiyé Bakary Doucouré.