

Méthodes quantiques

Champs, N-corps, diffusion



Cet ouvrage constitue une introduction à la théorie des champs quantiques très différente des habituels exposés le plus souvent formels ■ Après avoir défini pas à pas les concepts mathématiquement nécessaires au développement de cette théorie, quelques exemples classiques sont traités en détail ■ L'espace de Fock est ensuite exposé sans recours à des coordonnées particulières ■ Cette formulation générale permet alors d'introduire correctement les champs quantiques des phonons et des photons ■ L'ouvrage se clôt par un exposé de la théorie de la diffusion. Les problèmes proposés, avec leurs corrigés, constituent d'utiles compléments au texte.

Constantin Piron est ingénieur physicien diplômé de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne en 1956, après quoi il poursuit des études de mathématique et de physique théorique. Assistant de E.C.G. Stueckelberg et de J.M. Jauch, il obtient, en 1964, le grade de docteur ès sciences de l'Université de Lausanne. Il travaille quelques années en physique expérimentale hautes énergies puis entre en 1960 au Département de physique théorique de l'Université de Genève où il est nommé professeur assistant en 1969 et, finalement, professeur ordinaire en 1974.

Méthodes quantiques

Champs, N-corps, diffusion

Constantin Piron

Méthodes quantiques

Champs, N-corps, diffusion

Presses polytechniques et universitaires romandes

Cahiers de physique

L'objectif de cette collection, dirigée par le professeur Philippe A. Martin, est de publier et de diffuser des ouvrages d'enseignement 3^e cycle et des monographies de formation de haut niveau en physique. Il s'agit en particulier de publier les meilleurs cours dispensés dans le cadre du 3^e cycle de la Physique en Suisse Romande afin d'en étendre la portée et de renforcer son impact.

Constitués de textes concis, sur des sujets de tout premier intérêt, ces livres sont publiés en français ou en anglais. L'actualité scientifique, la présentation claire et précise sont les critères de choix des ouvrages. Ces publications intéresseront les physiciens en recherche et en formation à partir du niveau de la licence ou du diplôme.

Dans la même collection:

1. ***Une initiative à l'intégrale fonctionnelle en physique quantique et statistique***
Philippe A. Martin
2. ***Echelles de temps en théorie cinétique***
Jaroslaw Piasecki
3. ***Matrices aléatoires en physique***
Hervé Kunz
4. ***Wavelets and their application***
for the solution of partial differential equations in physics
Stefan Goedecker
5. ***Dislocation et plasticité des cristaux***
Jean-Luc Martin

Les Presses polytechniques et universitaires romandes sont une fondation scientifique dont le but est principalement la diffusion des travaux de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne ainsi que d'autres universités et écoles d'ingénieurs francophones. Le catalogue de leurs publications peut être obtenu par courrier aux Presses polytechniques et universitaires romandes, EPFL – Centre Midi, CH-1015 Lausanne, par E-Mail à ppur@epfl.ch, par téléphone au (0)21 693 41 40, ou par fax au (0)21 693 40 27.

www.ppur.org

Première édition

ISBN 2-88074-611-6

© 2005, Presses polytechniques et universitaires romandes,

CH – 1015 Lausanne

Imprimé en Italie

Tous droits réservés.

Reproduction, même partielle, sous quelque forme

ou sur quelque support que ce soit, interdite sans l'accord écrit de l'éditeur.

Avant-propos

Ce cours a été donné à la fin des années 90 aux étudiants en physique du début de la troisième année. Il faisait suite au cours de base de mécanique quantique du semestre d'été précédent. Le programme était centré sur la théorie des champs et les problèmes à N corps. C'est pourquoi il est bon d'avoir lu, du même auteur, *Mécanique quantique, bases et applications* et, en particulier, les sections 1.5 « Description d'un système physique » et 3.7 « Particule quantique de spin $\frac{1}{2}$ ».

L'exposé qui suit est l'ultime version de ce cours. Il se compose de trois parties. Le chapitre 1 décrit la théorie générale des champs, plus exactement les champs dits de jauge, ceux qui interviennent dans le modèle standard. Dans ce but, ayant défini les formes différentielles, on utilise un principe nouveau dû pour l'essentiel à Elie Cartan qui permet de rendre rigoureux les principes de variations utilisés formellement jusqu'ici. Le champ quantique de la particule de spin $\frac{1}{2}$ qui obéit à ce principe est décrit en détail et les règles usuelles de la théorie quantique sont alors déduites directement des équations du mouvement. Ce résultat remarquable met ce champ quantique sur le même plan que le champ de Maxwell et éclaire d'un jour nouveau son interprétation physique. Le chapitre 2 est une introduction aux problèmes à N corps qui fait suite au chapitre 8 de notre livre déjà cité. La topologie des espaces bornologiques, nécessaire pour la définition des courants de De Rham, l'analogue des distributions de Schwartz, est définie et discutée. L'espace fonctionnel qui en résulte permet alors de donner un sens mathématique précis aux opérateurs différentiels qui interviennent en théorie quantique. On est alors à même de donner un sens à la recherche des solutions stationnaires de l'équation de Schrödinger pour la partie continue du spectre. Le chapitre 3 est une application de ce formalisme. Il expose la théorie de la diffusion, dans sa forme indépendante du temps, celle qui est utilisée par les physiciens. Nous espérons ainsi avoir rendu le lecteur capable d'apprécier le beau livre de John R. Taylor cité en référence.

Table des matières

Avant-propos	v
1 Théorie des champs	1
1.1 Introduction	1
1.1.1 Variétés C^∞	1
1.1.2 Formes différentielles	3
1.1.3 Image transposée et dérivée de Lie	7
1.2 Problèmes	8
1.3 Principe de Cartan	8
1.3.1 Mécanique de Hamilton	8
1.3.2 Covariance dynamique en mécanique classique . . .	10
1.3.3 Champs sur $\mathbb{R}^4$	11
1.4 Problèmes	12
1.5 Champ de Maxwell	13
1.5.1 Equations	13
1.5.2 Tenseur énergie-impulsion de Maxwell	15
1.6 Problèmes	17
1.7 Champ de Schrödinger-Pauli	17
1.7.1 Equations	17
1.7.2 Règles de la théorie quantique	19
1.7.3 Covariance dynamique galiléenne	21
1.8 Problèmes	23
1.9 Champ de Dirac	23
1.9.1 Equations	23
1.9.2 Courant de Dirac et courants conservés	24

1.9.3	Covariance dynamique lorentzienne	25
1.9.4	Approximation galiléenne	25
1.10	Problèmes	26
1.11	Electrodynamique	26
1.11.1	Forme de Cartan	26
1.11.2	Lois de conservation	27
1.11.3	Effets du champ propre	28
1.12	Problèmes	31
1.13	Références	31
2	Problèmes à N corps	33
2.1	Introduction	33
2.1.1	Espace vide	33
2.1.2	Champ à une particule	34
2.1.3	Produit scalaire et espace $\overline{\mathcal{D}}$	37
2.1.4	Deux particules ou plus	40
2.2	Problèmes	42
2.3	Formalisme	42
2.3.1	Espace de Fock	42
2.3.2	Opérateurs de symétrisation	43
2.3.3	Base orthonormée	44
2.3.4	Opérateurs de création et d'annihilation	45
2.3.5	Règles de commutation	46
2.3.6	Opérateur d'évolution associé	47
2.3.7	Opérateur de Schrödinger associé	48
2.4	Problèmes	49
2.5	Chaîne quantique	50
2.5.1	Modèle	50
2.5.2	Phonons	53
2.6	Problèmes	54